

Bài tập hình học chương I

H. Tam giác vuông bằng nhau

43. Cho  $\triangle ABC$  cân tại A. Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Chứng minh rằng:

a.  $HB = HC$ .

b.  $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ .

44. Cho  $\triangle ABC$  cân tại A. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC, chúng cắt nhau tại D. Chứng minh rằng AD là tia phân giác của góc A.

45. Cho  $\triangle ABC$  có M là trung điểm của BC, AM là tia phân giác của góc A. Kẻ  $MH \perp AB$  ( $H \in AB$ ),  $MK \perp AC$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh rằng:

a.  $MH = MK$

b.  $\widehat{B} = \widehat{C}$ .

46. Hai đoạn thẳng AB và CD vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Chứng minh rằng  $AC \parallel BD$  và  $AC = BD$ .

47. Cho  $\triangle ABC$  cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ . Kẻ  $BH \perp AD$  ( $H \in AD$ ), kẻ  $CK \perp AE$  ( $K \in AE$ ). Chứng minh rằng:  $BH = CK$ .

48. Cho  $\triangle ABC$  có  $AB < AC$ . Tia phân giác của góc A cắt đường trung trực của BC tại I. Kẻ  $IH \perp AB$  ( $H \in AB$ ), kẻ  $IK \perp AC$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh rằng  $BH = CK$ .

49. Cho  $\triangle ABC$  vuông ở A. Từ A kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ). Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho  $BE = BA$ . Kẻ  $EK \perp AC$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh  $AK = AH$ .

50. Cho  $\triangle ABC$  cân tại A. Kẻ  $BD \perp AC$  ( $D \in AC$ ), kẻ  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ). Gọi K là giao điểm của BD và CE. Chứng minh AK là tia phân giác của góc A.

51. Cho  $\triangle ABC$ . Các tia phân giác của  $\widehat{B}$  và  $\widehat{C}$  cắt nhau tại I. Chứng minh rằng AI là tia phân giác của góc A.

52. Cho  $\triangle ABC$ ,  $AB = AC$ . Điểm D thuộc cạnh BC, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD = CE$ . Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC tại M, N. Đường thẳng BC cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a.  $DM = EN$ .

b.  $IM = IN$ .

53. Cho  $\triangle ABC$  vuông cân tại A. M là trung điểm của BC, E là điểm nằm giữa B và C nhưng không trùng với M. Kẻ BH, CK vuông góc với AE (H và K thuộc AE). Hỏi  $\triangle MHK$  có đặc điểm gì? Vì sao?

54. Cho  $\Delta ABC$  vuông cân tại A. Qua A vẽ đường thẳng d sao cho B và C cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ d. Vẽ BD, CE cùng vuông góc với d (D, E thuộc d).

a. Chứng minh rằng  $DE = BD + CE$ .

b. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh  $\Delta DME$  vuông cân tại M.

57. Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho  $BD = BA$ . Đường vuông góc với BC tại D cắt AC ở E.

a. So sánh độ dài AE và DE.

b. Tia phân giác góc ngoài tại đỉnh C cắt đường thẳng BE ở K. Tính góc BAK.

58. Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A. Ở miền ngoài  $\Delta ABC$  vẽ  $\Delta ABD$  vuông cân tại B,  $\Delta ACF$  vuông cân tại C.

a. Chứng minh: D, A, F thẳng hàng.

b. Từ D và F hạ các đường vuông góc  $DD'$ ,  $FF'$  xuống đường thẳng BC. Chứng minh:  $DD' + FF' = BC$ .

59. Cho tam giác ABC,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ , đường phân giác trong AD. Từ D hạ  $DE \perp AB$ ,  $DF \perp AC$ .

a. Tam giác DEF là tam giác gì?

b. Qua điểm C, vẽ đường thẳng song song với AD, cắt đường thẳng AB tại M. Cho biết tam giác ACM là tam giác gì?

c. Cho  $CM = a$ ,  $CF = b$ . Tính AD ( $a > b$ ).

18. Cho tam giác ABC cân tại A. Từ B hạ  $BH \perp AC$  (H thuộc AC). Lấy điểm M trên cạnh BC từ M hạ  $MF \perp AC$  (F thuộc AC) và  $ME \perp AB$  (E thuộc AB). Trên tia đối của tia MF lấy điểm I sao cho  $FI = BH$ . Chứng minh rằng:

a.  $\widehat{HBF} = \widehat{BFI}$

b.  $\widehat{BIF} = 90^\circ$

c.  $\widehat{EBM} = \widehat{IBM}$

d.  $ME + MF = BH$

19. Cho  $\Delta ABC$  cân tại A ( $\widehat{A} = 120^\circ$ ). AI là tia phân giác của góc  $\widehat{A}$  ( $I \in BC$ ). Từ I hạ  $HI \perp AB$  ( $H \in AB$ );  $IK \perp AC$  ( $K \in AC$ )

- Chứng minh rằng  $\Delta IHK$  là tam giác đều.
- Chứng minh:  $KH \parallel BC$
- Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho  $AD=AB$ . Chứng minh  $\Delta ACD$  là tam giác đều.
- $\Delta BCD$  là tam giác gì? Vì sao?

20. Cho tam giác ABC cân tại A và có  $\widehat{A} < 90^\circ$  vẽ  $BH \perp AC$  ( $H \in AC$ ) và  $CK \perp AB$  ( $K \in AB$ )

- Chứng minh rằng  $AH=AK$
- Gọi P là giao điểm của BH và CK. Chứng minh rằng AP là tia phân giác của góc  $\widehat{A}$ .

21. Cho tam giác  $\Delta ABC$  cân tại A. Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ).

- Chứng minh rằng:  $\Delta AHB = \Delta AHC$
- Trên tia đối của tia BH lấy điểm D, trên tia đối của tia CH lấy điểm E sao cho  $BD=CE$ . Tam giác ADE là tam giác gì? vì sao?

22. Cho tam giác cân ABC có  $AB=AC$ , trên tia đối của các tia BA và CA lấy hai điểm D và E sao cho  $BD=CE$ .

- Chứng minh  $DE \parallel BC$ .
- Từ D kẻ MD vuông góc với BC, từ E kẻ EN vuông góc với BC ( $M, N$  thuộc BC). Chứng minh rằng  $DM=EN$ .
- Chứng minh rằng tam giác AMN là tam giác cân.
- Từ B và C kẻ các đường vuông góc với AM và AN chúng cắt nhau tại I. Chứng minh AI là tia phân giác chung của hai góc  $\widehat{BAC}$ ;  $\widehat{MAN}$

23. Cho tam giác ABC cân ở A, trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $BD=CE$ . Từ D kẻ đường vuông góc với BC cắt AB ở M, từ E kẻ đường vuông góc với BC cắt AC tại N.

- Chứng minh  $MD=NE$
- MN cắt DE ở I. Chứng minh I là trung điểm của DE.
- Từ C kẻ đường vuông góc với AC, từ B kẻ đường vuông góc với AB chúng cắt nhau ở O, chứng minh AO là đường trung trực của BC.

**24.** Cho tam giác ABC đường cao AH, gọi M là trung điểm của BC biết AH, AM chia góc ở đỉnh A thành ba góc bằng nhau. Kẻ  $ME \perp AC$  ( $E \in AC$ ). Từ E kẻ EI ( $I \in MC$ ) sao cho  $\widehat{IEC} = \widehat{C}$ .

a. Chứng minh rằng  $ME = \frac{1}{2}MC$

b. Chứng minh: IE=IM

c. Tính các góc của tam giác ABC

**25.** Cho tam giác ABC vuông cân ở A, trên tia AC lấy lần lượt hai điểm D và E sao cho AC=CD=DE. Trên tia đối của tia AB lấy điểm H sao cho A là trung điểm của BH. Đường thẳng vuông góc với AB ở H, và đường thẳng vuông góc với AE ở C cắt nhau ở K.

a. Chứng minh tam giác BKE vuông cân ở K.

b. Chứng minh  $\widehat{ADB} + \widehat{AEB} = 45^\circ$

**26.** Cho tam giác ABC cân tại A, trên cạnh BC lấy hai điểm D, E sao cho BD=CE (D nằm giữa B và E). Vẽ  $DH \perp AB$  (H thuộc AB), vẽ  $EK \perp AC$  ( $K \in AC$ ). Chứng minh rằng:

a. DH=EK

b. HK//BC

**27.** Cho tam giác ABC vuông cân ở A, M là trung điểm của BC. Điểm E nằm giữa M và C. Kẻ BH, CK vuông góc với AE (H và K thuộc đường thẳng AE). Chứng minh rằng:

a. BH=AK

b.  $\triangle MBH = \triangle MAK$

c. Tam giác MHK là tam giác vuông cân.

**28.** Cho đoạn thẳng BC, gọi I là trung điểm của BC, trên đường trung trực của đoạn BC lấy điểm A (A khác I). Kẻ IH vuông góc với AB, kẻ IK vuông góc với AC. Chứng minh rằng:

a.  $\triangle AIB = \triangle AIC$ .

b. Tam giác AHK là tam giác cân.

c. HK//BC.

Amax