

CHỦ ĐỀ 5. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng:

Cho 2 mp $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

$$\checkmark (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$$

$$\checkmark (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$\checkmark (\alpha) \text{ cắt } (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \vee \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \vee \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$$

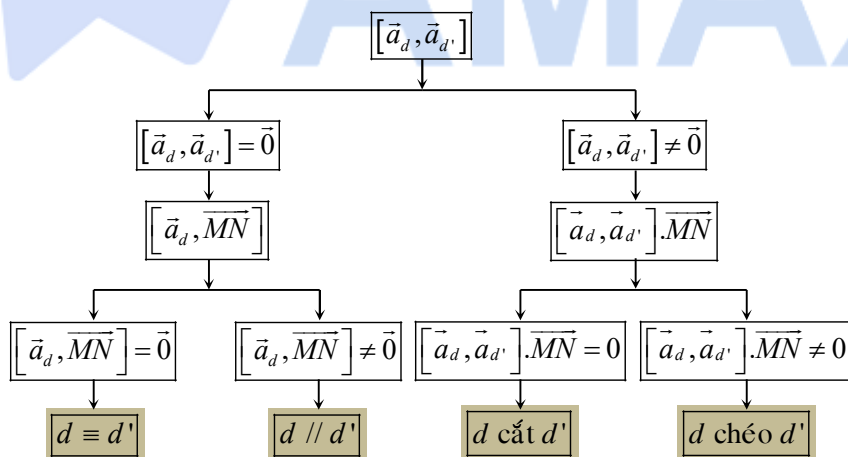
$$\text{Đặc biệt: } (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 = 0$$

2. Vị trí tương đối của 2 hai đường thẳng:

Cho 2 đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ qua M , có VTCP \vec{a}_d

$$d': \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases} \text{ qua } N, \text{ có VTCP } \vec{a}_{d'}$$

• Cách 1:



• Cách 2:

Xé hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a'_1t' \\ y_0 + a_2t = y'_0 + a'_2t' \quad (*) \\ z_0 + a_3t = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$$

✓ Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ và d' cắt nhau

✓ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow d$ và d' song song hoặc chéo nhau

✓ Hệ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d$ và d' trùng nhau

⚠ Lưu ý: Chỉ sử dụng cách này khi cần xác định giao điểm của d và d' .

🔍 **Chú ý:**

✓ d song song $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases}$

✓ d trùng $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \in d' \end{cases}$

✓ d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \text{ không cùng phương } \vec{a}_{d'} \\ [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \vec{MN} = 0 \end{cases}$

✓ d chéo $d' \Leftrightarrow [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \vec{MN} \neq 0$

3. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + a_2t & (2) \\ z = z_0 + a_3t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} (*)$

✓ (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α)

✓ (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$

✓ (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$

4. Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng:

Cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ tâm $I(a;b;c)$ bán kính R và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$.

- Nếu $d(I, (P)) > R$ thì mp (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- Nếu $d(I, (P)) = R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau. Khi đó (P) gọi là tiếp diện của mặt cầu (S) và điểm chung gọi là tiếp điểm
- Nếu $d(I, (P)) < R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường

tròn có phương trình: $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$

Trong đó bán kính đường tròn $r = \sqrt{R^2 - d(I, (P))^2}$ và tâm H của đường tròn là hình chiếu của tâm I mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P) .

5. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ .

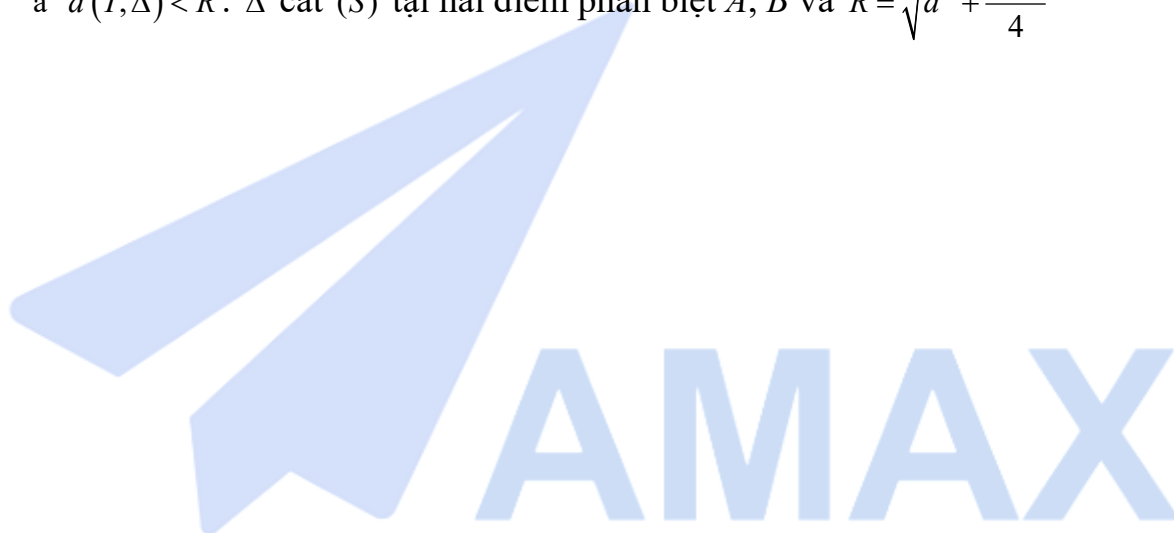
Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .

• $d(I, \Delta) > R$: Δ không cắt (S)

• $d(I, \Delta) = R$: Δ tiếp xúc với (S) .

Tiếp điểm J là hình chiếu vuông góc của tâm I lên đường thẳng Δ .

• $d(I, \Delta) < R$: Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B và $R = \sqrt{d^2 + \frac{AB^2}{4}}$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$; $(\beta): x + y - z + 2 = 0$; $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(\alpha) // (\gamma)$. B. $(\alpha) \perp (\beta)$. C. $(\gamma) \perp (\beta)$. D. $(\alpha) \perp (\gamma)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases} \text{ có một vec tơ pháp tuyến là}$$

- A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ B. $\vec{n} = (5; -6; -7)$ C. $\vec{n} = (-2; 6; 7)$. D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Tìm m, n để $(P) // (Q)$.

- A. $m = \frac{3}{2}; n = -10$. B. $m = -\frac{3}{2}; n = 10$. C. $m = -5; n = 3$. D. $m = 5; n = -3$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.

- A. $m = -\frac{6}{5}$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = -4$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y - 9 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) // (Oxz)$

(II) $(P) \perp Oy$

Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha): x - 2 = 0$; $(\beta): y - 6 = 0$; $(\gamma): z - 3 = 0$

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\beta) // (Oyz)$. C. $(\gamma) // oz$. D. (α) qua I .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d \subset (P)$. B. $d // (P)$. C. d cắt (P) . D. $d \perp (P)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng d

$$: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases} . \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

A. $d // (P)$. **B.** $d \subset (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} . \text{ Số giao điểm của đường thẳng } d \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ là:}$$

A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng

$$d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): 3x + 5y - z - 2 = 0 \text{ là}$$

A. $(0; 2; 3)$. **B.** $(0; 0; -2)$. **C.** $(0; 0; 2)$. **D.** $(0; -2; -3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases} . \text{ Với giá trị nào của } m \text{ thì } d \text{ cắt } (P)$$

A. $m \neq \frac{1}{2}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq -1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0 .$$

Tìm m để $d // (P)$

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. **D.** $m \in \emptyset$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$$d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1} . \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** cắt nhau. **D.** chéo nhau.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-2t \\ y=-5+3t \\ z=4+t \end{cases}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d': \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 17. Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+12t \\ y=2+6t \\ z=3+3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=7+8t \\ y=6+4t \\ z=5+2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$

có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$.

d' cắt nhau. Tọa độ giao điểm I của d và d' là

A. $I(1; -2; 4)$. **B.** $I(1; 2; 4)$. **C.** $I(-1; 0; -2)$. **D.** $I(6; 9; 1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$; và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn.

C. Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

D. Khoảng cách từ tâm của (S) đến (P) bằng 1.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng:

A. $R = 1$. **B.** $R = 2$. **C.** $R = \frac{2}{3}$. **D.** $R = \frac{2}{9}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1;0;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1;1;1)$ là:

A. $2x - y + 3z - 4 = 0$. **B.** $-x + 2y - 2z + 1 = 0$. **C.**
 $2x - 2y + z + 7 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P) : 4x + 3y + m = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

A. $\begin{cases} m > 11 \\ m < -19 \end{cases}$. **B.** $-19 < m < 11$. **C.** $-12 < m < 4$. **D.** $\begin{cases} m > 4 \\ m < -12 \end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x + 3y + z - 11 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H , khi đó H có tọa độ là:

A. $H(-3;-1;-2)$. **B.** $H(-1;-5;0)$. **C.** $H(1;5;0)$. **D.** $H(3;1;2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y + 2z = 1$. Giá trị của a để (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)

A. $-\frac{17}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{17}{2} < a < \frac{1}{2}$. **C.** $-8 < a < 1$. **D.** $-8 \leq a \leq 1$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 0. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1 **D.** 2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d là:

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2x+my+2z+3=0$ và $(R): -x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$

- A.** -6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) .

- A.** $m = \frac{4}{5}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \frac{12}{17}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt nhau. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

- A.** $6x+9y+z-8=0$. **B.** $6x+9y+z+8=0$.
C. $-2x+y+3z-8=0$. **D.** $6x-9y-z-8=0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và $d': \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

- A.** $63x+109y+20z+76=0$. **B.** $63x-109y+20z+76=0$.
C. $63x+109y-20z+76=0$. **D.** $63x-109y-20z-76=0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+7=0$. Biết mp (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A.** $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.
C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là:

- A.** $y - 2z = 0$. **B.** $y + 2z = 0$. **C.** $y + 3z = 0$. **D.** $y - 3z = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng (d) có phương trình: $(d) \begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = t \\ z = -25 - 2t \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho

$AB = 16$ là:

- A.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$. **B.** $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$. **D.** $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4; 1; 6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A.** $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$. **B.** $(x+4)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 18$.
C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$. **D.** $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π .

- A.** $2x + 2y - z + 17 = 0$. **B.** $2x + 2y - z - 7 = 0$. **C.** $2x + 2y - z + 7 = 0$. **D.** $2x + 2y - z - 19 = 0$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là:

- A.** $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$ **B.** $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$
C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$. **D.** $m \in \emptyset$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc mặt cầu (S) là:

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

D. $m \in \emptyset$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$$

Giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt là:

A. $m \in \emptyset$.

B. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

C. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ ($a > 0, b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1 .

D. 1 .

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+4=0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Giá trị của điểm M trên (S) sao cho $d(M, (P))$ đạt GTNN là:

A. $(1;1;3)$.

B. $(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3})$.

C. $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$.

D. $(1; -2; 1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x-2y-z+9=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$. Tọa độ điểm M nằm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $M(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3})$.

B. $M(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3})$.

C. $M(-\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; -\frac{7}{3})$.

D. $M(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; -\frac{13}{3})$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$. Tọa độ điểm M trên (S) sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN là:
A. $(1; 2; -1)$. **B.** $(2; 2; -1)$. **C.** $(0; 2; -1)$. **D.** $(-3; -2; 1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:
A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$. **B.** $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.
C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$. **D.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:
A. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$. **B.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.
C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$. **D.** $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+3}{10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 2), B(3; 0; 2)$ và mặt cầu $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là:
A. $x - 4y - 5z + 17 = 0$. **B.** $3x - 2y + z - 7 = 0$.
C. $x - 4y + 5z - 13 = 0$. **D.** $3x + 2y + z - 11 = 0$.

B. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 8.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D										

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$; $(\beta): x + y - z + 2 = 0$; $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?
A. $(\alpha) // (\gamma)$. **B.** $(\alpha) \perp (\beta)$. **C.** $(\gamma) \perp (\beta)$. **D.** $(\alpha) \perp (\gamma)$.

Lời giải.

$$(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (1; 1; 2)$$

$$(\beta): x + y - z + 2 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (1; 1; -1)$$

$$(\gamma): x - y + 5 = 0 \text{ có VTPT } \vec{c} = (1; -1; 0)$$

Ta có $[\vec{a}; \vec{c}] = (2; 2; -2) \neq \vec{0} \Rightarrow (\alpha)$ và (γ) không song song nhau

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$$

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\gamma)$$

$$\text{Ta có } \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\beta) \perp (\gamma)$$

Do đó chọn đáp án **A**.

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases} \text{ có một vec tơ pháp tuyến là}$$

$$\text{A. } \vec{n} = (5; -6; 7)$$

$$\text{B. } \vec{n} = (5; -6; -7)$$

$$\text{C. } \vec{n} = (-2; 6; 7).$$

$$\text{D. } \vec{n} = (-5; -6; 7).$$

Lời giải.

$$\Delta_1 \text{ có một VTCP là } u_1 = (2; -3; 4),$$

$$\Delta_2 \text{ có một VTCP là } u_2 = (1; 2; -1).$$

Do (P) song song với Δ_1, Δ_2 nên (P) có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 6; 7)$

Do đó chọn đáp án **B**.

- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Tìm m, n để $(P) // (Q)$.

$$\text{A. } m = \frac{3}{2}; n = -10.$$

$$\text{B. } m = -\frac{3}{2}; n = 10.$$

$$\text{C. } m = -5; n = 3.$$

$$\text{D. } m = 5; n = -3.$$

Lời giải.

$$(P): 5x + my + z - 5 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (5; m; 1)$$

$$(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (n; -3; -2)$$

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow [\vec{a}; \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+3=0 \\ n+10=0 \\ -15-mn=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{3}{2} \\ n=-10 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.

A. $m = -\frac{6}{5}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -4$.

Lời giải.

$$(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{m+3} = \frac{-m}{1} = \frac{-4}{5m+1} = \frac{-6+m}{-7} \left(m \neq -3, -\frac{1}{5} \right) \Leftrightarrow m = -1$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.

A. $m = 4$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải.

$$(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (2; m; 2m)$$

$$(Q): 6x - y - z - 10 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (6; -1; -1)$$

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 6 + m \cdot (-1) + 2m \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow m = 4$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y - 9 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) // (Oxz)$

(II) $(P) \perp Oy$

Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Lời giải.

$$(Oxz) \text{ có VTPT } \vec{a} = (0; 1; 0)$$

$$(P) // (Oxz) \text{ đúng}$$

$$Oy \text{ có VTCP } \vec{a} = (0; 1; 0) \text{ cũng là VTPT của } (P)$$

$$(P) \perp Oy \text{ đúng}$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha): x - 2 = 0$; $(\beta): y - 6 = 0$; $(\gamma): z - 3 = 0$

- A.** $(\alpha) \perp (\beta)$. **B.** $(\beta) // (Oyz)$. **C.** $(\gamma) // oz$. **D.** (α) qua I .

Lời giải.

$(\alpha): x-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;0;0)$

$(\beta): y-6=0$ có VTPT $\vec{b}=(0;1;0)$

$(\gamma): z+3=0$ có VTPT $\vec{c}=(0;0;1)$

A sai vì Oz có VTCP $\vec{u}=(0;0;1)$ và $\vec{u} \cdot \vec{c} = 1 \neq 0$

B sai vì $(\beta) // (Oyz)$ sai vì $\vec{b}=(0;1;0)$

D sai vì thay tọa độ điểm I vào (α) ta thấy không thỏa mãn nên $I \notin (\alpha)$.

C đúng vì ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** $d \subset (P)$. **B.** $d // (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.

Lời giải.

$(P): 3x+5y-z-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;5;-1)$

$d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ có VTCP $\vec{b}=(4;3;1)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0 \Rightarrow d$ không song song với (P) và $d \not\subset (P)$

$[\vec{a}; \vec{b}] \neq \vec{0} \Rightarrow d$ không vuông góc (P)

Chọn đáp án **A**.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3+4t \\ z = 3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** $d // (P)$. **B.** $d \subset (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.

Lời giải.

$(P): 3x-3y+2z-5=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;-3;2)$

$d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3+4t \\ z = 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(2;4;3)$

Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ A(-1;3;3) \in d \Rightarrow d // (P) \\ A \notin (P) \end{cases}$

Chọn đáp án **A**.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \text{ Số giao điểm của đường thẳng } d \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ là:}$$

A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Lời giải.

$(P): x + y + z - 4 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 1)$

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases} \text{ có VTCP } \vec{b} = (1; 2; -3)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ A(1; 1; 2) \in d \Rightarrow d \subset (P) \\ A \in P \end{cases}$$

Chọn đáp án **A.**

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng

$$d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): 3x + 5y - z - 2 = 0 \text{ là}$$

A. $(0; 2; 3)$. **B.** $(0; 0; -2)$. **C.** $(0; 0; 2)$. **D.** $(0; -2; -3)$.

Lời giải.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x - 4t = 9 \\ y - 3t = 9 \\ z - t = 1 \\ 3x + 5y - z = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -2 \\ t = -3 \end{cases} \text{ . Vậy chọn đáp án } \mathbf{A}.$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường

$$\text{thẳng } d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ . Với giá trị nào của } m \text{ thì } d \text{ cắt } (P)$$

A. $m \neq \frac{1}{2}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq -1$.

Lời giải.

$(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (2; m; -3)$

$$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ có VTCP } \vec{b} = (4; -1; 3)$$

$$d \text{ cắt } (P) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4 - m + (-3) \cdot 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$$

Chọn đáp án A.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=-3+t \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): m^2x - 2my + (6-3m)z - 5 = 0.$$

Tìm m để $d \parallel (P)$

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=-6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m=-1 \\ m=6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m=-1 \\ m=6 \end{cases}$ D. $m \in \emptyset$.

Lời giải.

Ta có d đi qua $M(2; -3; 1)$ và có VTCP $\vec{u}(-1; 1; 1)$

Và (P) có VTPT $\vec{n}(m^2; -2m; 6-3m)$

Để d song song với (P) thì

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n} \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1) \cdot m^2 - 2m + 6 - 3m = 0 \\ 2m^2 - 2 \cdot (-3)m + 6 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 5m + 6 = 0 \\ 2m^2 - m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-6 \end{cases}$$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song. B. trùng nhau. C. cắt nhau. D. chéo nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (2; 1; 4)$ và đi qua $M(1; 7; 3)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (3; -2; 1)$ và đi qua $M'(6; -1; -2)$

Từ đó ta có

$$\overline{MM'} = (5; -8; -5) \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] = (9; 10; 7) \neq \vec{0}$$

$$\text{Lại có } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overline{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d'

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-2t \\ y=-5+3t \\ z=4+t \end{cases}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song. B. trùng nhau. C. chéo nhau. D. cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và đi qua $M(1; 2; 0)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (-2; 3; 1)$ và đi qua $M'(0; -5; 4)$

Từ đó ta có

$$\overline{MM'} = (-1; -7; 4) \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] = (-2; 1; 6) \neq \vec{0}$$

Lại có $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overline{MM'} = 19 \neq 0$

Suy ra d chéo nhau với d' .

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d': \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí

tương đối của hai đường thẳng trên?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (4; -6; -8)$ và đi qua $M(2; 0; -1)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (-6; 9; 12)$ và đi qua $M'(7; 2; 0)$

Từ đó ta có

$\overline{MM'} = (5; 2; 1)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$

Lại có $[\vec{u}, \overline{MM'}] \neq \vec{0}$

Suy ra d song song với d' .

Câu 17. Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:.

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (12; 6; 3)$ và đi qua $M(-1; 2; 3)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (8; 4; 2)$ và đi qua $M'(7; 6; 5)$

Từ đó ta có

$\overline{MM'} = (8; 4; 2)$

Suy ra $[\vec{u}, \overline{MM'}] = \vec{0}$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$

Suy ra d trùng với d' .

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$

Từ đó ta có

$\overline{MM'} = (-2; 2; -6)$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq \vec{0} \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overline{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d' .

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases} \text{ cắt nhau. Tọa độ giao điểm } I \text{ của } d \text{ và } d' \text{ là}$$

- A.** $I(1; -2; 4)$. **B.** $I(1; 2; 4)$. **C.** $I(-1; 0; -2)$. **D.** $I(6; 9; 1)$.

Lời giải.

$$\frac{-1+t-1}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3}$$

$$\Leftrightarrow t = 2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1; -2; 4)$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$; và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn.

C. Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

D. Khoảng cách từ tâm của (S) đến (P) bằng 1.

Lời giải.

$(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 5$ có tâm $I(2; -3; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

$$d[I; (P)] = \frac{|2 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 < R = \sqrt{5}$$

$\Rightarrow (P)$ cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn

Chọn đáp án **A**.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng:

- A.** $R = 1$. **B.** $R = 2$. **C.** $R = \frac{2}{3}$. **D.** $R = \frac{2}{9}$.

Lời giải.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 2$$

Chọn đáp án A.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : 2x - 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1;0;2)$.

Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 2 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 1$$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$$

Chọn đáp án A.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1;1;1)$ là:

A. $2x - y + 3z - 4 = 0$. **B.** $-x + 2y - 2z + 1 = 0$. **C.**

$2x - 2y + z + 7 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải.

(P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1;1;1) \Rightarrow (P)$ qua $M(1;1;1)$ và có VTPT \overline{IM} với $I(-1;2;-2)$ là tâm của mặt cầu (S)

Ta có $\overline{IM} = (2; -1; 3)$

$$\Rightarrow (P): 2x - y + 3z - 4 = 0$$

Chọn đáp án A.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

A. $\begin{cases} m > 11 \\ m < -19 \end{cases}$. **B.** $-19 < m < 11$. **C.** $-12 < m < 4$. **D.** $\begin{cases} m > 4 \\ m < -12 \end{cases}$.

Lời giải.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ có tâm $I(1;0;1)$ và bán kính $R = 3$

$$(P) \text{ cắt mặt cầu } (S) \Leftrightarrow d[I; (P)] < R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} < 3$$

$$\Leftrightarrow |m + 4| < 15 \Leftrightarrow -19 < m < 11$$

Chọn đáp án A.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H , khi đó H có tọa độ là:

A. $H(-3; -1; -2)$. **B.** $H(-1; -5; 0)$. **C.** $H(1; 5; 0)$. **D.** $H(3; 1; 2)$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(1;-2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $H \Rightarrow H$ là hình chiếu của I lên (P)

Đường thẳng đi qua $I(1;-2;1)$ và vuông góc với (P) là $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

$$H(1+2t; 3t-2; 1+t) \in d$$

$$H \in (P) \Leftrightarrow 2(1+2t) + 3(3t-2) + (1+t) - 11 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow H(3; 1; 2)$$

Chọn đáp án A.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng (P): $2x + y + 2z = 1$. Giá trị của a để (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)

A. $-\frac{17}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. B. $-\frac{17}{2} < a < \frac{1}{2}$. C. $-8 < a < 1$. D. $-8 \leq a \leq 1$.

Lời giải.

(S): $(x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tâm $I(a; 2; 3)$ và có bán kính $R = 3$

(P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) $\Leftrightarrow d[I; (P)] < R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a + 2 + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} < 3 \Leftrightarrow |2a + 7| < 9 \Leftrightarrow -8 < a < 1$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $M(0; 1; 2)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 2$

Ta có $\vec{MI} = (1; -1; -4)$ và $[\vec{u}, \vec{MI}] = (-5; 7; -3)$

$$\Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|[\vec{u}, \vec{MI}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{498}}{6}$$

Vì $d(I, \Delta) > R$ nên Δ không cắt mặt cầu (S).

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A.3.

B.0.

C.1

D.2.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $M = (-2; 0; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-1; 1; -1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I = (1; 2; -3)$ và bán kính $R = 9$

Ta có $\vec{MI} = (3; 2; -6)$ và $[\vec{u}, \vec{MI}] = (-4; -9; -5)$

$$\Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|\langle [\vec{u}, \vec{MI}], \vec{u} \rangle|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{366}}{3}$$

Vì $d(I, \Delta) < R$ nên Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Lời giải.

Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có: $I(0; -2; 0)$.

$\vec{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = d(I, Oy) = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua $I(-1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1)$

$$\Rightarrow d(A, d) = \frac{|\langle [\vec{u}, \vec{AM}], \vec{u} \rangle|}{|\vec{u}|} = 5\sqrt{2}$$

Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$

A. -6.

B. 1.

C. 0.

D. 6.

Lời giải.

$$(P): x + y + z - 1 = 0 \text{ có VTPT } \vec{a} = (1; 1; 1)$$

$$(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0 \text{ có VTPT } \vec{b} = (2; m; 2)$$

$$(R): -x + 2y + nz = 0 \text{ có VTPT } \vec{c} = (-1; 2; n)$$

$$(P) \perp (R) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow n = -1$$

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow m = 2$$

$$\text{Vậy } m + 2n = 2 + 2(-1) = 0$$

Chọn đáp án A

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) .

A. $m = \frac{4}{5}$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = \frac{12}{17}$.

Lời giải.

$$d \cap (P) = A \in (Oyz) \Rightarrow A \left(0; \frac{3}{2}a - 2; a \right)$$

$$A \in d \Rightarrow 0 - m = \frac{\frac{3}{2}a - 2 + 2m}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2m \\ \frac{3}{2}a - 2 + 2m = -3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ m = 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \text{ cắt nhau. Phương trình mặt phẳng chứa } d \text{ và } d' \text{ là}$$

A. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

B. $6x + 9y + z + 8 = 0$.

C. $-2x + y + 3z - 8 = 0$.

D. $6x - 9y - z - 8 = 0$.

Lời giải.

$$d \text{ có VTCP } \vec{u} = (-2; 1; 3) \text{ và đi qua } M(1; -2; 4)$$

$$d' \text{ có VTCP } \vec{u}' = (1; -1; 3) \text{ và đi qua } M'(-1; 0; -2)$$

Từ đó ta có

$$\overline{MM'} = (-2; 2; -6)$$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq \vec{0} \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overline{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d' .

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d' ; có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u}']$
 Từ phương trình đường thẳng d và d' , ta có:

$$\frac{-1+t-1}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3}$$

$$\Leftrightarrow t=2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$.

Khi đó ta có (P) đi qua $I(1;-2;4)$ và có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u}']=(6;9;1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là

$$6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và

$d': \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

A. $63x+109y+20z+76=0$.

B. $63x-109y+20z+76=0$.

C. $63x+109y-20z+76=0$.

D. $63x-109y-20z-76=0$.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u}=(3;-1;4)$ và đi qua $M(-7;5;9)$

d' có VTCP $\vec{u}'=(3;-1;4)$ và đi qua $M'(0;-4;-18)$

Từ đó ta có $\overline{MM}'=(7;-9;-27)$, \vec{u} cùng phương với \vec{u}' và $[\vec{u};\overline{MM}'] \neq 0$

Suy ra d song song d' . Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d' .

(P) đi qua $M(-7;5;9)$ và có VTPT $\vec{n}=[\vec{u};\overline{MM}']=(63;109;-20)$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $63(x+7)+109(y-5)-20(z-9)=0 \Leftrightarrow 63x+109y-20z+76=0$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+7=0$. Biết mp (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$.

B. $2x-2y+z+17=0$.

C. $2x-2y+z+7=0$.

D. $2x-2y+z-17=0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$

Gọi M là hình chiếu vuông góc của I lên (Q)

(Q) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r=3$

$$\Rightarrow IM = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$(Q) \parallel (P): 2x-2y+z+7=0 \Rightarrow (Q): 2x-2y+z+m=0 (m \neq 7)$$

$$d[I; (Q)] = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + m|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = IM = 4$$

$$\Leftrightarrow |m+5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -17 \end{cases}$$

Vậy $(Q): 2x - 2y + z - 17 = 0$

Chọn đáp án **A**.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là:

A. $y - 2z = 0$. **B.** $y + 2z = 0$. **C.** $y + 3z = 0$. **D.** $y - 3z = 0$.

Lời giải.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 3$

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 3 = R$

$\Rightarrow I \in (P)$

Chọn điểm $M(1; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{IM} = (0; 2; 1)$

$\vec{n} = [\vec{a}; \overline{IM}] = (0; -1; 2)$

(P) qua $O(0; 0; 0)$ và có VTPT $\vec{n} = (0; -1; 2) \Rightarrow (P): y - 2z = 0$

Chọn đáp án **A**.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -1)$ sao cho mặt cầu

cắt đường thẳng (d) có phương trình: $(d) \begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = t \\ z = -25 - 2t \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho

$AB = 16$ là:

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$.

B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua $M(11; 0; -25)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -2)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Có: $IH = d(I, AB) = \frac{\left| \left[\vec{u}, \overline{MI} \right] \right|}{|\vec{u}|} = 15$

$$R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2} \right)^2} = 17.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4; 1; 6)$.

Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$.
 Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A.** $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$. **B.** $(x+4)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 18$.
C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$. **D.** $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.

Lời giải.

d đi qua $N(-5;7;0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$; $\overline{MN} = (-9; 6; -6)$.

Gọi H là chân đường vuông góc vẽ từ M đến đường thẳng $d \Rightarrow MH = d(M, d) = 3$.

Bán kính mặt cầu (S) : $R^2 = MH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 18$.

\Rightarrow PT mặt cầu (S) : $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π .

- A.** $2x + 2y - z + 17 = 0$. **B.** $2x + 2y - z - 7 = 0$.
C. $2x + 2y - z + 7 = 0$. **D.** $2x + 2y - z - 19 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Do $(Q) // (P) \Rightarrow (Q): 2x + 2y - z + D = 0 (D \neq -7)$

Đường tròn có chu vi $2\pi.r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow d(I, (Q)) = d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5 + D| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -7 \\ D = 17 \end{cases}$$

Vậy (Q) có phương trình $2x + 2y - z + 17 = 0$

VẬN DỤNG CAO

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu.

$(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là:

- A.** $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$ **B.** $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$
C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$ **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

Để Δ không cắt mặt cầu (S) thì (1) vô nghiệm, hay (1) có $\Delta' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{2} \\ m < \frac{5}{2} \end{cases}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc mặt cầu (S) là:

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

Để Δ tiếp xúc mặt cầu (S) thì (1) có nghiệm kép, hay (1) có $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{15}{2} \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân

biệt là:

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

C. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$\begin{aligned}(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 &= 1 \\ \Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 &= 1 \\ \Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 &= 0 \quad (1)\end{aligned}$$

Để Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt, hay (1) có $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ ($a > 0, b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . **Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$** để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. -1 . D. 1 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow C(a;a;0) \Rightarrow C'(a;a;b) \Rightarrow M\left(a;a;\frac{b}{2}\right)$$

Cách 1.

$$\text{Ta có } \overline{MB} = \left(0; -a; -\frac{b}{2}\right); \overline{BD} = (-a; a; 0) \text{ và } \overline{A'B} = (a; 0; -b)$$

$$\text{Ta có } \vec{u} = [\overline{MB}; \overline{BD}] = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2\right) \text{ và } [\overline{BD}; \overline{A'B}] = (-a^2; -a^2; -a^2)$$

Chọn $\vec{v} = (1; 1; 1)$ là VTPT của $(A'BD)$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} - a^2 = 0 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Cách 2.

$$AB = AD = BC = CD = a \Rightarrow \begin{cases} A'B = A'D \\ MB = MD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'X \perp BD \\ MX \perp BD \end{cases} \text{ với } X \text{ là trung điểm } BD$$

$$\Rightarrow [\overline{A'BD}]; (MBD) = (\overline{A'X}; MX)$$

$X\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$ là trung điểm BD

$$\overline{A'X} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; -b\right)$$

$$\overline{MX} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Rightarrow A'X \perp MX$$

$$\Rightarrow \overline{A'X} \cdot \overline{MX} = 0$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{b^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Giá trị của điểm M trên (S) sao cho $d(M, (P))$ đạt GTNN là:

- A. $(1; 1; 3)$. B. $(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3})$.
 C. $(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$. D. $(1; -2; 1)$.

Lời giải.

Ta có: $d(M, (P)) = 3 > R = 2 \Rightarrow (P) \cap (S) = \emptyset$.

Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P) có pt:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của d và (S) là: $A(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3})$, $B(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$

Ta có: $d(A, (P)) = 5 \geq d(B, (P)) = 1 \Rightarrow d(A, (P)) \geq d(M, (P)) \geq d(B, (P))$.

Vậy: $\Rightarrow d(M, (P))_{\min} = 1 \Leftrightarrow M \equiv B$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 9 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$. Tọa độ điểm M nằm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là:

- A. $M(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3})$. B. $M(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3})$.
 C. $M(-\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; -\frac{7}{3})$. D. $M(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; -\frac{13}{3})$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$.

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) : $d(I; (P)) = 6 < R$ nên (P) cắt (S) .

Khoảng cách từ M thuộc (S) đến (P) lớn nhất $\Rightarrow M \in (d)$ đi qua I và vuông góc với (P)

Phương trình (d) :
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Ta có: $M \in (d) \Rightarrow M(3 + 2t; -2 - 2t; 1 - t)$

$$\text{Mà : } M \in (S) \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{10}{3} \Rightarrow M_1 \left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3} \right) \\ t = -\frac{10}{3} \Rightarrow M_2 \left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3} \right) \end{cases}$$

Thử lại ta thấy : $d(M_1, (P)) > d(M_2, (P))$ nên $M \left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3} \right)$ thỏa yêu cầu bài toán

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) đi qua $M = (1;1;-2)$ và có VTCP $\vec{u} = (1;2;1)$

Ta có $\vec{MI} = (0;-1;2)$ và $[\vec{u}, \vec{MI}] = (5;-2;-1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Có: $IH = d(I, AB) = \frac{|\vec{u}, \vec{MI}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$.

Xét tam giác IAB , có $IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$. Tọa độ điểm M trên (S) sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN là:

A. $(1;2;-1)$.

B. $(2;2;-1)$.

C. $(0;2;-1)$.

D. $(-3;-2;1)$.

Lời giải.

Ta có: $d(I, d) = 1 = R$ suy ra (S) tiếp xúc với d và tiếp điểm là $H(2;2;-1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên $d \Rightarrow H(2; 2; -1)$.

Đường thẳng IH có pt: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Tọa độ giao điểm của IH và (S) là: $A(0;2;-1)$, $B \equiv H(2;2;-1)$.

Ta có: $d(A, (d)) = AH = 2 \geq d(B, (P)) = BH = 0$.

$\Rightarrow d(A, (d)) = 2 \geq d(M, (d)) \geq d(B, (d)) = 0$.

Vậy $M(0; 2; -1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

B. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R=10$. Do $d(I, (\alpha)) < R$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B .

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(I, \Delta))^2}$. Do đó, AB lớn nhất thì $d(I, (\Delta))$ nhỏ nhất nên Δ qua

H , với H là hình chiếu vuông góc của I lên (α) . Phương trình BH : $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$

$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2+2t) - 2(3-2t) + 5+t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2; 7; 3)$.

Do vậy $\overrightarrow{AH} = (1; 4; 6)$ là véc tơ chỉ phương của Δ . Phương trình của

$\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+3}{10}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R=10$. Do $d(I, (\alpha)) < R$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B .

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(I, \Delta))^2}$. Do đó, AB nhỏ nhất thì $d(I, (\Delta))$ lớn nhất nên Δ là đường thẳng nằm trong (α) , qua A và vuông góc với AI . Do đó Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{AI}, \vec{n}_\alpha] = (16; 11; -10)$

Vậy, phương trình của Δ : $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 2)$, $B(3; 0; 2)$ và mặt cầu $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là:

A. $x - 4y - 5z + 17 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

C. $x - 4y + 5z - 13 = 0$.

D. $3x + 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$, bán kính $R = 5$. Do $IA = \sqrt{17} < R$ nên AB luôn cắt (S) . Do đó (α) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có bán kính

$r = \sqrt{R^2 - (d(I, (\alpha)))^2}$. Để bán kính r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với $\text{mp}(ABC)$.

Ta có $\vec{AB} = (1; -1; -1)$, $\vec{AC} = (-2; -3; -2)$ suy ra (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 4; -5)$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}, \vec{AB}] = (-9 - 6; -3) = -3(3; 2; 1)$

Phương trình (α) : $3(x-2) + 2(y-1) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 11 = 0$.