

I. MỆNH ĐỀ

1. Mệnh đề là câu khẳng định hoặc là đúng hoặc là sai và không được vừa đúng vừa sai.

+ **Phủ định** của mệnh đề A được kí hiệu là \bar{A} . Nếu A đúng thì \bar{A} sai. Nếu A sai thì \bar{A} đúng.

+ Cho A và B là hai mệnh đề. Mệnh đề : "Nếu A thì B ", kí hiệu : $A \Rightarrow B$, được gọi là **mệnh đề kéo theo**.

$A \Rightarrow B$ chỉ sai khi A đúng, B sai.

Một định lí toán học thường có dạng : $A \Rightarrow B$. Ta gọi A là **giả thiết**, B là **kết luận** hay A là **điều kiện đủ** để có B hay B là **điều kiện cần** để có A .

+ Mệnh đề A **tương đương** với mệnh đề B , kí hiệu $A \Leftrightarrow B$ nếu $A \Rightarrow B$ và $B \Rightarrow A$ đều là các mệnh đề đúng.

Định lí dạng : $A \Leftrightarrow B$ thường được phát biểu dưới dạng :

"A là điều kiện cần và đủ để có B"

"B là điều kiện cần và đủ để có A"

"A khi và chỉ khi B"

"A nếu và chỉ nếu B"

+ Mệnh đề : "Với mọi $x \in X$, $P(x)$ là mệnh đề đúng" được kí hiệu là :

$$\forall x \in X : P(x)$$

Mệnh đề : "Có ít nhất một $x \in X$, $P(x)$ là mệnh đề đúng" được kí hiệu là :

$$\exists x \in X : P(x)$$

+ **Phủ định** của mệnh đề có chứa kí hiệu \forall , \exists như sau :

$$\overline{\forall x \in X : P(x)} = \exists x \in X : \overline{P(x)}$$

$$\overline{\exists x \in X : P(x)} = \forall x \in X : \overline{P(x)}$$

II. BT

Bài 1. Nếu a và b có tổng bp chia hết cho 3 thì cả a và b đều chia hết cho 3.

Bài 2. Cho abc khác 0. C/m một trong ba phương trình sau có nghiệm:

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

$$bx^2 + 2cx + a = 0$$

$$cx^2 + 2ax + b = 0$$

Bài 3. Chứng minh căn 2 là số vô tỉ.

Bài 4. C/m a, b, c cùng dương biết:

Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện

$$\begin{cases} a + b + c > 0 & (1) \\ ab + bc + ca > 0 & (2) \\ abc > 0 & (3) \end{cases}$$

Bài 5. C/m pt $15x^2 - 7y^2 = 9$ không có nghiệm $x, y \in \mathbb{Z}$.

Bài 6. Chứng minh $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \forall n \in \mathbb{N}$

Bài 7. Nêu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau:

- Mọi học sinh trong trường đều gương mẫu
- Có ít nhất một bạn học sinh trong lớp hay đến muộn
- Cả lớp em ai cũng biết chơi game
- Trong đàn chó này có con bị nhiễm bệnh
- ABC là một tam giác
- Tập hợp các phần tử của tập số tự nhiên là vô hạn

Bài 8. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau và lập mệnh đề phủ định của chúng:

- $\forall x \in \mathbb{R} : x < x^2$; b) $\exists n \in \mathbb{Q} : n^2 = 24$; c) $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 + 1 \leq 3$; d) $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 + 1 \leq 8$

Bài 9. Phát biểu các mệnh đề sau dưới dạng điều kiện cần và đủ

a) A: n chia hết cho 25 và B: n chia hết cho 5

b) C: Tam giác ABC có $A = B = C$; và D: Tam giác ABC đều

c) E: $a^2 < b^2$ và F: $a < b$

III. LT

Câu	Nội dung	Trả lời
1	(1) Em ăn cơm chưa? (2) Em ngủ sớm đi; (3) Em về rồi. (4) Toang rồi ông giáo ạ. (5) Muốn học giỏi phải chăm học; (6) Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông; (7) Tam giác ABC cân tại A thì $AB = AC$. Câu nào là câu mệnh đề.	
2	(1) 81 không chia hết cho 27; (2) Bình phương của một số lẻ luôn chia 4 dư 1; (3) Tích tất cả các các số nguyên tố luôn là số tròn chục; (4) a chia hết cho 4 và 6 nên a chia hết cho 24; (5) Qua 8 điểm không thẳng hàng kẻ được tối đa 28 đường thẳng khác nhau; (6) Từ các số 0, 1, 4, 7; 8 ta lập được 24 số có 4 chữ số chẵn mà các chữ số khác nhau; (7) Nếu $a + b$ và $a - b$ đều chia hết cho c thì a và b cùng chia hết cho c với a, b, c nguyên; (8) Nếu n nguyên thì $n + 1$ và $2n + 3$ luôn cùng tính chẵn lẻ; (9) 1997^{1997} có tận cùng là 1; (10) Số 108 có 12 ước tự nhiên. Trả lời tính đúng sai của từng mệnh đề.	
3	(1) $-x^2 - 4 < -4$; (2) Một đa thức biến x có tổng các hệ số bằng 0 thì đa thức có duy nhất một nghiệm $x = 1$; (3) Hàm số bậc nhất luôn biến thiên theo một chiều xác định với mọi x; (4) $\exists x \in \mathbb{N}: 2^x + 1 = 2$; (5) Phương trình $x^2 + 7x + 13$ có nghiệm; (6) 8,8(87) là một số hữu tỉ; (7) Hai số có trị tuyệt đối bằng nhau thì bằng nhau; (8) Phần nguyên của $-19/7$ là -3; (9) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$; (10) Với x nguyên dương thì bpt $(1 - 2x)(3x + 10) \geq 0$ vô nghiệm. Trả lời tính đúng sai của từng mệnh đề.	
4	(1) Vì ABCD là hình vuông nên ABCD là hình chữ nhật; (2) Tam giác ABC cân nên độ dài hai đường phân giác kẻ từ B và C là bằng nhau; (3) Nếu bình phương một cạnh bằng bình phương của tổng hai cạnh còn lại thì tam giác đó là tam giác vuông; (4) Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau là hình thang cân; (5) Hình chữ nhật có	

	<p>hai đường chéo vuông góc với nhau là hình bình hành; (6) Qua một điểm luôn chỉ kẻ được 2 tiếp tuyến với một đường tròn đã cho; (7) Hai đường tròn tiếp xúc nhau thì khoảng cách giữa hai tâm bằng tổng hai bán kính; (8) Hình thoi là tứ giác nội tiếp; (9) Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ; (10) Thiết diện tạo bởi hình trụ với một mặt phẳng cắt không vuông góc tạo thành hình elip. Trả lời tính đúng sai của từng mệnh đề.</p>	
5	<p>Phát biểu phủ định của mỗi mệnh đề sau và cho biết mệnh đề nào đúng. A: Tổng các góc trong một tứ giác bằng 360^0 B: $\pi \leq \sqrt{9}$ C: Tập hợp Q và I không có phần tử chung D: Tập rỗng không bị chứa trong mọi tập hợp E: Tích 4 số tự nhiên liên tiếp luôn chia hết cho 24 F: $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{81}}$ là một số tự nhiên.</p>	
6	<p>Trong mỗi mệnh đề chứa biến sau, hãy đưa ra 1 giá trị của x để mệnh đề đúng, một giá trị của x để mệnh đề sai. A(x): $x^2 - 4x + 4 = 0$ B(x): $x^2 < x$ C(x): $x^2 + 1 > 1$ D(x): $2^n + 1$ là số nguyên tố</p>	
7	<p>Viết lại các mệnh đề và phủ định dưới dạng toán học (dưới dạng ký hiệu). a) Với mọi số tự nhiên x, $x^2 - 1$ không chia hết cho 4 b) Có số hữu tỉ x thỏa mãn hệ thức $x^2 = 11$</p>	
8	<p>Viết lại các mệnh đề sau dưới dạng phủ định: a) $\forall n \in N^*: n^2 - 1 : 3$ b) $\exists n \in R: n^2 = -1$ c) $\exists x \in R: x < \frac{1}{x}$ d) $\forall x \in N: 2^x$ không là một số nguyên tố. e) $\exists x \in R, \exists y \in R: x^2 + y^2 > x^3 + y^3$</p>	
9	<p>Cho mỗi cặp mệnh đề sau, hãy xét tính đúng sai của từng cặp mệnh đề kéo theo, từ đó chỉ ra cặp mệnh đề tương đương. a) A: $x \neq 0$ và B: $x^2 \neq 0$ b) C: $x^2 = 7$ và D: $x \in I$ c) E: a và b là số vô tỉ và F: a + b là số vô tỉ d) G: Tam giác ABC vuông cân và H: $AB = AC$, góc A = 90^0.</p>	

	<p>e) I: Tam giác ABC đều và K: $AB = AC = BC$ f) L: Tứ giác ABCD là hình vuông và M: Tứ giác ABCD có 4 cạnh bằng nhau. g) N: pt $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm và O: a và c cùng dấu h) P: Hình bình hành có đường chéo là phân giác một góc và Q: Hình thoi i) R: $a > 1, b > 1$ và S: $a + b > 2$</p>	
10	<p>Cho các cặp mệnh đề sau, hãy xét xem mệnh đề nào là điều kiện cần và mệnh đề nào là điều kiện đủ: a) A(x): $x < 1$ và B(x): $x^2 < 1$ b) C(x): $x^2 < x$ và D(x): $x > 0$ d) E(x): x chia hết cho 5 và F(x): x có tận cùng là 5 e) G(x,y): $xy > 0$ và H(x,y): x và y cùng dấu. f) Nếu một tứ giác là hình thang cân thì có hai đường chéo bằng nhau.</p>	
11	<p>Dùng phương pháp phản chứng để chứng minh các mệnh đề sau: a) Nếu hai số tự nhiên a và b cùng lẻ thì tổng bình phương của a và b không chia hết cho 4. b) C/m rằng nếu a, b, c là 3 số dương và đều nhỏ hơn 2 thì có ít nhất 1 trong 3 bất đẳng thức sau là sai: $a(2-b) > 1$; $b(2-c) > 1$; $c(2-a) > 1$. c) Nếu tổng hai số bất kì lớn hơn 2 thì trong hai số đó có ít nhất 1 số lớn hơn 1. d) Một tam giác đều khi và chỉ khi có hai trung tuyến bằng nhau và có 1 góc 60 độ. e) Nếu n là một số nguyên tố lớn hơn 3 thì $n^2 + 20$ luôn là hợp số. f) Điều kiện cần và đủ để căn a + căn b = căn (2(a+b)) là $a = b$ g) C/m $n^2 - 8$ không chia hết cho 5 mọi n nguyên h) C/m $n^2 + 3n + 5$ không chia hết 121 với n là stn</p>	

1. Chứng minh rằng : $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ và $\sqrt{2008} + \sqrt{2007}$ là các số vô tỉ.
2. Cho tứ giác lồi ABCD có $\widehat{ABD} = \widehat{ACD}$. Chứng minh rằng ABCD nội tiếp.
3. Chứng minh rằng phương trình :

$$15x^2 - 7y^2 = 9 \text{ không có nghiệm } x, y \in \mathbb{Z}.$$

4. Chứng minh rằng : $n^2 + 3n + 5 \not\equiv 121, \forall n \in \mathbb{N}$.
5. Cho $a + b + c > 0$. Chứng minh rằng trong 3 bất đẳng thức sau, có ít nhất một bất đẳng thức đúng :

$$a^3 \geq abc + 1001, \quad b^3 \geq abc + 1006, \quad c^3 \geq abc - 2007.$$

6. Cho
$$\begin{cases} abc < 0 \\ ab + bc + ca > 0. \end{cases}$$
 Chứng minh rằng : $a, b, c < 0$.

$$\begin{cases} \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} > 0 \end{cases}$$

7. Chứng minh rằng không tồn tại các số a, b, c thỏa mãn :
$$\begin{cases} |a| < |b - c| \\ |b| < |c - a| \\ |c| < |a - b| \end{cases}$$

1. Hãy chứng minh rằng :

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Từ đó suy ra tổng $\sum = 1^3 + 3^3 + \dots + 2007^3$.

2. Hãy chứng minh rằng :

a) $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n \div 24, \forall n \in \mathbb{N}$

b) $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n \div 11, \forall n \in \mathbb{N}$

c) $4^n + 15n - 1 \div 9, \forall n \in \mathbb{N}$.