

CHUYÊN ĐỀ: DÃY CÁC SỐ NGUYÊN VÀ PHÂN SỐ VIẾT THEO QUY LUẬT

Dạng 1: Sử dụng công thức tổng quát $\frac{n}{a(a+n)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+n}$

Bài 1.1: Tính

a) $A = \frac{3}{5.8} + \frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \dots + \frac{3}{2006.2009}$ c)

$$C = \frac{10}{7.12} + \frac{10}{12.17} + \frac{10}{17.22} + \dots + \frac{10}{502.507}$$

b) $B = \frac{1}{6.10} + \frac{1}{10.14} + \frac{1}{14.18} + \dots + \frac{1}{402.406}$ d)

$$D = \frac{4}{8.13} + \frac{4}{13.18} + \frac{4}{18.23} + \dots + \frac{4}{253.258}$$

Bài 1.2: Tính

a) $A = \frac{1}{2.9} + \frac{1}{9.7} + \frac{1}{7.19} + \dots + \frac{1}{252.509}$ b)

$$B = \frac{1}{10.9} + \frac{1}{18.13} + \frac{1}{26.17} + \dots + \frac{1}{802.405}$$

c) $C = \frac{2}{4.7} - \frac{3}{5.9} + \frac{2}{7.10} - \frac{3}{9.13} + \dots + \frac{2}{301.304} - \frac{3}{401.405}$

Bài 1.3: Tìm số tự nhiên x, thỏa mãn

a) $\frac{x}{2008} - \frac{1}{10} - \frac{1}{15} - \frac{1}{21} - \dots - \frac{1}{120} = \frac{5}{8}$ c)

$$\frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \dots + \frac{1}{(2x+1)(2x+3)} = \frac{15}{93}$$

b) $\frac{7}{x} + \frac{4}{5.9} + \frac{4}{9.13} + \frac{4}{13.17} + \dots + \frac{4}{41.45} = \frac{29}{45}$

Bài 1.4: Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n khác 0 ta đều có

a) $\frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{6n+4}$

b) $\frac{5}{3.7} + \frac{5}{7.11} + \frac{5}{11.15} + \dots + \frac{5}{(4n-1)(4n+3)} = \frac{5n}{4n+3}$

Bài 1.5: Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}$; $n \geq 2$ ta có

$$\frac{3}{9.14} + \frac{3}{14.19} + \frac{3}{19.24} + \dots + \frac{3}{(5n-1)(5n+4)} < \frac{1}{5}$$

Bài 1.6: Cho $A = \frac{4}{15.19} + \frac{4}{19.23} + \dots + \frac{4}{399.403}$. Chứng minh $\frac{16}{81} < A < \frac{16}{80}$

Bài 1.7: Cho dãy số $\frac{2}{4.11}; \frac{2}{11.18}; \frac{2}{18.25}; \dots$

a) Tìm số hạng tổng quát của dãy

b) Gọi S là tổng của 100 số hạng đầu tiên của dãy. Tính S.

Bài 1.8: Cho $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{9^2}$. Chứng minh $\frac{2}{5} < A < \frac{8}{9}$

Bài 1.9: Cho $A = \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \dots + \frac{2}{2007^2}$. Chứng minh $A < \frac{1003}{2008}$

Bài 1.10: Cho $B = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{2006^2}$. Chứng minh $B < \frac{334}{2007}$

Bài 1.11: Cho $S = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{9^2} + \dots + \frac{1}{409^2}$. Chứng minh $S < \frac{1}{2}$

Bài 1.12: Cho $A = \frac{9}{5^2} + \frac{9}{11^2} + \frac{9}{17^2} + \dots + \frac{9}{305^2}$. Chứng minh $A < \frac{3}{4}$

Bài 1.13: Cho $B = \frac{8}{9} + \frac{24}{25} + \frac{48}{49} + \dots + \frac{200.202}{201^2}$. Chứng minh $B > 99,75$

Bài 1.14: Cho $A = \frac{11}{9} + \frac{18}{16} + \frac{27}{25} + \dots + \frac{1766}{1764}$. Chứng minh $40\frac{20}{43} < A < 40\frac{20}{21}$

Bài 1.15: Cho $B = \frac{2^2}{1.3} + \frac{3^2}{2.4} + \frac{4^2}{3.5} + \frac{5^2}{4.6} + \dots + \frac{99^2}{98.100}$. Tìm phần nguyên của B

Bài 1.16: Cho $C = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{2499}{2500}$. Chứng minh $C > 48$

Bài 1.17: Cho $M = \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+59}$. Chứng minh $M < \frac{2}{3}$

Bài 1.18: Cho $N = \frac{1.4}{2.3} + \frac{2.5}{3.4} + \frac{3.6}{4.5} + \dots + \frac{98.101}{99.100}$. Chứng minh $97 < N < 98$