

**Đề số 1**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian chép đề)

**Bài 1 (3 điểm)**

a, Cho  $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$ . Chứng minh rằng A chia hết cho 5

b, Chứng tỏ rằng:  $\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$

**Bài 2 (2,5 điểm)**

Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng  $\frac{2}{3}$  số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

**Bài 3: (2 điểm).**

Tìm số tự nhiên n và chữ số a biết rằng:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$$

**Bài 4 (2,5 điểm)**

a, Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao.

b, Vẽ với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ.

**Đề số 2**

Thời gian làm bài 120 phút – (không kể thời gian chép đề)

**Bài 1 (3 điểm)**

a. Tính nhanh:  $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

b. Chứng minh : Với  $k \in \mathbb{N}^*$  ta luôn có :  $k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = 3.k(k+1)$ .

áp dụng tính tổng :  $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n+1)$ .

**Bài 2 (3 điểm)**

a. Chứng minh rằng : nếu  $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$  thì  $\overline{abcdeg} : 11$ .

b. Cho  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$ . Chứng minh :  $A : 3 ; 7 ; 15$ .

**Bài 3 (2 điểm).** Chứng minh :  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1$ .

**Bài 4 (2 điểm).**

a. Cho đoạn thẳng  $AB = 8\text{cm}$ . Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho  $BC = 4\text{cm}$ . Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

**Đề số 3**

Thời gian làm bài: 120 phút.

**Câu 1:** (3đ)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$1) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017}$$

$$2) B = 1\frac{6}{41} \cdot \left( \frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

**Câu 2:** (2đ)

Tìm các cặp số (a,b) sao cho :  $\overline{4a5b} : 45$

**Câu 3:** (2đ)

Cho  $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006}$

a) Thu gọn A

b) Tìm x để  $2A + 3 = 3^x$

**Câu 4:** (1đ)

So sánh:  $A = \frac{2016^{2016} + 1}{2016^{2017} + 1}$  và  $B = \frac{2016^{2015} + 1}{2016^{2016} + 1}$

**Câu 5:** (2đ)

Một học sinh đọc quyển sách trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đọc được  $\frac{2}{5}$  số trang sách; ngày thứ 2 đọc được  $\frac{3}{5}$  số trang sách còn lại; ngày thứ 3 đọc được 80% số trang sách còn lại và 3 trang cuối cùng. Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?

**Đề số 4**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài 1**(2đ)

a) Tính tổng  $S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}$  b) So sánh:  $A = \frac{2006^{2006} + 1}{2007^{2007} + 1}$  và  $B = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1}$

**Bài 2** (2đ)

- a. Chứng minh rằng:  $C = 2 + 2^2 + 2 + 3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$  chia hết cho 31
- b. Tính tổng C. Tìm x để  $2^{2x-1} - 2 = C$

**Bài 3** (2đ)

Một số chia hết cho 4 dư 3, chia cho 17 dư 9, chia cho 19 dư 13. Hỏi số đó chia cho 1292 dư bao nhiêu

**Bài 4** (2đ)

Trong đợt thi đua, lớp 6A có 42 bạn được từ 1 điểm 10 trở lên, 39 bạn được 2 điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ 3 điểm 10 trở lên, 5 bạn được 4 điểm 10, không có ai được trên 4 điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua lớp 6A được bao nhiêu điểm 10

**Câu 5** (2đ)

Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu.

**Đề số 5**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài 1.** Tính các giá trị của biểu thức.

a.  $A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$

b.  $B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53})}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$

c.  $C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}$

**Bài 2.** So sánh các biểu thức :

a.  $3^{200}$  và  $2^{300}$

b.  $A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717}$  với  $B = \frac{10}{17}$ .

**Bài 3.** Cho 1 số có 4 chữ số:  $\overline{*26*}$ . Điền các chữ số thích hợp vào dấu (\*) để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho tất cả 4 số : 2; 3; 5; 9.

**Bài 4.** Tìm số tự nhiên n sao cho :  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  là số chính phương?

**Bài 5.** Hai xe ô tô khởi hành từ hai địa điểm A, B đi ngược chiều nhau. Xe thứ nhất khởi hành từ A lúc 7 giờ. Xe thứ hai khởi hành từ B lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB. Xe thứ nhất cần 2 giờ, xe thứ hai cần 3 giờ. Hỏi sau khi đi 2 xe gặp nhau lúc mấy giờ?

**Bài 6.** Cho góc xOy có số đo bằng  $120^\circ$ . Điểm A nằm trong góc xOy sao cho:  $\widehat{AOy} = 75^\circ$ . Điểm B nằm ngoài góc xOy mà :  $\widehat{BOx} = 135^\circ$ . Hỏi 3 điểm A, O, B có thẳng hàng không? Vì sao?

**Đề số 6**

Thời gian làm bài: 120'

**Bài 1:**(1,5đ) Tìm x

a)  $5^x = 125$ ;

b)  $3^{2x} = 81$ ;

c)  $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

**Bài 2:** (1,5đ) Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng:  $|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$

**Bài 3:** (1,5đ) Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:



## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1:** (2đ)

Thay (\*) bằng các số thích hợp để

a)  $510^*$  ;  $\overline{61*16}$  chia hết cho 3.      b)  $\overline{261^*}$  chia hết cho 2 và chia 3 dư 1

**Câu 2:** (1,5đ)      Tính tổng  $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$

**Câu 3:** (3,5 đ)

Trên con đường đi qua 3 địa điểm A; B; C (B nằm giữa A và C) có hai người đi xe máy Hùng và Dũng. Hùng xuất phát từ A, Dũng xuất phát từ B. Họ cùng khởi hành lúc 8 giờ để cùng đến C vào lúc 11 giờ cùng ngày. Ninh đi xe đạp từ C về phía A, gặp Dũng lúc 9 giờ và gặp Hùng lúc 9 giờ 24 phút. Biết quãng đường AB dài 30 km, vận tốc của Ninh bằng  $\frac{1}{4}$  vận tốc của Hùng. Tính quãng đường BC

**Câu 4:** (2đ)

Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là  $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}$ . Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm  $A; A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2004}; B$ . Tính số tam giác tạo thành

**Câu 5:** (1đ)

Tích của hai phân số là  $\frac{8}{15}$ . Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là  $\frac{56}{15}$ .

Tìm hai phân số đó.

### Đề số 9

Thời gian làm bài 120 phút

**Câu 1 :** (2 điểm) Cho biểu thức  $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$

a, Rút gọn biểu thức

b, Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

**Câu 2:** (1 điểm)

Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số  $\overline{abc}$  sao cho  $\overline{abc} = n^2 - 1$  và  $\overline{cba} = (n - 2)^2$

**Câu 3:** (2 điểm)

a. Tìm n để  $n^2 + 2006$  là một số chính phương

b. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi  $n^2 + 2006$  là số nguyên tố hay là hợp số.

**Câu 4:** (2 điểm)

a. Cho a, b, n  $\in \mathbb{N}^*$  Hãy so sánh  $\frac{a+n}{b+n}$  và  $\frac{a}{b}$

b. Cho  $A = \frac{10^{11}-1}{10^{12}-1}$ ;  $B = \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ . So sánh A và B.

**Câu 5:** (2 điểm)

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

Cho 10 số tự nhiên bất kỳ :  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ . Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 10.

**Câu 6:** (1 điểm)

Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng qui. Tính số giao điểm của chúng.

### Đề số 10

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1:** Tính tổng  $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

**Câu 2:** Tìm số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất sao cho:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}; \frac{b}{c} = \frac{12}{21}; \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$$

**Câu 3:** Cho 2 dãy số tự nhiên 1, 2, 3, ..., 50

a) Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho ƯCLN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

b) Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho BCNN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 4:** Cho bốn tia OA, OB, OC, OD, tạo thành các góc AOB, BOC, COD, DOA không có điểm chung. Tính số đo của mỗi góc ấy biết rằng:  $\widehat{BOC} = 3 \widehat{AOB}$ ;  $\widehat{COD} = 5 \widehat{AOB}$ ;  $\widehat{DOA} = 6 \widehat{AOB}$

### Đề số 11

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1:** (3đ).

a. Kết quả điều tra ở một lớp học cho thấy: Có 20 học sinh thích bóng đá, 17 học sinh thích bơi, 36 học sinh thích bóng chuyền, 14 học sinh thích đá bóng và bơi, 13 học sinh thích bơi và bóng chuyền, 15 học sinh thích bóng đá và bóng chuyền, 10 học sinh thích cả ba môn, 12 học sinh không thích môn nào. Tính xem lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

b. Cho số:  $A = 123456789101112 \dots \dots 585960$ .

- Số A có bao nhiêu chữ số?

- Hãy xóa đi 100 chữ số trong số A sao cho số còn lại là:

+ Nhỏ nhất

+ Lớn nhất

**Câu 2:** (2đ).

a. Cho  $A = 5 + 5^2 + \dots + 5^{96}$ . Tìm chữ số tận cùng của A.

b. Tìm số tự nhiên n để:  $6n + 3$  chia hết cho  $3n + 6$

**Câu 3:** (3đ).

a. Tìm một số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho 3 dư 2, cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 10 dư 9.

b. Chứng minh rằng:  $11^{n+2} + 12^{2n+1}$  Chia hết cho 133.

**Câu 4:** (2đ). Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng . Cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n?  
-----

**Đề số 12**

Thời gian làm bài: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)

**Bài 1:**(2,25 điểm) Tìm x biết

a)  $x + \frac{1}{5} = \frac{7}{25}$       b)  $x - \frac{4}{9} = \frac{5}{11}$       c)  $(x - 32).45 = 0$

**Bài 2:**(2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

A = 11 + 12 + 13 + 14 + ..... + 20.      B = 11 + 13 + 15 + 17 + ..... + 25.

C = 12 + 14 + 16 + 18 + ..... + 26.

**Bài 3:**(2,25 điểm) Tính:

A =  $\frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \dots + \frac{5}{61.66}$       B =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

C =  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1989.1990} + \dots + \frac{1}{2006.2007}$

**Bài 4:**(1 điểm)

Cho: A =  $\frac{10^{2001} + 1}{10^{2002} + 1}$ ;      B =  $\frac{10^{2002} + 1}{10^{2003} + 1}$ .      Hãy so sánh A và B.

**Bài 5:**(2,25 điểm)

Cho đoạn thẳng AB dài 7cm. Trên tia AB lấy điểm I sao cho AI = 4 cm. Trên tia BA lấy điểm K sao cho BK = 2 cm.

a) Hãy chứng tỏ rằng I nằm giữa A và K.

b) Tính IK.

**Đề số 13**

Thời gian làm bài: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)

**Bài 1:** ( 3 điểm)

a. Chứng tỏ rằng tổng sau không chia hết cho 10:

A =  $405^n + 2^{405} + m^2$  (  $m, n \in \mathbb{N}; n \neq 0$  )

b. Tìm số tự nhiên n để các biểu thức sau là số tự nhiên:

B =  $\frac{2n+2}{n+2} + \frac{5n+17}{n=2} - \frac{3n}{n+2}$

c. Tìm các chữ số x, y sao cho: C =  $\overline{x1995y}$  chia hết cho 55

**Bài 2 (2 điểm)**

a. Tính tổng:  $M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$

b. Cho  $S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}$ . Chứng minh rằng:  $1 < S < 2$

**Bài 3 (2 điểm)**

Hai người đi mua gạo. Người thứ nhất mua gạo nếp, người thứ hai mua gạo tẻ. Giá gạo tẻ rẻ hơn giá gạo nếp là 20%. Biết khối lượng gạo tẻ người thứ hai mua nhiều hơn khối lượng gạo nếp là 20%. Hỏi người nào trả tiền ít hơn? ít hơn mấy % so với người kia?

**Bài 4 (3 điểm)**

Cho 2 điểm M và N nằm cùng phía đối với A, nằm cùng phía đối với B. Điểm M nằm giữa A và B. Biết  $AB = 5\text{cm}$ ;  $AM = 3\text{cm}$ ;  $BN = 1\text{cm}$ . Chứng tỏ rằng:

- Bốn điểm A, B, M, N thẳng hàng
- Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB
- Vẽ đường tròn tâm N đi qua B và đường tròn tâm A đi qua N, chúng cắt nhau tại C, tính chu vi của  $\Delta CAN$ .

**ĐỀ SỐ 14**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Bài 1 (2 điểm):** a) Tìm x biết:  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$  b) Tìm x, y  $\in \mathbb{N}$  biết  $2^x + 624 = 5^y$

**Bài 2 (2 điểm):**

a) So sánh:  $\frac{-22}{45}$  và  $\frac{-51}{103}$  b) So sánh:  $A = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1}$  và  $B = \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2}$

**Bài 3 (2 điểm):** Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

**Bài 4 (2 điểm):**

Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn, nếu dùng cả máy một và máy hai thì sau 1 giờ 20 phút bể sẽ đầy, dùng máy hai và máy ba thì sau 1 giờ 30 phút bể sẽ đầy còn nếu dùng máy một và máy ba thì bể sẽ đầy sau 2 giờ 24 phút. Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng một mình thì bể sẽ đầy sau bao lâu?

**Bài 5 (2 điểm):** Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho góc xOm bằng  $90^\circ$  và vẽ tia On sao cho góc yOn bằng  $90^\circ$ .

- Chứng minh góc xOn bằng góc yOm.
- Gọi Ot là tia phân giác của góc xOy. Chứng minh Ot cũng là tia phân giác của góc mOn.

**ĐỀ SỐ 15**

Thời gian làm bài: 120 phút.

**Bài 1: (6,0 điểm).** Tính nhanh:



a)  $A = \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \dots + \frac{3^2}{97.100}$

b)  $B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225$

c)  $M = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}}{3^{2014} - 3}$

d)  $D = \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90}$

e) So sánh:  $N = \frac{5}{10^{2005}} + \frac{11}{10^{2006}}$  và  $M = \frac{11}{10^{2005}} + \frac{5}{10^{2006}}$

**Bài 2:** (3,0 điểm) Cho  $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$ .

- a) Chứng minh rằng S là bội của -20.
- b) Tính S, từ đó suy ra  $3^{100}$  chia cho 4 dư 1.

**Bài 3:** (5,0 điểm).

- a) Tìm hai số tự nhiên biết tổng của chúng bằng 504 và ƯCLN của chúng bằng 42
- b) Tìm  $a \in \mathbb{N}$  để  $a + 1$  là bội của  $a - 1$
- c) Cho  $K = 10^{28} + 8$ . Chứng minh rằng K chia hết cho 72

**Bài 4:** (4,0 điểm). Trên đường thẳng AM lấy một điểm O (O nằm giữa A và M). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB, OC sao cho: góc MOC =  $115^\circ$ ; góc BOC =  $70^\circ$ . Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD (D không cùng nằm trong nửa mặt phẳng với B, C qua bờ là AM) sao cho góc AOD =  $45^\circ$ .

- a) Tia OB nằm giữa hai tia OM, OC không? vì sao?
- b) Tính góc MOB và góc AOC ?
- c) Chứng tỏ rằng 3 điểm D, O, B thẳng hàng.

**Bài 5:** (2,0 điểm). Trong một cuộc thi có 50 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, còn trả lời sai bị trừ 15 điểm. Một học sinh được tất cả 650 điểm. Hỏi bạn đó trả lời được mấy câu đúng ?

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh: .....

**Đề số 1**

Thời gian làm bài: 120 phút (*không kể thời gian chép đề*)

Bài 1 (3điểm)

a, Cho  $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$ . Chứng minh rằng A chia hết cho 5

b, Chứng tỏ rằng:  $\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$

Bài 2 (2,5điểm)

Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1 ; 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng  $\frac{2}{3}$  số trang của 1 quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

Bài 3: (2điểm).

Tìm số tự nhiên n và chữ số a biết rằng:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$$

Bài 4 (2,5 điểm)

a, Cho 6 tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ ? Vì sao.

b, Vẽ với n tia chung gốc. Có bao nhiêu góc trong hình vẽ.

**Đáp án đề số 1**

Bài 1:

a) (1,5đ). Để chứng minh  $A : 5$ , ta xét chữ số tận cùng của A bằng việc xét chữ số tận cùng của từng số hạng. Ta có:  $3^{1999} = (3^4)^{499} \cdot 3^3 = 81^{499} \cdot 27$

Suy ra:  $3^{1999}$  có tận cùng là 7

$$7^{1997} = (7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7 \Rightarrow 7^{1997} \text{ Có tận cùng là } 7$$

Vậy A có tận cùng bằng 0  $\Rightarrow A : 5$

b) (1,5điểm) Ta thấy:  $\frac{1}{41}$  đến  $\frac{1}{80}$  có 40 phân số.

$$\begin{aligned} \text{Vậy: } & \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} \\ & = \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{59} + \frac{1}{60} \right) + \left( \frac{1}{61} + \frac{1}{62} + \dots + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{1}{41} > \frac{1}{42} > \dots > \frac{1}{60} \text{ và } \frac{1}{61} > \frac{1}{62} > \dots > \frac{1}{80} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \left( \frac{1}{60} + \frac{1}{60} + \dots + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} \right) + \left( \frac{1}{80} + \frac{1}{80} + \dots + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \right) \\ & = \frac{20}{60} + \frac{20}{80} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12} \quad (3) \end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) Suy ra:

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

---

$$\frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \frac{1}{43} + \dots + \frac{1}{78} + \frac{1}{79} + \frac{1}{80} > \frac{7}{12}$$

Bài 2: Vì số trang của mỗi quyển vở loại 2 bằng  $\frac{2}{3}$  số trang của 1 quyển loại 1.

Nên số trang của 3 quyển loại 2 bằng số trang của 2 quyển loại 1

Mà số trang của 4 quyển loại 3 bằng 3 quyển loại 2.

Nên số trang của 2 quyển loại 1 bằng số trang của 4 quyển loại 3

Do đó số trang của 8 quyển loại 1 bằng :  $4 \cdot 8 : 2 = 16$  ( quyển loại 3)

Số trang của 9 quyển loại 2 bằng  $9 \cdot 4 : 3 = 12$  ( quyển loại 3)

Vậy 1980 chính là số trang của  $16 + 12 + 5 = 33$  ( quyển loại 3)

Suy ra: Số trang 1 quyển vở loại 3 là  $1980 : 33 = 60$  ( trang)

Số trang 1 quyển vở loại 2 là  $\frac{60 \cdot 4}{3} = 80$  (trang)

Số trang 1 quyển vở loại 1 là;  $\frac{80 \cdot 3}{2} = 120$  ( trang)

Bài 3:

Từ 1; 2; .....; n có n số hạng

Suy ra  $1 + 2 + \dots + n = \frac{(n+1) \cdot n}{2}$

Mà theo bài ra ta có  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \overline{aaa}$

Suy ra  $\frac{(n+1) \cdot n}{2} = \overline{aaa} = a \cdot 111 = a \cdot 3 \cdot 37$

Suy ra:  $n(n+1) = 2 \cdot 3 \cdot 37 \cdot a$

Vì tích  $n(n+1)$  Chia hết cho số nguyên tố 37 nên n hoặc n + 1 Chia hết cho 37

Vì số  $\frac{(n+1) \cdot n}{2}$  có 3 chữ số Suy ra  $n+1 < 74 \Rightarrow n = 37$  hoặc  $n + 1 = 37$

+) Với  $n = 37$  thì  $\frac{37 \cdot 38}{2} = 703$  ( loại)

+) Với  $n + 1 = 37$  thì  $\frac{36 \cdot 37}{2} = 666$  ( thoả mãn)

Vậy  $n = 36$  và  $a = 6$ . Ta có:  $1 + 2 + 3 + \dots + 36 = 666$

Bài 4 :

a) (1,5 điểm)

Vì mỗi tia với 1 tia còn lại tạo thành 1 góc. Xét 1 tia, tia đó cùng với 5 tia còn lại tạo thành 5 góc. Làm như vậy với 6 tia ta được 5.6 góc. Nhưng mỗi góc đã được tính 2

lần do đó có tất cả là  $\frac{5 \cdot 6}{2} = 15$  góc

b) (1 điểm). Từ câu a suy ra tổng quát. Với n tia chung gốc có  $n \left( \frac{n-1}{2} \right)$  (góc).

### ĐỀ SỐ 2

Thời gian làm bài 120 phút – (không kể thời gian chép đề)

Bài 1 (3 điểm)

a. Tính nhanh:  $A = \frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45}$

b. Chứng minh : Với  $k \in \mathbb{N}^*$  ta luôn có :  $k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = 3.k(k+1)$ .

áp dụng tính tổng :  $S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n+1)$ .

**Bài 2 (3điểm)**

a. Chứng minh rằng : nếu  $(\overline{ab + cd + eg}) : 11$  thì :  $\overline{abc deg} : 11$ .

b. Cho  $A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$ . Chứng minh :  $A : 3 ; 7 ; 15$ .

**Bài 3 (2điểm).** Chứng minh :  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1$ .

**Bài 4(2 điểm).**

a. Cho đoạn thẳng  $AB = 8\text{cm}$ . Điểm  $C$  thuộc đường thẳng  $AB$  sao cho  $BC = 4\text{cm}$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AC$ .

b. Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Tính số giao điểm của chúng.

**Đáp án đề số 2**

**Bài 1.**

a.  $\frac{1.5.6 + 2.10.12 + 4.20.24 + 9.45.54}{1.3.5 + 2.6.10 + 4.12.20 + 9.27.45} = \frac{1.5.6(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)}{1.3.5(1 + 2.2.2 + 4.4.4 + 9.9.9)} = \frac{1.5.6}{1.3.5} = 2$ .

b. Biến đổi :

$$k(k+1)(k+2) - (k-1)k(k+1) = k(k+1)[(k+2) - (k-1)] = 3k(k+1)$$

áp dụng tính :

$$3.(1.2) = 1.2.3 - 0.1.2.$$

$$3.(2.3) = 2.3.4 - 1.2.3.$$

$$3.(3.4) = 3.4.5 - 2.3.4.$$

.....

$$3.n(n+1) = n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)$$

Cộng lại ta có :  $3.S = n(n+1)(n+2) \Rightarrow S = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ .

**Bài 2.**

a) Tách như sau :  $\overline{abc deg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg})$ .

Do  $9999 : 11 ; 99 : 11 \Rightarrow (9999\overline{ab} + 99\overline{cd}) : 11$

Mà :  $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$  (theo bài ra) nên :  $\overline{abc deg} : 11$ .

b) Biến đổi :

$$*A = (2 + 2^2) + (2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6) + \dots + (2^{59} + 2^{60}) = 2(1+2) + 2^3(1+2) + \dots + 2^{59}(1+2)$$

$$= 3(2 + 2^3 + \dots + 2^{59}) : 3.$$

$$\begin{aligned} *A &= (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) = \\ &= 2 \cdot (1 + 2 + 2^2) + 2^4 \cdot (1 + 2 + 2^2) + \dots + 2^{58} \cdot (1 + 2 + 2^2) = 7(2 + 2^4 + \dots + 2^{58}) : 7. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *A &= (2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + (2^5 + 2^6 + 2^7 + 2^8) + \dots + (2^{57} + 2^{58} + 2^{59} + 2^{60}) = \\ &= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + 2^5(1 + 2 + 2^2 + 2^3) + \dots + 2^{57}(1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 15 \cdot (2 + 2^5 + \dots + 2^{57}) : 15. \end{aligned}$$

Bài 3. Ta có :  $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$ . Áp dụng :  $\frac{1}{2^2} < 1 - \frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ; ...;  $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}$ .

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 1 - \frac{1}{n} < 1.$$

Bài 4.

a) Xét hai trường hợp :

\*TH 1: C thuộc tia đối của tia BA.

Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau  $\Rightarrow$  B nằm giữa A và C

$$\Rightarrow AC = AB + BC = 12 \text{ cm.}$$

\*TH 2 : C thuộc tia BA.

C nằm giữa A và B (Vì  $BA > BC$ )  $\Rightarrow AC + BC = AB \Rightarrow AC = AB - BC = 4 \text{ cm.}$

b)

- Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại nên tạo ra 100 giao điểm.

- Có 101 đường thẳng nên có :  $101 \cdot 100 = 10100$  giao điểm.

- Do mỗi giao điểm được tính hai lần nên số giao điểm là:  $10100 : 2 = 5050$  giao điểm.

### Đề số 3

Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu 1 : (3đ)

Thực hiện phép tính bằng cách hợp lí :

$$3) A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017}$$

$$4) B = 1 \frac{6}{41} \left( \frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$

Câu 2 : (2đ)

Tìm các cặp số (a,b) sao cho :  $\overline{4a5b} : 45$

Câu 3 : (2đ)

Cho  $A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006}$

a) Thu gọn A

b) Tìm x để  $2A + 3 = 3^x$

Câu 4 : (1đ)

$$\text{So sánh: } A = \frac{2016^{2016} + 1}{2016^{2017} + 1} \text{ và } B = \frac{2016^{2015} + 1}{2016^{2016} + 1}$$

Câu 5: (2đ)

Một học sinh đọc quyển sách trong 3 ngày. Ngày thứ nhất đọc được  $\frac{2}{5}$  số trang sách; ngày thứ 2 đọc được  $\frac{3}{5}$  số trang sách còn lại; ngày thứ 3 đọc được 80% số trang sách còn lại và 3 trang cuối cùng. Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?

**Đáp án đề số 3**

Câu 1 :

$$1) \quad A = \frac{636363.37 - 373737.63}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017} = \frac{63.(10101.37) - 37.(10101.63)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017} = \frac{37.63.(10101 - 10101)}{1 + 2 + 3 + \dots + 2017} = 0$$

$$2) \quad B = \frac{6}{41} \cdot \left( \frac{12 + \frac{12}{19} - \frac{12}{37} - \frac{12}{53}}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} ; \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2006}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2006}} \right) \cdot \frac{124242423}{237373735}$$
$$= \frac{47}{41} \cdot \left( \frac{12 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)}{3 \cdot \left(1 + \frac{1}{19} - \frac{1}{37} - \frac{1}{53}\right)} ; \frac{4 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006}\right)}{5 \cdot \left(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2006}\right)} \right) \cdot \frac{41.3.1010101}{47.5.1010101}$$
$$= \frac{47}{41} \cdot \left(4 \cdot \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{41.3}{47.5} = 3 \quad (1,5đ)$$

Câu 2: 2đ

$$b = 0 \Rightarrow 9 + a : 9 \Rightarrow a = 0$$

$$b = 5 \Rightarrow 14 + a : 9 \Rightarrow a = 4$$

Câu 3: 2 đ

$$a) \quad A = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2006} \Rightarrow 3A = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2007}$$

$$\Rightarrow 3A - A = 3^{2007} - 3 \Rightarrow A = \frac{3^{2007} - 3}{2} \quad (1đ)$$

$$b) \quad \text{Ta có : } 2 \cdot \frac{3^{2007} - 3}{2} + 3 = 3^x \Rightarrow 3^{2007} - 3 + 3 = 3^x \Rightarrow 3^{2007} = 3^x \Rightarrow x = 2007 \quad (1đ)$$

Câu 4: 1đ

$$A = \frac{2005^{2005} + 1}{2005^{2006} + 1} < \frac{2005^{2005} + 1 + 2004}{2005^{2006} + 1 + 2004} = \frac{2005(2005^{2004} + 1)}{2005(2005^{2005} + 1)} = \frac{2005^{2004} + 1}{2005^{2005} + 1} = B. \text{ Vậy } A < B$$

Câu 5 : 2đ

Gọi x là số trang sách,  $x \in \mathbb{N}$

Ngày 1 đọc được là  $\frac{2}{5}x$  trang

Số trang còn lại là  $x - \frac{2}{5}x = \frac{3}{5}x$  trang

Ngày 2 đọc được là  $\frac{3}{5}x \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}x$  trang

Số trang còn lại là  $\frac{3}{5}x - \frac{9}{25}x = \frac{6}{25}x$  trang

Ngày thứ 3 đọc được là :  $\frac{6}{25}x \cdot 80\% + 30 = \frac{24x}{125} + 30$

Hay :  $\frac{2}{5}x + \frac{9}{25}x + \frac{24x}{125} + 30 = x \Rightarrow x = 625$  trang

*ĐS 625 trang*

### **Đề số 4**

Thời gian làm bài: 120 phút

#### Bài 1 (2đ)

a) Tính tổng  $S = \frac{27 + 4500 + 135 + 550.2}{2 + 4 + 6 + \dots + 14 + 16 + 18}$  b) So sánh:  $A = \frac{2006^{2006} + 1}{2007^{2007} + 1}$  và  $B = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1}$

#### Bài 2 (2đ)

a. Chứng minh rằng:  $C = 2 + 2^2 + 2 + 3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$  chia hết cho 31

b. Tính tổng C. Tìm x để  $2^{2x-1} - 2 = C$

#### Bài 3 (2đ)

Một số chia hết cho 4 dư 3, chia cho 17 dư 9, chia cho 19 dư 13. Hỏi số đó chia cho 1292 dư bao nhiêu

#### Bài 4 (2đ)

Trong đợt thi đua, lớp 6A có 42 bạn được từ 1 điểm 10 trở lên, 39 bạn được 2 điểm 10 trở lên, 14 bạn được từ 3 điểm 10 trở lên, 5 bạn được 4 điểm 10, không có ai được trên 4 điểm 10. Tính xem trong đợt thi đua lớp 6A được bao nhiêu điểm 10

#### Câu 5 (2đ)

Cho 25 điểm trong đó không có 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Nếu thay 25 điểm bằng n điểm thì số đường thẳng là bao nhiêu.

### **Đáp án đề số 4**

#### Bài 1

a.  $S = \frac{270.450 + 270.550}{(2+18).9} = \frac{270(450+550)}{90} = \frac{270000}{90} = 3000$

b. Ta có nếu  $\frac{a}{b} < 1$  thì  $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ )

---

$$A = \frac{2006^{2006} + 1}{2006^{2007} + 1} < \frac{2006^{2006} + 1 + 2005}{2006^{2007} + 2005 + 1} = \frac{2006^{2006} + 2006}{2006^{2007} + 2006} = \frac{2006(2006^{2005} + 1)}{2006(2006^{2006} + 1)} = \frac{2006^{2005} + 1}{2006^{2006} + 1} = B.$$

Vậy  $A < B$

**Bài 2**

a.  $C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}$

$$= 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + 2^6(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) + \dots + (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \cdot 2^{96}$$
$$= 2 \cdot 31 + 2^6 \cdot 31 + \dots + 2^{96} \cdot 31 = 31(2 + 2^6 + \dots + 2^{96}). \text{ Vậy } C \text{ chia hết cho } 31$$

b.  $C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100} \rightarrow 2C = 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{100} + 2^{101}$

Ta có  $2C - C = 2^{101} - 2 \rightarrow 2^{101} = 2^{2x-1} \rightarrow 2x - 1 = 101 \rightarrow 2x = 102 \rightarrow x = 51$

**Bài 3:**

Gọi số cần tìm là A:

$$A = 4q_1 + 3 = 17q_2 + 9 = 19q_3 + 13 \quad (q_1, q_2, q_3 \text{ thuộc } \mathbb{N})$$

$$\rightarrow A + 25 = 4(q_1 + 7) = 17(q_2 + 2) = 19(q_3 + 2)$$

$$\rightarrow A + 25 \text{ chia hết cho } 4; 17; 19 \rightarrow A + 25 = 1292k$$

$$\rightarrow A = 1292k - 25 = 1292(k + 1) + 1267$$

khi chia A cho 1292 dư 1267

**Bài 4**

Tổng số điểm của 10 lớp 6A là

$$(42 - 39) \cdot 1 + (39 - 14) \cdot 2 + (14 - 5) \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 100 \text{ (điểm 10)}$$

**Bài 5:** Có  $\frac{24 \times 25}{2} = 300$  đường thẳng. Với n điểm có  $\frac{n(n-1)}{2}$  đường thẳng

### **Đề số 5**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài 1.** Tính các giá trị của biểu thức.

a.  $A = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$



$$b. B = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{7} - \frac{3}{53})}{3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53}} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

$$c. C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

**Bài 2.** So sánh các biểu thức:

a.  $3^{200}$  và  $2^{300}$

b.  $A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717}$  với  $B = \frac{10}{17}$ .

**Bài 3.** Cho 1 số có 4 chữ số:  $*26*$ . Điền các chữ số thích hợp vào dấu (\*) để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho tất cả 4 số : 2; 3; 5; 9.

**Bài 4.** Tìm số tự nhiên n sao cho :  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  là số chính phương?

**Bài 5.** Hai xe ô tô khởi hành từ hai địa điểm A, B đi ngược chiều nhau. Xe thứ nhất khởi hành từ A lúc 7 giờ. Xe thứ hai khởi hành từ B lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB. Xe thứ nhất cần 2 giờ, xe thứ hai cần 3 giờ. Hỏi sau khi đi 2 xe gặp nhau lúc mấy giờ?

**Bài 6.** Cho góc xOy có số đo bằng  $120^\circ$ . Điểm A nằm trong góc xOy sao cho:  $\angle Aoy = 75^\circ$ . Điểm B nằm ngoài góc xOy mà  $\angle BOx = 135^\circ$ . Hỏi 3 điểm A, O, B có thẳng hàng không? Vì sao?

Câu 1 : Tính giá trị biểu thức :

a) Tổng :  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$  có 100 số hạng .

$$S = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (50 + 51) \text{ có } 50 \text{ cặp.}$$

$$= 50 \cdot 101 = 5050$$

$$b) A = -1 \frac{1}{5} \cdot \frac{4(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53})}{(3 + \frac{1}{3} - \frac{3}{37} - \frac{3}{53})} : \frac{4 + \frac{4}{17} + \frac{4}{19} + \frac{4}{2003}}{5 + \frac{5}{17} + \frac{5}{19} + \frac{5}{2003}}$$

$$\text{Ta có : } A = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003})}{5(1 + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{2003})} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4}{1} : \frac{4}{5} = -\frac{6}{5} \cdot \frac{4.5}{4} = -6$$

$$c) B = \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

$$\text{Ta có : } B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

2) Câu 2. So sánh .

a) Ta có :  $3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$  ;  $2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100}$

Vì  $9^{100} > 8^{100}$  Nên  $3^{200} > 2^{300}$

$$b) A = \frac{121212}{171717} + \frac{2}{17} - \frac{404}{1717} + \frac{121212 : 10101}{171717 : 10101} + \frac{2}{17} - \frac{404 : 101}{1717 : 101} \Rightarrow A = \frac{12}{17} + \frac{2}{17} - \frac{4}{17} = \frac{12 + 2 - 4}{17}$$

Vậy  $A = \frac{10}{17}$  hay  $A = B = \frac{10}{17}$

3) Bài 3. Để số có 4 chữ số  $\overline{*26*}$ , 4 chữ số khác nhau mà 4 chữ số  $\overline{*26*}$  chia hết cho cả 4 số 2; 5; 3; 9. Ta cần thỏa mãn : Số đó đảm bảo chia hết cho 2 nên số đó là số chẵn.

Số đó chia hết cho 5 nên số đó phải có chữ số tận cùng là số 0 hoặc 5. Số đó vừa chia hết cho 3 và 9. Nên số đó phải có tổng các chữ số chia hết cho 9.

Vậy : Chữ số tận cùng của số đó là 0  $\Rightarrow \overline{*260}$ . Chữ số đầu là số 1

Do đó số đã cho là 1260

Bài 4. Tìm số tự nhiên n. Mà  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  là bình phương của một số tự nhiên.

Xét :  $n = 1 \quad 1! = 1^2$

$n = 2 \Rightarrow 1! + 2! = 3$

$n = 3 \Rightarrow 1! + 2! + 3! = 9 = 3^2$

$n = 4 \Rightarrow 1! + 2! + 3! + 4! = 33$

Với  $n > 4$  thì  $n! = 1.2.3 \dots n$  là một số chẵn. Nên  $1! + 2! + \dots + n! = 33$  cộng với một số chẵn bằng số có chữ số tận cùng của tổng đó là chữ số 3. Nên nó không phải là số chính phương.

Vậy chỉ có hai giá trị  $n=1$  hoặc  $n=3$  thì  $1! + 2! + 3! + 4! + \dots + n!$  là số chính phương.

Bài 5

Giải

1 giờ xe thứ nhất đi được  $\frac{1}{2}$  quãng đường AB.

1 giờ xe thứ 2 đi được  $\frac{1}{3}$  quãng đường AB .

1 giờ cả 2 xe đi được  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  quãng đường AB.

Sau 10 phút =  $\frac{1}{6}$  giờ : Xe thứ nhất đi được  $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$  quãng đường AB.

Quãng đường còn lại là:

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \quad (\text{của AB})$$

Thời gian hai xe cùng đi quãng đường còn lại là:

$$\frac{11}{12} : \frac{5}{6} = \frac{11}{10} \text{ giờ} = 1 \text{ giờ } 6 \text{ phút.}$$

Hai xe gặp nhau lúc 7 giờ 10 phút + 1 giờ 6 phút = 8 giờ 16 phút .

Đáp án : 8 giờ 16 phút.

(0,25đ)

Bài 6. Hình học. (tự vẽ hình)

(2đ)

Vì :  $\angle xOy = 120^\circ$  ,  $\angle AOy = 75^\circ$ , điểm A nằm trong góc xOy nên tia OA nằm giữa hai tia Ox và Oy.

Ta có :  $\angle xOA = \angle xOy - \angle AOy = 120^\circ - 75^\circ = 45^\circ$

Điểm B có thể ở hai vị trí : B và B'.

(0,75đ)

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

+, Tại B thì tia OB nằm ngoài hai tia Ox, OA nên  $\widehat{BOx} + \widehat{xOA} = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ . Do đó  $\widehat{BOA} = \widehat{BOx} + \widehat{xOA} = 180^\circ$ . Nên 3 điểm A,O,B thẳng hàng. (0,75đ)

+, Còn tại B' thì:  $\widehat{xOB'} = 135^\circ < 180^\circ$ ,  $\widehat{AOB'} = \widehat{xOB'} - \widehat{xOA} = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ . Nên 3 điểm A,O, B' không thẳng hàng. (0,5đ)

### Đề số 6

Thời gian làm bài: 120'

Bài 1:(1,5đ)

Tìm x

a)  $5^x = 125$ ;

b)  $3^{2x} = 81$  ;

c)  $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

Bài 2: (1,5đ)

Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng:  $|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$

Bài 3: (1,5đ)

Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

a. Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương.

b. Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

c. Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 4: (2đ)

Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

Bài 5: (2đ)

Cho các số tự nhiên từ 1 đến 11 được viết theo thứ tự tùy ý sau đó đem cộng mỗi số với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được, bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Bài 6: (1,5đ)

Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng  $120^\circ$ . Chứng minh rằng:

a.  $\widehat{xOy} = \widehat{xOz} = \widehat{yOz}$

b. Tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại.

### Đáp án đề số 3

**Bài 1** (1,5đ)

a)  $5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$

b)  $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

c)  $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

$\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2.3 + 2.5^2$

$\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2.5$

$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2.5.5^3$

$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

**Bài 2.** Vì  $|a|$  là một số tự nhiên với mọi  $a \in \mathbb{Z}$  nên từ  $|a| < 5$  ta

$\Rightarrow |a| = \{0,1,2,3,4\}$ .

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

Nghĩa là  $a \in \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4\}$ . Biểu diễn trên trục số các số này đều lớn hơn -5 và nhỏ hơn 5 do đó  $-5 < a < 5$ .

### Bài 3.

a) Nếu a dương thì số liền sau cũng dương.

Ta có: Nếu a dương thì  $a > 0$  số liền sau a lớn hơn a nên cũng lớn hơn 0 nên là số dương

b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

Ta có: Nếu a âm thì  $a < 0$  số liền trước a nhỏ hơn a nên cũng nhỏ hơn 0 nên là số âm.

**Bài 4 (2đ).** Trong các số đã cho ít nhất có 1 số dương vì nếu trái lại tất cả đều là số âm thì tổng của 5 số bất kỳ trong chúng sẽ là số âm trái với giả thiết.

Tách riêng số dương đó còn 30 số chia làm 6 nhóm. Theo đề bài tổng các số của mỗi nhóm đều là số dương nên tổng của 6 nhóm đều là số dương và do đó tổng của 31 số đã cho đều là số dương.

**Bài 5 (2đ):** Vì có 11 tổng mà chỉ có thể có 10 chữ số tận cùng đều là các số từ 0, 1, 2, ..., 9 nên luôn tìm được hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau nên hiệu của chúng là một số nguyên có tận cùng là 0 và là số chia hết cho 10.

**Bài 6 (1,5đ).** Ta có:  $\widehat{xOy} = 60^\circ, \widehat{xOz} = 60^\circ$  và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz nên  $\widehat{yOz} = \widehat{yOx'} + \widehat{x'Oz} = 120^\circ$  vậy  $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = \widehat{zOx}$

Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz và  $\widehat{xOy} = \widehat{x'Oz}$  nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy, Oz.

Tương tự tia Oy' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân giác của góc xOz và xOy.

## Đề số 7

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1( 8 điểm )

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

a)  $57^{1999}$

b)  $93^{1999}$

2. Cho  $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$ . Chứng minh rằng A chia hết cho 5.

3. Cho phân số  $\frac{a}{b}$  ( $a < b$ ) cùng thêm m đơn vị vào tử và mẫu thì phân số mới lớn hơn hay bé hơn  $\frac{a}{b}$ ?

4. Cho số  $\overline{155*710*4*16}$  có 12 chữ số. chứng minh rằng nếu thay các dấu \* bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1,2,3 một cách tùy thì số đó luôn chia hết cho 396.

5. chứng minh rằng:

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

---

$$\text{a) } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} < \frac{1}{3}; \quad \text{b) } \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$$

Bài 2: (2 điểm)

Trên tia Ox xác định các điểm A và B sao cho OA = a(cm), OB = b (cm)

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết b < a

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho OM =  $\frac{1}{2}(a+b)$ .

### Đề số 8

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1:** (2đ)

Thay (\*) bằng các số thích hợp để

a)  $\overline{510^*}$ ;  $\overline{61^*16}$  chia hết cho 3.      b)  $\overline{261^*}$  chia hết cho 2 và chia 3 dư 1

**Câu 2:** (1,5đ) Tính tổng S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + 99.100

**Câu 3:** (3,5 đ) Trên con đường đi qua 3 địa điểm A; B; C (B nằm giữa A và C) có hai người đi xe máy Hùng và Dũng. Hùng xuất phát từ A, Dũng xuất phát từ B. Họ cùng khởi hành lúc 8 giờ để cùng đến C vào lúc 11 giờ cùng ngày. Ninh đi xe đạp từ C về phía A, gặp Dũng lúc 9 giờ và gặp Hùng lúc 9 giờ 24 phút. Biết quãng đường AB dài 30 km, vận tốc của Ninh bằng 1/4 vận tốc của Hùng. Tính quãng đường BC

**Câu 4:** (2đ) Trên đoạn thẳng AB lấy 2006 điểm khác nhau đặt tên theo thứ tự từ A đến B là A<sub>1</sub>; A<sub>2</sub>; A<sub>3</sub>; ...; A<sub>2004</sub>. Từ điểm M không nằm trên đoạn thẳng AB ta nối M với các điểm A; A<sub>1</sub>; A<sub>2</sub>; A<sub>3</sub>; ...; A<sub>2004</sub>; B. Tính số tam giác tạo thành

**Câu 5:**

(1đ) Tích của hai phân số là  $\frac{8}{15}$ . Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là  $\frac{56}{15}$ . Tìm hai phân số đó.

### Đáp án đề số 8

Câu 1

a) Để  $\overline{510^*}$ ;  $\overline{61^*16}$  chia hết cho 3 thì:

$$5 + 1 + 0 + * \text{ chia hết cho 3; từ đó tìm được } * \in \{0; 3; 6; 9\} \quad (1\text{đ})$$

b) Để  $\overline{261^*}$  chia hết cho 2 và chia 3 dư 1 thì:

$$* \text{ chẵn và } 2 + 6 + 1 + * \text{ chia 3 dư 1; từ đó tìm được } * = 4 \quad (1\text{đ})$$

Câu 2

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100$$

$$3.S = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100).3 \quad (0,5\text{đ})$$

$$= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 99.100.3$$

$$= 1.2.3 + 2.3.(4 - 1) + 3.4.(5 - 2) + \dots + 99.100.(101 - 98) \quad (0,5\text{đ})$$

$$= 1.2.3 - 1.2.3 + 2.3.4 - 2.3.4 + 3.4.5 - \dots - 98.99.100 + 99.100.101$$

$$S = 99.100.101 : 3 = 33.100.101 = 333300 \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 3

$$\text{Thời gian đi từ A đến C của Hùng là: } 11 - 8 = 3 \text{ (giờ)}$$

$$\text{Thời gian đi từ B đến C của Dũng là: } 11 - 8 = 3 \text{ (giờ)}$$

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

Quãng đường AB là 30 km do đó cứ 1 giờ khoảng cách của Hùng và Dũng bớt đi 10 km. Vì vậy lúc 9 giờ Hùng còn cách Dũng là 20 km, lúc đó Ninh gặp Dũng nên Ninh cũng cách Hùng 20 km.

Đến 9 giờ 24 phút, Ninh gặp Hùng do đó tổng vận tốc của Ninh và Hùng là:

$$20 : \frac{24}{60} = \frac{20 \cdot 60}{24} = 50(\text{km/h})$$

Do vận tốc của Ninh bằng  $\frac{1}{4}$  vận tốc của Hùng nên vận tốc của Hùng là:

$$[50 : (1 + 4)] \cdot 4 = 40 (\text{km/h})$$

Từ đó suy ra quãng đường BC là:

$$40 \cdot 3 - 30 = 90 (\text{km})$$

Đáp số: BC = 90 km

Câu 4: (2đ)

Trên đoạn thẳng AB có các điểm A; A<sub>1</sub>; A<sub>2</sub>; A<sub>3</sub>; ...; A<sub>2004</sub>; B do đó, tổng số điểm trên AB là 2006 điểm suy ra có 2006 đoạn thẳng nối từ M đến các điểm đó.

Mỗi đoạn thẳng (ví dụ MA) có thể kết hợp với 2005 đoạn thẳng còn lại và các đoạn thẳng tương ứng trên AB để tạo thành 2005 tam giác.

Do đó 2006 đoạn thẳng sẽ tạo thành  $2005 \cdot 2006 = 4022030$  tam giác (nhưng lưu ý là MA kết hợp với MA<sub>1</sub> để được 1 tam giác thì MA<sub>1</sub> cũng kết hợp với MA được 1 tam giác và hai tam giác này chỉ là 1)

Do đó số tam giác thực có là:  $4022030 : 2 = 2011015$

Câu 5: (1đ)

Tích của hai phân số là  $\frac{8}{15}$ . Thêm 4 đơn vị vào phân số thứ nhất thì tích mới là  $\frac{56}{15}$

suy ra tích mới hơn tích cũ là  $\frac{56}{15} - \frac{8}{15} = \frac{48}{15}$  đây chính là 4 lần phân số thứ hai. Suy ra

phân số thứ hai là  $\frac{48}{15} : 4 = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ .

Từ đó suy ra phân số thứ nhất là:  $\frac{8}{15} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$

**Đề số 9**

Thời gian làm bài 120 phút

**Câu 1:** (2 điểm) Cho biểu thức  $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$

a, Rút gọn biểu thức

b, Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

**Câu 2:** (1 điểm)

Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số  $\overline{abc}$  sao cho  $\overline{abc} = n^2 - 1$  và  $\overline{cba} = (n - 2)^2$

**Câu 3:** (2 điểm)

a. Tìm n để  $n^2 + 2006$  là một số chính phương

b. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi  $n^2 + 2006$  là số nguyên tố hay là hợp số.

**Câu 4:** (2 điểm)

a. Cho a, b, n  $\in \mathbb{N}^*$  Hãy so sánh  $\frac{a+n}{b+n}$  và  $\frac{a}{b}$

b. Cho  $A = \frac{10^{11}-1}{10^{12}-1}$ ;  $B = \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ . So sánh A và B.

**Câu 5:** (2 điểm)

---

Cho 10 số tự nhiên bất kỳ :  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ . Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 10.

**Câu 6:** (1 điểm)

Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng qui. Tính số giao điểm của chúng.

**Đáp án đề số 9**

**Câu 1:**

$$\text{Ta có: } A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1} = \frac{(a+1)(a^2 + a - 1)}{(a+1)(a^2 + a + 1)} = \frac{a^2 + a - 1}{a^2 + a + 1}$$

Điều kiện đúng  $a \neq -1$  (0,25 điểm).

Rút gọn đúng cho 0,75 điểm.

b. Gọi  $d$  là ước chung lớn nhất của  $a^2 + a - 1$  và  $a^2 + a + 1$  (0,25đ).

Vì  $a^2 + a - 1 = a(a+1) - 1$  là số lẻ nên  $d$  là số lẻ

Mặt khác,  $2 = [a^2 + a + 1 - (a^2 + a - 1)] : d$

Nên  $d = 1$  tức là  $a^2 + a + 1$  và  $a^2 + a - 1$  nguyên tố cùng nhau. (0,5đ)

Vậy biểu thức  $A$  là phân số tối giản. (0,25 điểm)

**Câu 2:**

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c = n^2 - 1 \quad (1)$$

$$\overline{cba} = 100c + 10b + c = n^2 - 4n + 4 \quad (2) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 99(a - c) = 4n - 5 \Rightarrow 4n - 5 : 99 \quad (3) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Mặt khác: } 100 \leq n^2 - 1 \leq 999 \Leftrightarrow 101 \leq n^2 \leq 1000 \Leftrightarrow 11 \leq n \leq 31 \Leftrightarrow 39 \leq 4n - 5 \leq 119 \quad (4) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow 4n - 5 = 99 \Rightarrow n = 26$$

$$\text{Vậy: } \overline{abc} = 675 \quad (0,25đ)$$

**Câu 3:** (2 điểm)

a) Giả sử  $n^2 + 2006$  là số chính phương khi đó ta đặt  $n^2 + 2006 = a^2$  ( $a \in \mathbb{Z}$ )  $\Leftrightarrow a^2 - n^2 = 2006 \Leftrightarrow (a-n)(a+n) = 2006$  (\*) (0,25 điểm).

+ Thấy : Nếu  $a, n$  khác tính chẵn lẻ thì vế trái của (\*) là số lẻ nên không thỏa mãn (\*) (0,25 điểm).

+ Nếu  $a, n$  cùng tính chẵn hoặc lẻ thì  $(a-n):2$  và  $(a+n):2$  nên vế trái chia hết cho 4 và vế phải không chia hết cho 4 nên không thỏa mãn (\*) (0,25 điểm).

Vậy không tồn tại  $n$  để  $n^2 + 2006$  là số chính phương. (0,25 điểm).

b)  $n$  là số nguyên tố  $> 3$  nên không chia hết cho 3. Vậy  $n^2$  chia hết cho 3 dư 1 do đó  $n^2 + 2006 = 3m + 1 + 2006 = 3m + 2007 = 3(m + 669)$  chia hết cho 3.

Vậy  $n^2 + 2006$  là hợp số. (1 điểm).

**Bài 4:** Mỗi câu đúng cho 1 điểm

Ta xét 3 trường hợp  $\frac{a}{b} = 1$  ;  $\frac{a}{b} > 1$  ;  $\frac{a}{b} < 1$  (0,5đ).



TH 1:  $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$  thì  $\frac{a+n}{b+n} = \frac{a}{b} = 1$ . (0,5đ).

TH 2:  $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow a + n > b + n$ .

Mà  $\frac{a+n}{b+n}$  có phần thừa so với 1 là  $\frac{a-b}{b+n}$ ;  $\frac{a}{b}$  có phần thừa so với 1 là  $\frac{a-b}{b}$ ,

vì  $\frac{a-b}{b+n} < \frac{a-b}{b}$  nên  $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$  (0,25đ).

TH3:  $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow a + n < b + n$ .

Khi đó  $\frac{a+n}{b+n}$  có phần bù tới 1 là  $\frac{b-a}{b+n}$ ,  $\frac{a}{b}$  có phần bù tới 1 là  $\frac{b-a}{b}$ ,

vì  $\frac{b-a}{b+n} < \frac{b-a}{b}$  nên  $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$  (0,25đ).

b) Cho  $A = \frac{10^{11}-1}{10^{12}-1}$ ;

rõ ràng  $A < 1$  nên theo a, nếu  $\frac{a}{b} < 1$  thì  $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b} \Rightarrow A < \frac{(10^{11}-1)+11}{(10^{12}-1)+11} = \frac{10^{11}+10}{10^{12}+10}$  (0,5đ).

Do đó  $A < \frac{10^{11}+10}{10^{12}+10} = \frac{10(10^{10}+1)}{10(10^{11}+1)} = \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$  (0,5điểm).

Vậy  $A < B$ .

**Bài 5: Lập dãy số .**

Đặt  $B_1 = a_1$ .

$B_2 = a_1 + a_2$  .

$B_3 = a_1 + a_2 + a_3$

.....

$B_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$  .

Nếu tồn tại  $B_i$  ( $i = 1,2,3...10$ ). nào đó chia hết cho 10 thì bài toán được chứng minh. ( 0,25 điểm).

Nếu không tồn tại  $B_i$  nào chia hết cho 10 ta làm như sau:

Ta đến  $B_i$  chia cho 10 sẽ được 10 số dư ( các số dư  $\in \{ 1,2,3...9\}$ ). Theo nguyên tắc Diriclé, phải có ít nhất 2 số dư bằng nhau. Các số  $B_m - B_n$ , chia hết cho 10 ( $m > n$ )  $\Rightarrow$  ĐPCM.

Câu 6: Mỗi đường thẳng cắt 2005 đường thẳng còn lại tạo nên 2005 giao điểm. Mà có 2006 đường thẳng  $\Rightarrow$  có : 2005x 2006 giao điểm. Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần  $\Rightarrow$  số giao điểm thực tế là:

$(2005 \times 2006) : 2 = 1003 \times 2005 = 2011015$  giao điểm.

**Đề số 10**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1:** Tính tổng  $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$

**Câu 2:** Tìm số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất sao cho:

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3}; \frac{b}{c} = \frac{12}{21}; \frac{c}{d} = \frac{6}{11}$$

**Câu 3:** Cho 2 dãy số tự nhiên 1, 2, 3, ..., 50

a) Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho ƯCLN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

b) Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho BCNN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 4:** Cho bốn tia OA, OB, OC, OD, tạo thành các góc AOB, BOC, COD, DOA không có điểm chung. Tính số đo của mỗi góc ấy biết rằng:  $\widehat{BOC} = 3\widehat{AOB}$ ;  $\widehat{COD} = 5\widehat{AOB}$ ;  $\widehat{DOA} = 6\widehat{AOB}$

**Đáp án đề số 10**

**Câu 1:** Ta có  $3A = 1 + 1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{99}$

Vậy:  $3A - A = (1 + 1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{99}) - (1/3 + 1/3^2 + \dots + 1/3^{100})$

$$2A = 1 - 1/3^{100} = (3^{100} - 1) / 3^{100}. \text{ Suy ra: } A = (3^{100} - 1) / 2 \cdot 3^{100}$$

**Câu 2:** Ta có  $12/21 = 4/7$ , các phân số  $3/5, 4/5, 6/11$  tối giản nên tồn tại các số tự nhiên k, l, m sao cho  $a = 3k, b = 5k, b = 4n, c = 7n, c = 6m, d = 11m$ .

Từ các đẳng thức  $5k = 4n$ , và  $7k = 6m$  ta có  $4n : 5$  và  $7n : 6$  mà  $(4,5) = 1; (7,6) = 1$

Nên  $n : 5, n : 6$  mặt khác  $(5,6) = 1$  do đó  $n : 30$

để các số tự nhiên a, b, c, d nhỏ nhất và phải khác 0, ta chọn n nhỏ nhất bằng 30 suy ra:  $k = 24, m = 35$ . Vậy  $a = 72, b = 120, c = 210, d = 385$ .

**Câu 3:** Gọi a và b là hai số bất kì thuộc dãy 1, 2, 3, ..., 50. Giả sử  $a > b$ .

a) Gọi d thuộc ƯC(a,b) thì  $a - b : d$  ta sẽ chứng minh  $d \leq 25$  thật vậy giả sử  $d > 25$  thì  $b > 25$  ta có  $a \leq 50$  mà  $b > 25$  nên  $0 < a - b < 25$ , không thể xảy ra

$a - b : d ; d = 25$  xảy ra khi  $a = 50; b = 25$

vậy hai số có ƯCLN đạt giá trị lớn nhất là 50 và 25

c)  $BCNN(a,b) \leq a \cdot b \leq 50 \cdot 49 = 2450$ .

Vậy hai số có BCNN đạt giá trị lớn nhất là 50 và 49

**Câu 4:** (Học sinh tự vẽ hình)

Ta thấy:  $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOD} > 180^\circ$

vì nếu trái lại thì góc AOD có điểm trong chung với ba góc kia. Đặt  $\widehat{AOB} = \alpha$

ta có:  $\widehat{AOB} + \widehat{BOC} + \widehat{AOD} + \widehat{COD} = 360^\circ \Rightarrow \alpha + 3\alpha + 5\alpha + 6\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 24^\circ$ .

$$\text{Vậy: } \widehat{AOB} = 24^\circ; \widehat{BOC} = 72^\circ; \widehat{COD} = 120^\circ; \widehat{DOA} = 144^\circ$$

**Đề số 11**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1:** (3đ).

a. Kết quả điều tra ở một lớp học cho thấy: Có 20 học sinh thích bóng đá, 17 học sinh thích bơi, 36 học sinh thích bóng chuyền, 14 học sinh thích đá bóng và bơi, 13 học

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

sinh thích bơi và bóng chuyền, 15 học sinh thích bóng đá và bóng chuyền, 10 học sinh thích cả ba môn, 12 học sinh không thích môn nào. Tính xem lớp học đó có bao nhiêu học sinh?

b. Cho số:  $A = 123456789101112 \dots\dots 585960$ .

- Số A có bao nhiêu chữ số?

- Hãy xóa đi 100 chữ số trong số A sao cho số còn lại là:

+ Nhỏ nhất

+ Lớn nhất

**Câu 2:** (2đ).

a. Cho  $A = 5 + 5^2 + \dots + 5^{96}$ . Tìm chữ số tận cùng của A.

b. Tìm số tự nhiên n để:  $6n + 3$  chia hết cho  $3n + 6$

**Câu 3:** (3đ).

a. Tìm một số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng khi chia số đó cho 3 dư 2, cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 10 dư 9.

b. Chứng minh rằng:  $11^{n+2} + 12^{2n+1}$  Chia hết cho 133.

**Câu 4:** (2đ). Cho n điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ 1 đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n?

-----

### Đáp án đề số 11

**Câu 1:** (3đ).

a. Vẽ được sơ đồ cho (1,5đ).

- Số học sinh thích đúng 2 môn bóng đá và bơi:  $14 - 10 = 4$  (hs)

- Số học sinh thích đúng hai môn bơi và bóng chuyền:  $13 - 10 = 3$  (hs).

- Số học sinh thích đúng hai môn bóng đá và bóng chuyền:  $15 - 10 = 5$  (hs)

- Số học sinh chỉ thích bóng đá:  $20 - (4 + 10 + 5) = 1$  (hs)

- Số học sinh chỉ thích bơi:  $17 - (4 + 10 + 3) = 0$  (hs).

- Số học sinh chỉ thích bóng chuyền:  $36 - (5 + 10 + 3) = 18$  (hs).

Vậy: Số học sinh của lớp là:  $1 + 0 + 18 + 4 + 10 + 5 + 3 + 12 + = 53$  (hs).

b. (1,5 đ)  $A = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ 12 \dots\dots 58\ 59\ 60$ .

\* Từ 1 đến 9 có : 9 chữ số

Từ 10 đến 60 có:  $51 \cdot 2 = 102$  chữ số.

Vậy: Số A có  $9 + 102 = 111$  chữ số. (0,5đ)

\* Nếu xóa 100 chữ số trong số A thì số A còn 11 chữ số. Trong số A có 6 chữ số 0 nhưng có 5 chữ số 0 đứng trước các chữ số 51 52 53 .... 58 59 60.

$\Rightarrow$  Trong số nhỏ nhất có 5 chữ số 0 đứng trước  $\Rightarrow$  số nhỏ nhất là số có 6 chữ số.

$\Rightarrow$  Số nhỏ nhất là  $00000123450 = 123450$  (0,5đ).

\* Trong số A có 6 chữ số 9. Nếu số lớn nhất có 6 chữ số 9 đứng liền nhau thì số đó là: 99999960

$\Rightarrow$  Số này chỉ có 8 chữ số không thỏa mãn.

$\Rightarrow$  Số lớn nhất chỉ có 5 chữ số 9 liền nhau số đó có dạng 99999....

$\Rightarrow$  Các chữ số còn lại 78 59 60. Vậy số lớn nhất: 99999785860.

**Câu 2:** (2,5đ).

a. (1,5đ).

$$\Rightarrow A = 5 + 5^2 + \dots + 5^{96} \Rightarrow 5A = 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{96} + 5^{97}$$

$$\Rightarrow 5A - A = 5^{97} - 5 \Rightarrow A = \frac{5^{97} - 5}{4}$$

Tacó:  $5^{97}$  có chữ số tận cùng là 5  $\rightarrow 5^{97} - 5$  có chữ số tận cùng là 0.

Vậy: Chữ số tận cùng của A là 0.

b. (1đ).

Có:  $6n + 3 = 2(3n + 6) - 9 \Rightarrow 6n + 3$  chia hết  $3n + 6$

$$\Rightarrow 2(3n + 6) - 9 \text{ chia hết } 3n + 6 \Rightarrow 9 \text{ chia hết } 3n + 6 \Rightarrow 3n + 6 = \pm 1 ; \pm 3 ; \pm 9$$

$3n + 6$	- 9	- 3	- 1	1	3	9
n	- 5	- 3	- 7/3	- 5/3	- 1	1

Vậy; Với  $n = 1$  thì  $6n + 3$  chia hết cho  $3n + 6$ .

**Câu 3:** (2,5đ).

a. (1đ).

Gọi số tự nhiên cần tìm là a ( $a > 0, a \in \mathbb{N}$ )

Theo bài ra ta có:

- a chia cho 3 dư 2  $\Rightarrow a - 2$  chia hết cho 3

- a chia cho 4 dư 3  $\Rightarrow a - 3$  chia hết cho 4

- a chia cho 5 dư 4  $\Rightarrow a - 4$  chia hết cho 5

- a chia cho 10 dư 9  $\Rightarrow a - 9$  chia hết cho 10

$$\Rightarrow a = \text{BCNN}(3, 4, 5, 10) = 60.$$

b. (1,5đ).

$$11^{n+2} + 12^{2n+1} = 121 \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n$$

$$= (133 - 12) \cdot 11^n + 12 \cdot 144^n = 133 \cdot 11^n + (144^n - 11^n) \cdot 12$$

Tacó:  $133 \cdot 11^n$  chia hết 133;  $144^n - 11^n$  chia hết  $(144 - 11)$

$$\Rightarrow 144^n - 11^n \text{ chia hết } 133 \Rightarrow 11^{n+1} + 12^{2n+1}$$

**Câu 4:** (2đ).

Số đường thẳng vẽ được qua n điểm:  $\frac{n(n-1)}{2} = 105$

$$\Rightarrow n \cdot (n - 1) = 210 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = 10 \cdot 14$$

$$\Rightarrow n \cdot (n - 1) = 6 \cdot 35 = 15 \cdot 14.$$

Vì n và n - 1 là 2 số tự nhiên liên tiếp nên:  $n = 14$

Vậy  $n = 14$ .

### **Đề số 12**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Bài 1:** (2,25 điểm) Tìm x biết

a)  $x + \frac{1}{5} = \frac{7}{25}$       b)  $x - \frac{4}{9} = \frac{5}{11}$       c)  $(x - 32).45 = 0$

**Bài 2:**(2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

$A = 11 + 12 + 13 + 14 + \dots + 20.$        $B = 11 + 13 + 15 + 17 + \dots + 25.$

$C = 12 + 14 + 16 + 18 + \dots + 26.$

**Bài 3:**(2,25 điểm) Tính:

$A = \frac{5}{11.16} + \frac{5}{16.21} + \frac{5}{21.26} + \dots + \frac{5}{61.66}$        $B = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

$C = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1989.1990} + \dots + \frac{1}{2006.2007}$

**Bài 4:**(1 điểm)

Cho:  $A = \frac{10^{2001} + 1}{10^{2002} + 1};$        $B = \frac{10^{2002} + 1}{10^{2003} + 1}.$       Hãy so sánh A và B.

**Bài 5:**(2,25 điểm)

Cho đoạn thẳng AB dài 7cm. Trên tia AB lấy điểm I sao cho AI = 4 cm. Trên tia BA lấy điểm K sao cho BK = 2 cm.

- c) Hãy chứng tỏ rằng I nằm giữa A và K.  
d) Tính IK.

**Đáp án đề số 12**

**Bài 1:**(2,25 điểm)

a)  $x = \frac{7}{25} - \frac{1}{5} = \frac{2}{25};$       b)  $x = \frac{5}{11} - \frac{4}{9} = \frac{45 + 44}{99} = \frac{89}{99};$       c)  $x = 32$

**Bài 2:**(2,25 điểm) Tính tổng sau bằng cách hợp lý nhất:

a)  $A = (11 + 20) + (12 + 19) + (13 + 18) + (14 + 17) + (15 + 16)$   
 $= 31 + 31 + 31 + 31 + 31 = 31.5 = 155$

b)  $B = (11+25)+(13+23)+(15 + 21)+(17 +19) = 36.4 = 144.$

c)  $C = (12 +26)+(14+24)+(16 +22)+(18 +20) = 38.4 = 152.$

**Bài 3:**(2,25 điểm) Tính:

$A = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{26} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{66} = \frac{1}{11} - \frac{1}{66} = \frac{5}{66}$

$B = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$

$C = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1989} - \frac{1}{1990} + \dots + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2007} = 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$

**Bài 4:**(1 điểm)

Ta có:  $10A = \frac{10^{2002} + 10}{10^{2002} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2002} + 1}$       (1)

Tương tự:  $10B = \frac{10^{2003} + 10}{10^{2003} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2003} + 1}$       (2)

Từ (1) và (2) ta thấy:  $\frac{9}{10^{2002} + 1} > \frac{9}{10^{2003} + 1} \Rightarrow 10A > 10B \Rightarrow A > B$

**Bài 5:**(2,25 điểm)



- a) Trên tia BA ta có  $BK = 2$  cm.  $BA = 7$  cm nên  $BK < BA$  do đó điểm K nằm giữa A và B. Suy ra  $AK + KB = AB$  hay  $AK + 2 = 7 \Rightarrow AK = 5$  cm. Trên tia AB có điểm I và K mà  $AI < AK$  (và  $4 < 5$ ) nên điểm I nằm giữa A và K
- b) Do I nằm giữa A và K nên  $AI + IK = AK$ . Hay  $4 + IK = 5 \Rightarrow IK = 5 - 4 = 1$ .

**Đề số 13**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Bài 1:** ( 3 điểm)

- a. Chứng tỏ rằng tổng sau không m chia hết cho 10:

$$A = 405^n + 2^{405} + m^2 \quad (m, n \in \mathbb{N}; n \neq 0)$$

- b. Tìm số tự nhiên n để các biểu thức sau là số tự nhiên:

$$B = \frac{2n+2}{n+2} + \frac{5n+17}{n+2} - \frac{3n}{n+2}$$

- c. Tìm các chữ số x, y sao cho:  $C = \overline{x1995y}$  chia hết cho 55

**Bài 2** (2 điểm)

- a. Tính tổng:  $M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$

- b. Cho  $S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14}$ . Chứng minh rằng:  $1 < S < 2$

**Bài 3** ( 2 điểm)

Hai người đi mua gạo. Người thứ nhất mua gạo nếp, người thứ hai mua gạo tẻ. Giá gạo tẻ rẻ hơn giá gạo nếp là 20%. Biết khối lượng gạo tẻ người thứ hai mua nhiều hơn khối lượng gạo nếp là 20%. Hỏi người nào trả tiền ít hơn? ít hơn mấy % so với người kia?

**Bài 4** ( 3 điểm)

Cho 2 điểm M và N nằm cùng phía đối với A, nằm cùng phía đối với B. Điểm M nằm giữa A và B. Biết  $AB = 5$  cm;  $AM = 3$  cm;  $BN = 1$  cm. Chứng tỏ rằng:

- Bốn điểm A, B, M, N thẳng hàng
- Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB
- Vẽ đường tròn tâm N đi qua B và đường tròn tâm A đi qua N, chúng cắt nhau tại C, tính chu vi của  $\triangle CAN$ .

**Đáp án đề số 13**

**Bài 1** (3 điểm)

- a. (1 điểm)

Ta có  $405^n = \dots 5$  ( 0,25 điểm)

$$2^{405} = 2^{404} \cdot 2 = (\dots 6) \cdot 2 = \dots 2 \quad (0,25đ)$$

$m^2$  là số chính phương nên có chữ số tận cùng khác 3.

Vậy A có chữ số tận cùng khác không  $\Rightarrow A : 10$

- b. ( 1 điểm)

$$B = \frac{2n+9}{n+2} + \frac{5n+17}{n+2} - \frac{3n}{n+2} = \frac{2n+9+5n+17-3n}{n+2} = \frac{4n+26}{n+2} \quad (0,25đ)$$

$$B = \frac{4n+26}{n+2} = \frac{4(n+2)+18}{n+2} = 4 + \frac{18}{n+2} \quad (0,25đ)$$

Để B là số tự nhiên thì  $\frac{18}{n+2}$  là số tự nhiên

$$\Rightarrow 18 : (n+2) \Rightarrow n+2 \in \mathcal{U}(18) = \{1;2;3;6;9;18\} \quad (0,25đ)$$

$$+, \quad n+2=1 \Leftrightarrow n=-1 \text{ (loại)}$$

$$+, \quad n+2=2 \Leftrightarrow n=0$$

$$+, \quad n+2=3 \Leftrightarrow n=1$$

$$+, \quad n+2=6 \Leftrightarrow n=4$$

$$+, \quad n+2=9 \Leftrightarrow n=7$$

$$+, \quad n+2=18 \Leftrightarrow n=16$$

$$\text{Vậy } n \in \{0;1;4;7;16\} \text{ thì } B \in \mathbb{N} \quad (0,25đ)$$

c. (1 điểm)

$$\text{Ta có } 55 = 5 \cdot 11 \text{ mà } (5; 1) = 1 \quad (0,25đ)$$

$$\text{Do đó } C = \overline{x1995y}: 55 \Leftrightarrow \begin{cases} C:5 & (1) \\ C:11 & (2) \end{cases} \quad (0,25đ)$$

$$(1) \Rightarrow y = 0 \text{ hoặc } y = 5$$

$$+, \quad y=0 : (2) \Rightarrow x+9+5 - (1+9+0) : 11 \Rightarrow x=7 \quad (0,25đ)$$

$$+, \quad y=5 : (2) \Rightarrow x+9+5 - (1+9+5) : 11 \Rightarrow x=1 \quad (0,25đ)$$

**Bài 2 (2 điểm)**

a. (1 điểm)

$$M = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400} = \frac{5}{4 \cdot 7} + \frac{5}{7 \cdot 10} + \frac{5}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{5}{25 \cdot 28} \quad (0,25đ)$$

$$= \frac{5}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right) \quad (0,25đ)$$

$$= \frac{5}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right) = \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{28} = \frac{5}{14} \quad (0,5đ)$$

b. (1 điểm)

$$S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} > \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} + \frac{3}{15} \Rightarrow S > \frac{15}{15} = 1 \quad (1) \quad (0,5đ)$$

$$S = \frac{3}{10} + \frac{3}{11} + \frac{3}{12} + \frac{3}{13} + \frac{3}{14} < \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \Rightarrow S < \frac{15}{10} < \frac{20}{10} = 2 \quad (2) \quad (0,5đ)$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow 1 < S < 2$

**Bài 3:**

Gọi giá gạo nếp là a (đồng/kg) ; khối lượng gạo nếp đã mua là b (kg) (0,25đ)

Suy ra giá gạo tẻ là  $\frac{80}{100} \cdot a$  ; khối lượng gạo tẻ đã mua là  $\frac{120}{100} \cdot b$  (0,25đ)

## Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông

Số tiền người thứ nhất phải trả là  $a.b$  (đồng) (0,25đ)

Số tiền người thứ hai phải trả là  $\frac{80}{100}.a.\frac{120}{100}.b. = \frac{96}{100} a.b$  (0,75đ)

Vậy người thứ hai trả ít tiền hơn người thứ nhất. Tỷ lệ % ít hơn là:

$$\left(a.b - \frac{96}{100}.a.b\right) : a.b = 4\% \quad (0,5đ)$$

### Bài 4

Vẽ hình chính xác (0,5 điểm)

a. Bốn điểm A, B, M, N thẳng hàng vì chúng cùng nằm trên đường thẳng MN (0,5 điểm)

b. (1 điểm)

$$BM = AB - AM = 2 \text{ (cm)} \quad (0,25đ)$$

M, N  $\in$  tia AB mà  $BM > BN$  ( $2 > 1$ )  $\Rightarrow$  N nằm giữa B và M. (0,25đ)

$$MN = BM - BN = 1 \text{ cm} = BN. \Rightarrow N \text{ là đường trung điểm của BM.} \quad (0,5đ).$$

c. Đường tròn tâm N đi qua B nên  $CN = NB = 1 \text{ cm}$  (0,25đ)

Đường tròn tâm A đi qua N nên  $AC = AN = AM + MN = 4 \text{ cm}$  (0,25đ)

$$\text{Chu vi } \triangle CAN = AC + CN = NA = 4 + 4 + 1 = 9 \text{ (cm)} \quad (0,5đ)$$

### Đề số 14

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Bài 1** (2 điểm): a) Tìm x biết:  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$     b) Tìm x, y  $\in \mathbb{N}$  biết  $2^x + 624 = 5^y$

**Bài 2** (2 điểm):

a) So sánh:  $\frac{-22}{45}$  và  $\frac{-51}{103}$     b) So sánh:  $A = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1}$  và  $B = \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2}$

**Bài 3** (2 điểm):

Tìm số tự nhiên có 3 chữ số, biết rằng khi chia số đó cho các số 25 ; 28 ; 35 thì được các số dư lần lượt là 5 ; 8 ; 15.

**Bài 4** (2 điểm):

Ba máy bơm cùng bơm vào một bể lớn, nếu dùng cả máy một và máy hai thì sau 1 giờ 20 phút bể sẽ đầy, dùng máy hai và máy ba thì sau 1 giờ 30 phút bể sẽ đầy còn nếu dùng máy một và máy ba thì bể sẽ đầy sau 2 giờ 24 phút. Hỏi nếu mỗi máy bơm được dùng một mình thì bể sẽ đầy sau bao lâu?

**Bài 5** (2 điểm): Cho góc tù xOy. Bên trong góc xOy, vẽ tia Om sao cho góc xOm bằng  $90^\circ$  và vẽ tia On sao cho góc yOn bằng  $90^\circ$ .

c) Chứng minh góc xOn bằng góc yOm.

d) Gọi Ot là tia phân giác của góc xOy. Chứng minh Ot cũng là tia phân giác của góc mOn.

.....



**Đáp án đề số 14**

**Bài 1 (2 điểm):**

a)- Từ giả thiết ta có:  $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}$  (1) (0,25đ)

$$x - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \text{ hoặc } x - \frac{1}{3} = -\frac{1}{2} \quad (0,25đ)$$

- Từ đó tìm ra kết quả  $x = \frac{5}{6}$ ;  $x = -\frac{1}{6}$  (0,5đ)

b) Nếu  $x = 0$  thì  $5^y = 2^0 + 624 = 1 + 624 = 625 = 5^4 \Rightarrow y = 4$  ( $y \in \mathbb{N}$ ) (0,5đ)

Nếu  $x \neq 0$  thì vế trái là số chẵn, vế phải là số lẻ với mọi  $x, y \in \mathbb{N}$ : vô lý (0,25đ)

Vậy:  $x = 0, y = 4$  (0,25đ)

**Bài 2 (2 điểm):**

a)  $\frac{22}{45} < \frac{22}{44} = \frac{1}{2} = \frac{51}{102} < \frac{51}{101} \Rightarrow \frac{22}{45} < \frac{51}{101} \Rightarrow \frac{-22}{45} > \frac{-51}{101}$  (1đ)

b)  $B = \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2} < 1 \Rightarrow B = \frac{2009^{2010} - 2}{2009^{2011} - 2} < \frac{2009^{2010} - 2 + 2011}{2009^{2011} - 2 + 2011} = \frac{2009^{2010} + 2009}{2009^{2011} + 2009}$   
 $= \frac{2009(2009^{2009} + 1)}{2009(2009^{2010} + 1)} = \frac{2009^{2009} + 1}{2009^{2010} + 1} = A$ . Vậy:  $A > B$  (1đ)

**Bài 3 (2 điểm):**

Gọi số tự nhiên phải tìm là  $x$ .

- Từ giả thiết suy ra  $(x + 20):25$  và  $(x + 20):28$  và  $(x + 20):35 \Rightarrow x + 20$  là bội chung của 25; 28 và 35. (0,5đ)

- Tìm được BCNN (25; 28; 35) = 700 suy ra  $(x + 20) = k \cdot 700$  ( $k \in \mathbb{N}$ ). (0,5đ)

- Vì  $x$  là số tự nhiên có ba chữ số suy ra  $x \leq 999 \Rightarrow x + 20 \leq 1019 \Rightarrow k = 1$  (0,5đ)  
 $\Rightarrow x + 20 = 700 \Rightarrow x = 680$ . (0,5đ)

**Bài 4 (2 điểm):**

Máy một và máy hai bơm 1 giờ 20 phút hay  $\frac{4}{3}$  giờ đầy bể nên một giờ máy một và

hai bơm được  $\frac{3}{4}$  bể. (0,25đ)

Máy hai và máy ba bơm 1 giờ 30 phút hay  $\frac{3}{2}$  giờ đầy bể nên một giờ máy hai và ba

bơm được  $\frac{2}{3}$  bể. (0,25đ)

Máy một và máy ba bơm 2 giờ 24 phút hay  $\frac{12}{5}$  giờ đầy bể nên một giờ máy một và ba

bơm được  $\frac{5}{12}$  bể. (0,25đ)

⇒ Một giờ cả ba máy bơm  $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{5}{12}\right) : 2 = \frac{11}{12}$  bể. (0,25đ)

Một giờ: máy ba bơm được  $\frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$  bể. Máy ba bơm một mình 6 giờ đầy bể (0,25đ)

máy một bơm được  $\frac{11}{12} - \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$  bể ⇒ Máy một bơm một mình 4 giờ đầy bể (0,25đ)

máy hai bơm được  $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{1}{2}$  bể ⇒ Máy hai bơm một mình 2 giờ đầy bể (0,25 đ)

Kết luận

(0,25 đ)

**Bài 4** (2 điểm): Hình vẽ (0,25đ)

a) Lập luận được:  $\widehat{xOm} + \widehat{mOy} = \widehat{xOy}$  hay:  $90^\circ + \widehat{mOy} = \widehat{xOy}$  (0,25đ)

$\widehat{yOn} + \widehat{nOx} = \widehat{xOy}$  hay:  $90^\circ + \widehat{nOx} = \widehat{xOy}$  (0,2đ)

$\widehat{xOn} = \widehat{yOm}$  (0,25 đ)

b) Lập luận được:  $\widehat{xOt} = \widehat{tOy}$  (0,25đ)

$\widehat{xOt} = \widehat{xOn} + \widehat{nOt}$  (0,25đ)

$\widehat{tOy} = \widehat{yOm} + \widehat{mOt}$  (0,25đ)

$\widehat{nOt} = \widehat{mOt}$  (0,25đ)

Ot là tia phân giác của góc mOn

**ĐỀ SỐ 15**

*Thời gian làm bài: 120 phút.*

**Bài 1:** (6,0 điểm). Tính nhanh:

a)  $A = \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \dots + \frac{3^2}{97.100}$

b)  $B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225$

c)  $M = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}}{3^{2014} - 3}$

d)  $D = \frac{2}{20} + \frac{2}{30} + \frac{2}{42} + \frac{2}{56} + \frac{2}{72} + \frac{2}{90}$

**Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông**

e) So sánh:  $N = \frac{5}{10^{2005}} + \frac{11}{10^{2006}}$  và  $M = \frac{11}{10^{2005}} + \frac{5}{10^{2006}}$

**Bài 2:** (3,0 điểm) Cho  $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$ .

- a) Chứng minh rằng S là bội của -20.
- b) Tính S, từ đó suy ra  $3^{100}$  chia cho 4 dư 1.

**Bài 3:** (5,0 điểm).

- d) Tìm hai số tự nhiên biết tổng của chúng bằng 504 và UCLN của chúng bằng 42
- e) Tìm  $a \in \mathbb{N}$  để  $a + 1$  là bội của  $a - 1$
- f) Cho  $K = 10^{28} + 8$ . Chứng minh rằng K chia hết cho 72

**Bài 4:** (4,0 điểm). Trên đường thẳng AM lấy một điểm O (O nằm giữa A và M). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AM vẽ các tia OB, OC sao cho: góc MOC =  $115^\circ$ ; góc BOC =  $70^\circ$ . Trên nửa mặt phẳng đối diện dựng tia OD (D không cùng nằm trong nửa mặt phẳng với B,C qua bờ là AM) sao cho góc AOD =  $45^\circ$ .

- a) Tia OB nẳm giữa hai tia OM, OC khụng? vớ sao?
- b) Tớnh gúc MOB và gúc AOC ?
- c) Chẳng tỏ rẳng 3 ẳm D, O, B thẳng hàng.

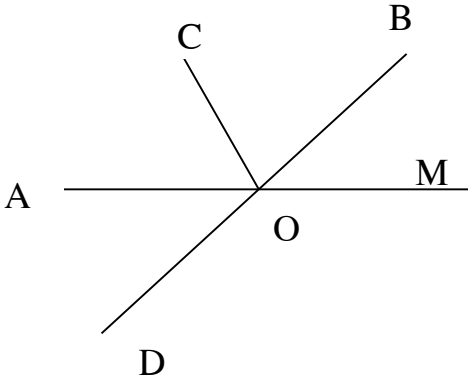
**Bài 5:** (2,0 điểm). Trong một cuộc thi có 50 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, còn trả lời sai bị trừ 15 điểm. Một học sinh được tất cả 650 điểm. Hỏi bạn đó trả lời được mấy câu đúng ?

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh: .....

**(Thí sinh không được sử dụng máy tính bỏ túi)**

Nội dung	Điểm
<b>Bài 1 (6,0 điểm)</b>	
$A = \frac{3^2}{1.4} + \frac{3^2}{4.7} + \frac{3^2}{7.10} + \dots + \frac{3^2}{97.100} = 3 \cdot \left( \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{97.100} \right)$ $= 3 \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{100} \right) = 3 \cdot \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{100} \right) = 3 \cdot \frac{99}{100} = \frac{297}{100}$	2.0
b) $B = (-528) + (-12) + (-211) + 540 + 2225$ $B = (-528 + (-12) + 540) + (-211 + 211) + 2014$ . Vậy $B = 2014$	2.0
c) $M = \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}}{3^{2014} - 3}$ - Đặt $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2012}$ - Tính được $A = 3^{2013} - 1$	1.0
- Đặt $B = 3^{2014} - 3$ - Tính được $B = 3 \cdot (3^{2013} - 1)$	0.5
- Tính được $M = \frac{1}{3}$	0.5
<b>Bài 2</b>	3 điểm

**Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông**

Nội dung	Điểm
Tổng S có 100 số hạng chia thành 25 nhóm, mỗi nhóm có 4 số hạng : $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$ $= (1 - 3 + 3^2 - 3^3) + (3^4 - 3^5 + 3^6 - 3^7) + \dots + (3^{96} - 3^{97} + 3^{98} - 3^{99})$	1 □
$= (-20) + 3^4(-20) + \dots + 3^{96}(-20) : -20$ Vậy S : -20	1 □
b) $S = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{98} - 3^{99}$ $3S = 3 - 3^2 + 3^3 - 3^4 + \dots + 3^{99} - 3^{100}$	0.5 □
Cộng từng vế của 2 đẳng thức ta được : $3S + S = (3+1)S = 4S = \frac{1-3^{100}}{4}$ S là một số nguyên nên $1 - 3^{100} : 4$ hay $3^{100} - 1 : 4 \Rightarrow 3^{100}$ chia cho 4 dư 1	0.5□
<b>Bài 3a)</b> gọi a,b là hai số cần tìm $a, b \in \mathbb{N}^*, a > b, a = 42a', b = 42b'$ trong đó $a', b' \in \mathbb{N}^* [a', b'] = 1$ vì $a > b$ nên $a' > b'$	0.5□
$a+b=504$ suy ra $a'+b' = 12$ có các cặp $a', b'$ thỏa mãn là (11;1);(7;5) suy ra các cặp số thỏa mãn bài toán là (462;42); (294;210)	0.5□
b) Để $a+1$ là bội của $a-1$ nên thì $\frac{n+1}{n-1}$ là số nguyên $\frac{n+1}{n-1} = 1 + \frac{2}{n-1}$	2 □
$a-1 = \{-1, 1, 2\}$ nên $a = \{0, 2, 3\}$	2 □
c) Lập luận được K chia hết cho 9 vì tổng các chữ số là 9 và chia hết cho 8 vì ba chữ số tận cùng là 008. Vậy K chia hết cho 72	
<b>Bài 4</b>	4 □□□m
a) Nếu OB nằm giữa 2 tia OA, OC thì ta có : $\widehat{MOC} + \widehat{EOB} = \widehat{MOB}$ $\Rightarrow \widehat{MOB} = 185^\circ > 180^\circ$ (vô lý) Vậy OB nằm giữa 2 tia OM, OC.	1.0□
	
b) Do tia OB nằm giữa 2 tia OM, OC nên : $\widehat{MOB} + \widehat{BOC} = \widehat{MOC}$	0.5□
$\Rightarrow \widehat{MOB} = \widehat{MOC} - \widehat{BOC} = 115^\circ - 70^\circ = 45^\circ$	0.5□

**Trung tâm Luyện thi AMAX – Hà Đông**

Nội dung	Điểm
Hai góc $\widehat{AOC}$ , $\widehat{COM}$ là 2 góc kề bù nên : $\widehat{AOC} + \widehat{COM} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AOC} = 180^\circ - \widehat{COM} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$	0.5□
c) Hai góc $\widehat{AOB}$ và $\widehat{BOM}$ là 2 góc kề bù $\Rightarrow \widehat{AOB} + \widehat{BOM} = 180^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AOB} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$	0.5□
Hai góc $\widehat{DOA}$ và $\widehat{AOB}$ là góc có cạnh chung OA. Còn 2 cạnh OD, OB nằm trong 2 nửa mặt phẳng đối nhau bờ AM nên : $\widehat{DOA} + \widehat{AOB} = 45^\circ + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow OD, OB$ là 2 tia đối nhau. $\Rightarrow D, O, B$ thẳng hàng.	0.5□
<b><u>Bài 5.</u></b> Nếu bạn đó trả lời được 50 câu thì tổng số điểm là $50 \times 20 = 1.000$ (điểm) Nhưng bạn chỉ được 650 điểm còn thiếu $1.000 - 650 = 350$ (điểm). Thiếu 350 điểm vì trong số 50 câu bạn đã trả lời sai một số câu. Giữa câu trả lời đúng và trả lời sai chênh lệch nhau $20 + 15 = 35$ (điểm). Do đó câu trả lời sai của bạn là $350:35 = 10$ (câu) Vậy số câu bạn đã trả lời đúng là $50 - 10 = 40$ (câu)	(0,25 đ)2