**CHỦ ĐỀ 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

### KIẾN THỨC CƠ BẢN

**1/ Định nghĩa:**

Cho điểm *I* cố định và một số thực dương *R*. Tập hợp tất cả những điểm *M* trong không gian cách *I* một khoảng *R* được gọi là mặt cầu tâm *I,* bán kính *R.*

**Kí hiệu:** **

**2/ Các dạng phương trình mặt cầu :**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Dạng 1 :*  Phương trình chính tắc**  Mặt cầu (*S*) có tâm , bán kính . | ***Dạng 2 :* Phương trình tổng quát**  (2)  *Điều kiện để phương trình (2) là phương trình mặt cầu:*   * (*S*) có tâm . * (*S*) có bán kính: . |

**3/ Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *I* lên   là khoảng cách từ *I* đến mặt phẳng . Khi đó : | | |
| + Nếu  : Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung. | + Nếu  : Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó:  là mặt phẳng *tiếp diện* của mặt cầu và *H* là *tiếp điểm.* | + Nếu  Mặt phẳng  cắt mặt cầu theo thiết diện là *đường tròn* có tâm *I'*  và bán kính |
|  |  |  |

***Lưu ý:*** Khi mặt phẳng (*P*) đi qua tâm *I* thì mặt phẳng (*P*) được gọi là *mặt phẳng kính* và thiết diện lúc đó được gọi là *đường tròn lớn.*

**4/ Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Cho mặt cầu  và đường thẳng . Gọi *H* là hình chiếu của *I* lên . Khi đó : | | |
| + :  không cắt mặt cầu. | + :  tiếp xúc với mặt cầu.  là *tiếp tuyến* của (*S*) và *H* là *tiếp điểm.* | + :  cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt. |
|  |  |  |

\* **Lưu ý:** Trong trường hợp  cắt (*S*) tại 2 điểm *A, B* thì bán kính *R* của (*S*) được tính như sau:

+ Xác định: 

+ Lúc đó: 

**ĐƯỜNG TRÒN TRONG KHÔNG GIAN OXYZ**

\* Đường tròn (*C*) trong không gian *Oxyz*, được xem là giao tuyến của (*S*) và mặt phẳng.







\* Xác định tâm *I’* và bán kính *R’* của (*C*).

+ Tâm .

Trong đó  *là đường thẳng đi qua  và vuông góc với mp*

+ Bán kính 

**5/ Điều kiện tiếp xúc :** Cho mặt cầu (*S*) tâm *I*, bán kính *R*.

+ Đường thẳng  là *tiếp tuyến* của (*S*) 

+ Mặt phẳng là *tiếp diện* của (*S*) 

**\* Lưu ý:** Tìm *tiếp điểm* .

Sử dụng tính chất : 

### KỸ NĂNG CƠ BẢN

**Dạng 1:** **VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

*Phương pháp:*

\* **Thuật toán 1**: Bước 1: Xác định tâm .

Bước 2: Xác định bán kính  của (*S*).

Bước 3: Mặt cầu (*S*) có tâm  và bán kính.



**\* Thuật toán 2:**Gọi phương trình 

Phương trình (S) *hoàn toàn xác định* nếu biết được  ()

**Bài tập 1 :** Viết phương trình mặt cầu (*S*), trong các trường hợp sau:

a)  có tâm  và bán kính .

b)  có tâm  và (*S*) qua .

c)  có đường kính *AB* với .

***Bài giải:***

a) Mặt cầu tâm  và bán kính , có phương trình:

(*S*): 

b) Ta có: .

Mặt cầu tâm  và bán kính , có phương trình:

(*S*): 

c) Ta có: .

Gọi *I* là trung điểm *AB*.

Mặt cầu tâm  và bán kính , có phương trình:

(*S*): .

**Bài tập 2 :** Viết phương trình mặt cầu (*S*) , trong các trường hợp sau:

a) (*S*) qua  và tâm *I*  thuộc trục .

b) (*S*) có tâm *O* và tiếp xúc mặt phẳng .

c) (*S*) có tâm và có một tiếp tuyến là đường thẳng 

***Bài giải:***

a) Gọi . Ta có : .

Do (*S*) đi qua *A, B*

 và .

Mặt cầu tâm  và bán kính , có phương trình (*S*) : 

b) Do (*S*) tiếp xúc với 

Mặt cầu tâm  và bán kính , có phương trình (*S*) : 

c) Chọn .

Đường thẳng  có một vectơ chỉ phương là . Ta có: .

Do (*S*) tiếp xúc với .

Mặt cầu tâm  và bán kính , có phương trình (*S*) : 

**Bài tập 3 :** Viết phương trình mặt cầu (*S*) biết :

a) (*S*) qua bốn điểm .

b) (*S*) qua  và có tâm *I* thuộc mặt phẳng (*Oyz*).

***Bài giải:***

a) **Cách 1:** Gọi  là tâm mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết: .

Do đó:  và . Vậy (*S*) : .

**Cách 2:** Gọi phương trình mặt cầu (*S*) : , .

Do   (1)

Tương tự:  (2)

 (3)

 (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có , suy ra phương trình mặt cầu (*S*) :

.

b) Do tâm *I* của mặt cầu nằm trên mặt phẳng (*Oyz*).

Ta có: .

Vậy  và . Vậy (*S*): 

**Bài tập 4:** Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* thuộc đường thẳng  và (*S*) tiếp xúc với hai mặt phẳng  và .

***Bài giải:***

Gọi  là tâm mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết: .

Suy ra:  và . Vậy (*S*) : .

**Bài tập 5:** Lập phương trình mặt cầu (*S*) qua 2 điểm  và có tâm thuộc *d*: .

***Bài giải:***

Ta có . Gọi  là tâm của mặt cầu (*S*) cần tìm.

Ta có: .

Theo giả thiết, do (*S*) đi qua *A, B*



 và . Vậy (S): .

**Bài tập 6:** Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm  và cắt đường thẳng  tại hai điểm *A, B* với .

***Bài giải:***

Chọn . Đường thẳng  có một vectơ chỉ phương là .

Ta có: .

Gọi *R* là bán kính mặt cầu (*S*). Theo giả thiết : 

Vậy (*S*): .

**Bài tập 7:** Cho hai mặt phẳng  và đường thẳng . Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* là giao điểm của (*P*) và  sao cho (*Q*) cắt (*S*) theo một hình tròn có diện tích là .

***Bài giải:***

Ta có  . Tọa độ *I* là nghiệm của hệ phương trình: 

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: .

Ta có : .

Gọi *r* là bán kính đường tròn giao tuyến của (*S*) và mặt phẳng (*Q*). Ta có: 

*R* là bán kính mặt cầu (*S*) cần tìm.

Theo giả thiết:  Vậy (*S*) : .

**Bài tập 8:** Cho mặt phẳng  và đường thẳng .

Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* thuộc  và *I* cách (*P*) một khoảng bằng 2 và (*S*) cắt (*P*) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.

***Bài giải:***

Gọi  là tâm của mặt cầu (*S*) và *R* là bán kính của (*S*).

Theo giả thiết : .

Mặt khác: 

\* Với : Tâm, suy ra .

\* Với : Tâm, suy ra .

**Bài tập 9:** Cho điểm  và đường thẳng . Viết phương trình mặt cầu (*S*) tâm *I* và cắt  tại hai điểm *A, B* sao cho  vuông tại *I*.

***Bài giải :***

Đường thẳng  có một vectơ chỉ phương  và .

Ta có: . Suy ra: .

Gọi *R* là bán kính của (*S*). Theo giả thiết,  vuông tại *I*



Vậy (*S*) : .

**Bài tập 10:** (**Khối A- 2011**) Cho mặt cầu (S):  và điểm . Viết phương trình mặt phẳng (*OAB*), biết điểm *B* thuộc (*S*) và tam giác *OAB* đều.

***Bài giải :***

(S) có tâm  bán kính . *Nhận xét:* điểm *O* và *A* cùng thuộc (*S*).

Tam giác *OAB* đều, có bán kính đường tròn ngoại tiếp .

Khoảng cách : .

Mặt phẳng (*P*) đi qua *O* có phương trình dạng : 

Do (*P*) đi qua *A*, suy ra: .

Lúc đó: 

. Theo (\*), suy ra  hoặc 

**Chú ý:** ***Kỹ năng xác định tâm và bán kính của đường tròn trong không gian.***

*Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R. Mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C).*

**Bước 1:** Lập phương trình đường thẳng *d* qua *I* và vuông góc với mặt phẳng (*P*).

**Bước 2:** Tâm *I’* của đường tròn (*C*) là giao điểm của *d* và mặt phẳng (*P*).

**Bước 3:** Gọi  là bán kính của (*C*): 

**Bài tập 11:** Chứng minh rằng: Mặt cầu  cắt mặt phẳng (*P*):  theo giao tuyến là một đường tròn (*C*). Xác định tâm và bán kính của (*C*).

***Bài giải :***

\* Mặt cầu (*S*) có tâm  và bán kính .

Ta có : mặt phẳng (*P*) cắt (*S*) theo giao tuyến là 1 đường tròn. (đ.p.c.m)

\* Đường thẳng *d* qua  và vuông góc với (P) nên nhận  làm 1 vectơ chỉ phương, có phương trình .

+ Tọa độ tâm  đường tròn là nghiệm của hệ : .

+ Ta có: . Gọi *r* là bán kính của (*C*), ta có : 

**Dạng 2 :** **SỰ TƯƠNG GIAO VÀ SỰ TIẾP XÚC**

*Phương pháp:* \* **Các điều kiện tiếp xúc**:

+ Đường thẳng là *tiếp tuyến* của (*S*) 

+ Mặt phẳnglà *tiếp diện* của (*S*)  

\* *Lưu ý các dạng toán liên quan như tìm tiếp điểm, tương giao*.

**Bài tập 1:** Cho đường thẳng  và và mặt cầu  : . Số điểm chung của  và  là :

A. 0**.**B**.**1**.**C**.**2**.**D**.**3.

***Bài giải:***

Đường thẳngđi qua và có một vectơ chỉ phương là 

Mặt cầu có tâm và bán kính 

Ta có và 

Vì  nên  không cắt mặt cầu 

Lựa chọn đáp án **A**.

**Bài tập 2:** Cho điểm . Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục *Oy* là:

A.  B. 

C.  D**.**

***Bài giải:***

Gọi *M* là hình chiếu của ** lên *Oy,* ta có : *.*

 là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầulà : **

Lựa chọn đáp án **B**.

**Bài tập 3:** Cho điểm và đường thẳng *d* có phương trình . Phương trình mặt cầu tâm *I*, tiếp xúc với *d* là:

A.  B**.**

C.  D**.**

***Bài giải:***

Đường thẳng  đi qua và có VTCP 

Phương trình mặt cầu là : **

Lựa chọn đáp án **D**.

**Bài tập 4:** Mặt cầu  tâm  cắt đường thẳng  tại 2 điểm *A, B* sao cho  có phương trình là:

A.  B**.**

C.  D**.**

***Bài giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Đường thẳng  đi qua và có vectơ chỉ phương .  Gọi *H* là hình chiếu của I trên (d). Ta có:  .  Vậy  :  Lựa chọn đáp án **C**. |  |

**Bài tập 5:** Cho đường thẳng  và điểm . Đường thẳng *d* cắt mặt cầu có tâm *I*, tại hai điểm *A, B* sao cho . Phương trình của mặt cầu  là:

A.  B**.**

C.  D**.**

***Bài giải :***

|  |  |
| --- | --- |
| Đường thẳngđi qua và có vectơ chỉ phương  *.* Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên (*d*). Ta có :    Vậy :  Lựa chọn đáp án **A**. |  |

**Bài tập 8:** Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

A.  B**.**

C***. *** D***.***

***Bài giải:***

|  |  |
| --- | --- |
| Đường thẳngđi qua và có vectơ chỉ phương  Ta có và  Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có :  .  Xét tam giác *IAB*, có  Vậy phương trình mặt cầu là:  Lựa chọn đáp án **A**. |  |

**Bài tập 9:** Cho mặt cầu. Viết phương trình tiếp tuyến của mặt cầu (*S*) qua biết:

a) Tiếp tuyến có một vectơ chỉ phương **.**

b) Vuông góc với mặt phẳng (*P*) : 

***Bài giải:***

a) Đường thẳng *d* qua và có một vectơ chỉ phương , có phương trình *d*: .

b) Mặt phẳng (*P*) có một vectơ pháp tuyến là .

Đường thẳng *d* qua và vuông góc với mặt phẳng (*P*) nên có một vectơ chỉ phương , có phương trình *d*: .

**Bài tập 10:** Cho  và hai đường thẳng 

. Viết phương trình mặt phẳng (*P*) song song với  và  đồng thời tiếp xúc với (*S*).

***Bài giải:***

Mặt cầu (*S*) có tâm .

Ta có:  có một vectơ chỉ phương là .

 có một vectơ chỉ phương là .

Gọi  là một vectơ pháp của mặt phẳng (*P*).

Do:  chọn 

Lúc đó, mặt phẳng (*P*) có dạng : .

Để mặt phẳng (*P*) tiếp xúc với (*S*)

.

Kết luận: Vậy tồn tại 2 mặt phẳng là : .

**Bài tập 11:** Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu , biết tiếp diện:

a) qua .

b) song song với mặt phẳng (*P*) : **.**

b) vuông góc với đường thẳng .

***Bài giải:***

Mặt cầu (*S*) có tâm , bán kính .

a) Để ý rằng, . Tiếp diện tại *M* có một vectơ pháp tuyến là , có phương trình :



b) Do mặt phẳng  nên  có dạng : .

Do  tiếp xúc với (*S*).

\* Với  suy ra mặt phẳng có phương trình : 

\* Với  suy ra mặt phẳng có phương trình :

c) Đường thẳng *d* có một vectơ chỉ phương là .

Do mặt phẳng  nên  nhận  làm một vectơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng  có dạng : .

Do  tiếp xúc với (*S*).

\* Với  suy ra mặt phẳng có phương trình : 

\* Với  suy ra mặt phẳng có phương trình :

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ?

**A. B. **

**C.  D.** 

1. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

**A.  B. **

**C.  D.** 

1. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Cho các phương trình sau:  

 

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

**A.** 4**. B.** 3**. C.** 2. **D.** 1.

1. Mặt cầu  có tâm là:

**A.  B.  C.  D.** 

1. Mặt cầu  có tâm là:

**A.  B.  C.  D. **

1. Mặt cầu  có tọa độ tâm và bán kính *R* là:

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Phương trình mặt cầu có tâm , bán kính  là:

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Mặt cầu  có tâm là:

**A.  B.  C.  D. **

1. Đường kính của mặt cầu  bằng:

**A.** 4**. B.** 2**. C.** 8**. D.** 16.

1. Mặt cầu có phương trình nào sau đây có tâm là 

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Mặt cầu   có bán kính bằng:

**A.** **. B. . C.** **. D. **.

1. Gọi *I* là tâm mặt cầu . Độ dài  ( là gốc tọa độ) bằng:

**A.** 2**. B.** 4**. C.** 1**. D.** `

1. Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục toạ độ?

**A.  B. **

**C.  D.** 

1. Mặt cầu  đi qua điểm có tọa độ nào sau đây?

**A.  B.  C.  D. **

1. Mặt cầu tâm  và đi qua điểm  có phương trình:

**A.  B. **

**C.  D.** 

1. Cho hai điểm  và . Phương trình mặt cầu đường kính *AB* là:

**A.  B. **

**C.  D.** 

1. Nếu mặt cầu  đi qua bốn điểm  và  thì tâm  của  có toạ độ là:

**A.  B.  C.  D. **

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm  và  bằng:

**A.  B.  C. 1. D. **

1. Cho mặt cầu  và 4 điểm , . Trong bốn điểm đó, có bao nhiêu điểm **không** nằm trên mặt cầu  ?

**A.** 2 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 3 điểm.

1. Mặt cầu  tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng  có phương trình:

**A.  B. **

**C.  D. **

1. Phương trình mặt cầu nào dưới đây có tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng ?

**A.  B. **

**C.  D.** 

1. Mặt cầu  tâm  và đi qua có phương trình:

**A. B.**

**C. D.**

1. Phương trình mặt trình mặt cầu có đường kính  với  là:

A. B.

C. D.

1. Cho  và mặt phẳng . Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng , có phương trình là:

**A. B.**

**C. D.**

1. Cho đường thẳng  và điểm . Phương trình mặt cầu đi qua điểm  và có tâm là giao điểm của  với mặt phẳng  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Cho ba điểm , , , . Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  có phương trình là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Cho ba điểm  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm  và có tâm thuộc mặt phẳng  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Phương trình mặt cầu tâm  và tiếp xúc với trục là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho các điểm  và đường thẳng . Gọi  là mặt cầu đi qua  và có tâm thuộc đường thẳng . Bán kính mặt cầu  bằng:

**A.** **B.** **C.**3**. D.**

1. Cho điểm  và đường thẳng  có phương trình . Phương trình mặt cầu tâm , tiếp xúc với  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho đường thẳng *d*:  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  có tâm nằm trên đường thẳng *d* có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với  và đi qua điểm  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Mặt phẳng  tiếp xúc với mặt cầu tâm  tại điểm  có phương trình là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Mặt phẳng tiếp xúc với  và song song với  có phương trình là:

**A.**

**B.** hoặc 

**C.**

**D.** hoặc 

1. Cho mặt cầu . Mặt cầu  cắt trục  tại  và  . Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của  tại :

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho 4 điềm  và **. Mặt cầu tâm *A* và tiếp xúc với mặt phẳng  có phương trình là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho mặt phẳng . Mặt cầu  có tâm I thuộc trục *Oz*, bán kính bằng và tiếp xúc mặt phẳng (*P*) có phương trình:

**A.**  hoặc 

**B.**  hoặc 

**C.**  hoặc 

**D.**  hoặc 

1. Cho đường thẳng  và điểm . Đường thẳng *d* cắt mặt cầu  tâm  tại hai điểm *A, B* sao cho . Phương trình của mặt cầu  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho hai mặt phẳng ,  có phương trình  và  Mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng  và tiếp xúc với mặt phẳng  tại điểm , biết rằng  thuộc mặt phẳng  và có hoành độ , có phương trình là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho hai điểm ,  và mặt cầu  Mặt phẳng  qua *M, N* và tiếp xúc với mặt cầu  có phương trình:

**A.** hoặc 

**B.**  hoặc 

**C.** 

**D.**

1. Cho hai điểm  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  có bán kính bằng  có tâm thuộc đường thẳng  và tiếp xúc với mặt phẳng  là:

**A.** 

**B.**  hoặc 

**C.** 

**D.**  hoặc 

1. Cho đường thẳng :  và hai mặt phẳng  . Mặt cầu có tâm  nằm trên  và tiếp xúc với 2 mặt phẳng , có phương trình:

**A.**

**B.** hoặc 

**C.**

**D.** hoặc 

1. Cho điểm , đường thẳng  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  đi qua *A*, có tâm thuộc  đồng thời tiếp xúc với  là:

**A.**

**B.** hoặc 

**C.** hoặc 

**D.**

1. Cho mặt phẳng  và hai đường thẳng , . Mặt cầu  có tâm thuộc , tiếp xúc với  và mặt phẳng , có phương trình:

**A.** hoặc 

**B.** hoặc 

**C.**

**D.**

1. Cho mặt phẳng  và mặt cầu  có phương trình lần lượt là . Giá trị của  để  tiếp xúc  là:

**A.** hoặc  **B.**  hoặc 

**C.** **D.**

1. Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Phương trình đường thẳng  tiếp xúc với mặt cầu  tại  và song song với mặt phẳng  là:

**A.** **B.** **C.** **D.**

1. Cho điểm  và mặt phẳng , *H* là hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  có diện tích  và tiếp xúc với mặt phẳng  tại *H*, sao cho điểm A nằm trong mặt cầu là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Cho mặt phẳng  và các điểm . Phương trình mặt cầu đi qua  và tiếp xúc với mặt phẳng  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Cho mặt phẳng  và điểm . Gọi  là điểm thuộc tia  sao cho mặt cầu tâm , tiếp xúc với mặt phẳng  có bán kính bằng 2. Tọa độ điểm  là:

**A.** **B.** **C.** hoặc  **D.**

1. Cho hai mặt phẳng  . Phương trình mặt cầu  tiếp xúc với mặt phẳng  tại điểm và có tâm thuộc mặt phẳng  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Cho điểm và đường thẳng  Phương trình mặt cầu (*S*) có tâm  và cắt đường thẳng  tại hai điểm  sao cho tam giác  vuông là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

1. Cho đường thẳng  và và mặt cầu (*S*): . Số giao điểm của  và  là:

**A.** 2**. B.**1**. C.**0**. D.**3.

1. Cho đường thẳng  và mặt cầu (*S*) : . Tọa độ giao điểm của  và  là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.** và (*S*) không cắt nhau.

1. Cho đường thẳng và mặt cầu : . Giao điểm của  và  là các điểm có tọa độ:

**A.** và (*S*) không cắt nhau**. B.** 

**C.** **D.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho  là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

1. Cho điểm  đường thẳng  Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho các điểm  và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho điểm  đường thẳng  Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho điểm  đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc trục tung là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc trục hoành là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc trục *Oz* là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt trục *Ox* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt trục *Oz* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt trục *Oz* tại hai điểm *A, B* sao cho diện tích tam giác *IAB* bằng  là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

1. Mặt cầu (*S*) có tâm  và cắt trục *Ox* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (*S*):

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Gọi (*S*) là mặt cầu có tâm  và cắt trục *Ox* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều. Điểm nào sau đây không thuộc mặt cầu (*S*):

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho các điểm  và đường thẳng . Phương trình mặt cầu  có tâm *I* và tiếp xúc *d* là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác diện tích tam giác *IAB* bằng  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho các điểm  và . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc trục *Oz* có đường kính là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

1. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm  và . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc trục hoành có đường kính là:

**A.**  **B.** **C.**  **D.** 

1. Cho các điểm  và . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc trục *Oy* có đường kính là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc đường thẳng *d* thì tọa độ tâm là:

**A.**  **B.** **C.**  **D.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc đường thẳng *d* thì tọa độ tâm của  là:

**A.**  **B.** **C.**  **D.** 

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Mặt cầu  đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc đường thẳng *d* thì tọa độ tâm  là:

**A.** **B.**  **C.**  **D.**

1. Cho đường thẳng . Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng *d* và trục *Ox* là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

1. Cho hai đường thẳng và . Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng *d* và *d’*  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Gọi  là mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng ***D.*** Bán kính mặt cầu (*S*) bằng:

**A.**  **B.** **C.**  **D.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Gọi  là mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng ***D.*** Đường kính mặt cầu  bằng:

**A.** **B.** **C.**  **D.** 

1. Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxy*) có phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxz*) có phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Phương trình mặt cầu tâm  nào sau đây tiếp xúc với trục *Ox*:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Mặt cầu tâm  tiếp xúc với trục *Oz* có phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho mặt cầu : . Phương trình mặt cầu nào sau đây

là phương trình của mặt cầu đối xứng với mặt cầu (*S*) qua mặt phẳng (*Oxy*):

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Cho mặt cầu : . Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu (*S*) qua trục *Oz*:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

1. Đường tròn giao tuyến của  khi cắt bởi mặt phẳng (*Oxy*) có chu vi bằng :

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

### ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**I – ĐÁP ÁN 8.2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| A | B | A | C | A | D | A | C | A | A | B | D | A | C | C | A | A | D | A | B |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| B | A | A | B | D | C | A | D | D | A | C | C | B | C | D | A | D | C | A | A |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| B | D | D | C | A | A | C | A | A | D | A | B | A | C | D | A | A | B | B | D |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| A | A | B | C | A | B | D | A | A | D | A | B | B | A | B | A | C | A | D | A |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| A | A | B | A | C | A | D | A | B |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**II –HƯỚNG DẪN GIẢI**

1. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ?

**A. B. **

**C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có hai dạng là:

(1) ;

(2)  với .

*Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.*

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

**A.  B. **

**C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có hai dạng là :

(1) ;

(2)  với .

*Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.*

Ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Tuy nhiên ở đáp án A thì phương trình: **** không đúng dạng phương trình mặt cầu.

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

**A.  B. **

**C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có hai dạng là:

(1) ;

(2)  với .

*Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.*

Phương trình ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Ví dụ :

C. 

D. 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Cho các phương trình sau:  

 

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

**A.** 4**. B.** 3**. C.** 2. **D.** 1.

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: 

 là phương trình của một mặt cầu.

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  có tâm là:

**A.  B.  C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có dạng  có tâm , bán kính 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  có tâm là:

**A.  B.  C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có dạng  với , có tâm , bán kính .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  có tọa độ tâm và bán kính *R* là:

**A.  B. **

**C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có dạng  với , có tâm , bán kính .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Phương trình mặt cầu có tâm , bán kính  là:

**A.  B. **

**C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu có tâm , bán kính  có hương trình : 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  có tâm là:

**A.  B.  C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Biến đổi .

Vậy mặt cầu có tâm 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Đường kính của mặt cầu  bằng:

**A.** 4**. B.** 2**. C.** 8**. D.** 16.

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  có bán kính  suy ra đường kính có độ dài: 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu có phương trình nào sau đây có tâm là 

**A.  B. **

**C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Phương trình mặt cầu  có dạng  với , có tâm , bán kính .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu   có bán kính bằng:

**A.** **. B. . C.** **. D. **.

**Hướng dẫn giải:**

Biến đổi  có tâm , bán kính .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Gọi *I* là tâm mặt cầu . Độ dài  ( là gốc tọa độ) bằng:

**A.** 2**. B.** 4**. C.** 1**. D.** `

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  có tâm 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục toạ độ?

**A.  B. **

**C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm  và bán kính *R=3* có phương trình: 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  đi qua điểm có tọa độ nào sau đây?

**A.  B.  C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt cầu. Tọa độ điểm nào thỏa mãn phương trình thì điểm đó thuộc mặt cầu.

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu tâm  và đi qua điểm  có phương trình:

**A.  B. **

**C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Ta có : .

Vậy .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Cho hai điểm  và . Phương trình mặt cầu đường kính *AB* là:

**A.  B. **

**C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Ta có . Mặt cầu đường kính *AB* có tâm *I* là trung điểm *AB* nên , bán kính .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Nếu mặt cầu  đi qua bốn điểm  và  thì tâm  của  có toạ độ là:

**A.  B.  C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Gọi phương trình mặt cầu (*S*) : , .

Do   (1)

 (2)

 (3)

 (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có , suy ra mặt cầu (*S*) có tâm 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm  và  bằng:

**A.  B.  C. 1. D. **

**Hướng dẫn giải:**

Gọi phương trình mặt cầu  có dạng  với . Do  đi qua bốn điểm *M, N, P, Q* nên ta có hệ phương trình:

. Vậy 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Cho mặt cầu  và 4 điểm , . Trong bốn điểm đó, có bao nhiêu điểm **không** nằm trên mặt cầu  ?

**A.** 2 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 3 điểm.

**Hướng dẫn giải:**

Lần lượt thay tọa độ các điểm *M, N, P, Q* vào phương trình mặt cầu , ta thấy chỉ có tọa độ điểm *Q* thỏa mãn.

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng  có phương trình:

**A.  B. **

**C.  D. **

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  tâm *I,* tiếp xúc với mặt phẳng 

: 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Phương trình mặt cầu nào dưới đây có tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng ?

**A.  B. **

**C.  D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Do mặt cầu  tiếp xúc với mặt phẳng .

: 

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Mặt cầu  tâm  và đi qua có phương trình:

**A. B.**

**C. D.**

**Hướng dẫn giải:**

• Bán kính mặt cầu là: 

• Vậy ph­ương trình của mặt cầu là: .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Phương trình mặt trình mặt cầu có đường kính  với  là:

A. B.

C. D.

**Hướng dẫn giải:**

• Trung điểm của đoạn thẳng  là , 

• Mặt cầu đường kính  có tâm , bán kính 

• Vậy ph­ương trình của mặt cầu là: 

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**•** Ta có: 

 Các đáp án B và C bị loại.

**•** Với đáp án D thì: 

 Đáp án D bị loại.

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Cho  và mặt phẳng . Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng , có phương trình là:

**A. B.**

**C. D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Bán kính mặt cầu là : .

**•** Phương trình mặt cầu là: .

Lựa chọn đáp án **A**.

1. Cho đường thẳng  và điểm . Phương trình mặt cầu đi qua điểm  và có tâm là giao điểm của  với mặt phẳng  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

•Mặt phẳng  có phương trình 

• Tâm  là giao điểm của  với mặt phẳng 

• 

• Bán kính mặt cầu là: 

• Vậy phương trình của mặt cầu là .

Lựa chọn đáp án **A.**

**Lưu ý :** *Để làm được bài này học sinh phải nhớ được phương trình tổng quát của mặt phẳng  và loại ngay được đáp án* **D**

1. Cho ba điểm , , , . Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  có phương trình là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Phương trình mặt cầu  có dạng: , ta có :



**•** Lấy ; ; ta được hệ:



**•** Vậy phương trình măt cầu là:  .

Lựa chọn đáp án **A.**

**Lưu ý :** *Ở bài này máy tính Casio giúp chúng ta giải nhanh chóng hệ phương trình bậc nhất ba ấn được tạo ra để tìm các hệ số của phương trình mặt cầu tổng quát. (Ta cũng có thể dùng máy tính cầm tay thay trực tiếp tọa độ các điểm vào từng đáp án và tìm ra đáp án đúng)*

1. Cho ba điểm  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm  và có tâm thuộc mặt phẳng  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Phương mặt cầu  có dạng: , ta có :



**•** Lấy ; ; kết hợp (4) ta được hệ:

.

**•** Vậy phương trình mặt cầu là : .

Lựa chọn đáp án **A.**

**Lưu ý :** *Ở câu này nếu nhanh trí chúng ta có thể sử dụng máy tính cầm tay thay ngay tọa độ tâm của các mặt cầu ở 4 đáp án trên vào* **phương** *trình mặt phẳng  để loại ngay được các đáp án có tọa độ tâm không thuộc mặt phẳng *

1. Phương trình mặt cầu tâm  và tiếp xúc với trục là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Gọi  là hình chiếu của  lên , ta có .

**• ** là bán kính mặt cầu cần tìm.

**•** Vậy phương trình mặt cầu là : .

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho các điểm  và đường thẳng . Gọi  là mặt cầu đi qua  và có tâm thuộc đường thẳng . Bán kính mặt cầu  bằng:

**A.** **B.** **C.**3**. D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Tâm .

**• **

**•** Vì  đi qua  nên ta có 

**•** Vậy bán kính mặt cầu : 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm  và đường thẳng  có phương trình . Phương trình mặt cầu tâm , tiếp xúc với  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**• **. Trong đó ****

**•** Phương trình mặt cầu tâm , bán kính  là

*.*

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Cho đường thẳng *d*:  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  có tâm nằm trên đường thẳng *d* có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với  và đi qua điểm  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Gọi là tâm của (*S*).

. Bán kính .

**•** Mặt phẳng  tiếp xúc với  nên  .

⇔  ⇔ .

Vì  có bán kính nhỏ nhất nên chọn . Suy ra .

**•** Vậy phương trình mặt cầu (*S*): .

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Gọi là hình chiếu của  lên mặt phẳng , ta có: .

**• ** là bán kính mặt cầu cần tìm.

**•** Vậy phương trình mặt cầu là 

Hay 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Mặt phẳng  tiếp xúc với mặt cầu tâm  tại điểm  có phương trình là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Mặt cầu  có tâm 

**•** Vì mặt phẳng  tiếp xúc với mặt cầu  tại điểm  nên mặt phẳng  qua  và có vectơ pháp tuyến 

**•** Vậy phương trình mặt phẳng .

Lựa chọn đáp án **C.**

**Lưu ý :** *Vì mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm  nên điểm  thuộc mặt phẳng cần tìm hơn nữa khoảng cách từ tâm  đến mặt phẳng cần tìm bằng  cũng chính là bán kính mặt cầu. Từ các nhận xét đó để tìm ra đáp án của bài này ta có thể làm như sau:*

*B1: Thay tọa độ  vào các đáp án để* **loại** *ra mặt phẳng không chứa *

*B2: Tính  và  và kết luận*

1. Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Mặt phẳng tiếp xúc với  và song song với  có phương trình là:

**A.**

**B.** hoặc 

**C.**

**D.** hoặc 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Mặt cầu (*S*) có tâm  và bán kính 

**•** Gọi  là mặt phẳng tiếp xúc với  và song song với .

**•** Vì 

**•** Mặt phẳng  tiếp xúc với mặt cầu  

 ( thỏa điều kiện)

**•** Vậy phương trình mặt phẳng  hoặc .

Lựa chọn đáp án **D.**

**Lưu ý:** *Nếu hình dung phác họa hình học bài toán được thì ta có thể dự đoán được có 2 mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài.*

1. Cho mặt cầu . Mặt cầu  cắt trục  tại  và  . Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp diện của  tại :

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Mặt cầu (*S*) có tâm 

**•** Vì  

**• **

Nên mặt cầu  cắt trục  tại  và 

Gọi  là tiếp diện của mặt cầu  tại .

**•** Mặt phẳng  qua  và có vectơ pháp tuyến 

**•** Vậy phương trình mặt phẳng 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho 4 điềm  và **. Mặt cầu tâm *A* và tiếp xúc với mặt phẳng  có phương trình là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Mặt phẳng đi qua và có vectơ pháp tuyến 



**•** Vì mặt cầu có tâm *A* tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính

.

**•** Vậy phương trình mặt cầu 

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho mặt phẳng . Mặt cầu  có tâm I thuộc trục *Oz*, bán kính bằng và tiếp xúc mặt phẳng (*P*) có phương trình:

**A.**  hoặc 

**B.**  hoặc 

**C.**  hoặc 

**D.**  hoặc 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Vì tâm

**•** Mặt cầu có tâm  tiếp xúc với mặt phẳng 



**•** Vậy phương trình mặt cầu . hoặc 

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Cho đường thẳng  và điểm . Đường thẳng *d* cắt mặt cầu  tâm  tại hai điểm *A, B* sao cho . Phương trình của mặt cầu  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**• **là vectơ chỉ phương của .

**•** Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên  là trung điểm của 

**•** Ta có : 





**• **.

Trong vuông tại có: 

**•** Vậy .

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho hai mặt phẳng ,  có phương trình  và  Mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng  và tiếp xúc với mặt phẳng  tại điểm , biết rằng  thuộc mặt phẳng  và có hoành độ , có phương trình là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

**•** Vì  và có hoành độ bằng 1 nên .

**•** Lại có, mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  nên  .

**•** Gọi  là tâm của mặt cầu  cần tìm.

Ta có  tiếp xúc với mp  tại M nên .

Mặt phẳng  có vectơ pháp tuyến .

**•** Ta có: 



Bán kính mặt cầu 

**•** Vậy phương trình mặt cầu .

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho hai điểm ,  và mặt cầu  Mặt phẳng  qua *M, N* và tiếp xúc với mặt cầu  có phương trình:

**A.** hoặc 

**B.**  hoặc 

**C.** 

**D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Ta có mặt cầu (*S*) có tâm  và bán kính , 

**•** Gọi với  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

**•** Vì  qua M, N nên 

**•** Mặt phẳng  qua  và nhận  là vectơ pháp tuyến nên có phương trình

.

**•** Mặt phẳng  tiếp xúc với  



Từ (1) và (2)  (\*)

**•** Trong (\*), nếu  thì , và từ  suy ra  (vô lí). Do vậy .

Chọn 

Với , ta có . Khi đó .

Với , ta có . Khi đó .

**•** Vậy phương trình mặt phẳng  hoặc .

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Cho hai điểm  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  có bán kính bằng  có tâm thuộc đường thẳng  và tiếp xúc với mặt phẳng  là:

**A.** 

**B.**  hoặc 

**C.** 

**D.**  hoặc 

**Hướng dẫn giải:**

• Ta có . Bán kính mặt cầu là 

• Tâm  của mặt cầu thuộc đường thẳng  nên tọa độ  có dạng 

• Ta có: tiếp xúc với mặt phẳng 

• . Mặt cầu (S) có phương trình là .

• . Mặt cầu (S) có phương trình là .

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho đường thẳng :  và hai mặt phẳng  . Mặt cầu có tâm  nằm trên  và tiếp xúc với 2 mặt phẳng , có phương trình:

**A.**

**B.** hoặc 

**C.**

**D.** hoặc 

**Hướng dẫn giải:**

•

• Mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng 



• 

• 

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho điểm , đường thẳng  và mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  đi qua *A*, có tâm thuộc  đồng thời tiếp xúc với  là:

**A.**

**B.** hoặc 

**C.** hoặc 

**D.**

**Hướng dẫn giải:**

• có phương trình tham số 

• Gọi  là tâm mặt cầu (*S*), do  thuộc  nên 

Theo đề bài, (*S*) có bán kính .



**.**

• Với 

• Với  

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Cho mặt phẳng  và hai đường thẳng , . Mặt cầu  có tâm thuộc , tiếp xúc với  và mặt phẳng , có phương trình:

**A.** hoặc 

**B.** hoặc 

**C.**

**D.**

**Hướng dẫn giải:**

• ;  đi qua điểm  và có vectơ chỉ phương .

• Giả sử  là tâm và  là bán kính của mặt cầu .

• Ta có:   

.

•  tiếp xúc với  và    .

Với  ,  .

Với   .

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho mặt phẳng  và mặt cầu  có phương trình lần lượt là . Giá trị của  để  tiếp xúc  là:

**A.** hoặc  **B.**  hoặc 

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

• có tâm  và bán kính .

•  tiếp xúc  





Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Phương trình đường thẳng  tiếp xúc với mặt cầu  tại  và song song với mặt phẳng  là:

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

• Mặt cầu  có tâm 

• Đường thẳng *d* tiếp xúc với mặt cầu  tại  và song song với mặt phẳng  nên đường thẳng d có vettơ chỉ phương 

• Vậy phương trình đường thẳng

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm  và mặt phẳng , *H* là hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng . Phương trình mặt cầu  có diện tích  và tiếp xúc với mặt phẳng  tại *H*, sao cho điểm A nằm trong mặt cầu là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

• Gọi  là đường thẳng đi qua  và vuông góc với . Suy ra 

• Vì *H* là hình chiếu vuông góc của  trên  nên .

Vì  nên .

• Mặt khác,  nên ta có: 

Do đó, .

• Gọi  lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu.

Theo giả thiết diện tích mặt cầu bằng , suy ra .

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng  tại *H* nên .

Do đó tọa độ điểm  có dạng , với .

• Theo giả thiết, tọa độ điểm  thỏa mãn:



Do đó: .

**•** Vậy phương trình mặt cầu .

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho mặt phẳng  và các điểm . Phương trình mặt cầu đi qua  và tiếp xúc với mặt phẳng  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Gọi  có tâm  và bán kính .

**•** Phương mặt cầu  có dạng: 

**•** (S) qua 3 điểm , ta có hệ phương trình :



**•** Vậy (*S*): .

1. Cho mặt phẳng  và điểm . Gọi  là điểm thuộc tia  sao cho mặt cầu tâm , tiếp xúc với mặt phẳng  có bán kính bằng 2. Tọa độ điểm  là:

**A.** **B.** **C.** hoặc  **D.**

**Hướng dẫn giải**

**•** Vì  thuộc tia  nên  (với )

**•** Bán kính của mặt cầu tâm , tiếp xúc với  là .

**•** Theo giả thiết 

Do 

**•** Vậy .

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho hai mặt phẳng  . Phương trình mặt cầu  tiếp xúc với mặt phẳng  tại điểm và có tâm thuộc mặt phẳng  là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Gọi  đường thẳng đi qua  và vuông góc với , ta có : 

**•** Tâm .



**•** Bán kính mặt cầu là .

**•** Phương trình mặt cầu  .

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm và đường thẳng  Phương trình mặt cầu (*S*) có tâm  và cắt đường thẳng  tại hai điểm  sao cho tam giác  vuông là:

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

**•** Gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên đường thẳng  

**•** Ta có vectơ chỉ phương của :  và 





**•** Vì tam giác  vuông tại và . Suy ra tam giác  vuông cân tại , do đó bán kính:



**•** Vậyphương trình mặt cầu .

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Cho đường thẳng  và và mặt cầu (*S*): . Số giao điểm của  và  là:

**A.** 2**. B.**1**. C.**0**. D.**3.

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳngđi qua và có VTCP 

Mặt cầu có tâm và bán kính *R=9*

Ta có và 



Vì  nên  cắt mặt cầu  tại hai điểm phân biệt.

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho đường thẳng  và mặt cầu (*S*) : . Tọa độ giao điểm của  và  là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.** và (*S*) không cắt nhau.

**Hướng dẫn giải:**

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:



Lựa chọn đáp án **C.**

1. Cho đường thẳng và mặt cầu : . Giao điểm của  và  là các điểm có tọa độ:

**A.** và (*S*) không cắt nhau**. B.** 

**C.** **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:



Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho  là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳngđi qua và có vectơ chỉ phương .

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên (*d*). Ta có:

.

Vậy phương trình mặt cầu: 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm  đường thẳng  Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳngđi qua và có vectơ chỉ phương .

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên (*d*). Ta có : 

.

Vậy phương trình mặt cầu: 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  đi qua và có vectơ chỉ phương .

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên ***D.*** Ta có : 

.

Vậy phương trình mặt cầu là : 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳngđi qua và có vectơ chỉ phương 

Ta có và 

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên ***D.*** Ta có : .

Xét tam giác *IAB*, có 

Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Cho các điểm  và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  đi qua và có vectơ chỉ phương .

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên ***D.*** Ta có : 

.

Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho điểm  đường thẳng  Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  đi qua và có vectơ chỉ phương .

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên ***D.*** Ta có : .

.

Vậy phương trình mặt cầu là : 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm  đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳng  đi qua và có vectơ chỉ phương .

Gọi *H* là hình chiếu của *I* trên ***D.*** Ta có: .

.

Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc trục tung là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Oy*

Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc trục hoành là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Ox*

Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và tiếp xúc trục *Oz* là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Oz*.

Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt trục *Ox* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Ox*



Vậy phương trình mặt cầu là : 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt trục *Oz* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Oz*



Vậy phương trình mặt cầu là : 

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt trục *Oz* tại hai điểm *A, B* sao cho diện tích tam giác *IAB* bằng  là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Oz*



Vậy phương trình mặt cầu là : 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Mặt cầu (*S*) có tâm  và cắt trục *Ox* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* vuông. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (*S*):

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Ox*



Vậy phương trình mặt cầu là : 

****

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Gọi (*S*) là mặt cầu có tâm  và cắt trục *Ox* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều. Điểm nào sau đây không thuộc mặt cầu (*S*):

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *Ox*



Vậy phương trình mặt cầu là:  ****

Lựa chọn đáp án **D.**

1. Cho các điểm  và đường thẳng . Phương trình mặt cầu  có tâm *I* và tiếp xúc *d* là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Đường thẳngđi qua và có một vectơ chỉ phương :



Phương trình mặt cầu là: **

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho điểm và đường thẳng . Phương trình mặt cầu có tâm  và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác diện tích tam giác *IAB* bằng  là:

**A.** **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi *H* là hình chiếu của  trên *d*



Vậy phương trình mặt cầu là: 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Cho các điểm  và . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc trục *Oz* có đường kính là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *Oz* vì 

 đường kính là: **.**

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho các điểm  và . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc trục hoành có đường kính là:

**A.**  **B.** **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *Ox.* Vì 

 đường kính bằng **.**

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho các điểm  và . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc trục *Oy* có đường kính là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *Oy* vì 

 đường kính bằng **.**

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc đường thẳng *d* thì tọa độ tâm là:

**A.**  **B.** **C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *d* vì 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Mặt cầu đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc đường thẳng *d* thì tọa độ tâm của  là:

**A.**  **B.** **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *d* vì 

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Mặt cầu  đi qua hai điểm *A, B* và tâm thuộc đường thẳng *d* thì tọa độ tâm  là:

**A.** **B.**  **C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *d* vì 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho đường thẳng . Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng *d* và trục *Ox* là:

**A.** **B.**

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  

Ta có:  và 

Lựa chọn đáp án **C.**

1. Cho hai đường thẳng và . Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng *d* và *d’*  là:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi 

Ta có: 

 và 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Gọi  là mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng ***D.*** Bán kính mặt cầu (*S*) bằng:

**A.**  **B.** **C.**  **D.**

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *d* vì 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Cho các điểm  và  và đường thẳng . Gọi  là mặt cầu đi qua *A, B* và có tâm thuộc đường thẳng ***D.*** Đường kính mặt cầu  bằng:

**A.** **B.** **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Gọi  trên *d* vì  đường kính là 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxy*) có phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm , bán kính *R* và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxy*): 

. Vậy 

Lựa chọn đáp án **B.**

1. Mặt cầu tâm  và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxz*) có phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm , bán kính *R* và tiếp xúc với mặt phẳng (*Oxz*) : 

. Vậy 

Lựa chọn đáp án **A.**

1. Phương trình mặt cầu tâm  nào sau đây tiếp xúc với trục *Ox*:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu tâm , bán kính *R* và tiếp xúc trục *Ox*

. Vậy 

Lựa chọn đáp án **C.**

**Lưu ý :** *Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.*

1. Mặt cầu tâm  tiếp xúc với trục *Oz* có phương trình:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải :**

Mặt cầu tâm , bán kính *R* và tiếp xúc trục *Ox*

. Vậy 

Lựa chọn đáp án **A.**

**Lưu ý :** *Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.*

1. Cho mặt cầu : . Phương trình mặt cầu nào sau đây

là phương trình của mặt cầu đối xứng với mặt cầu (*S*) qua mặt phẳng (*Oxy*):

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  tâm , bán kính *.* Do mặt cầu  đối xứng với  qua mặt phẳng *(Oxy)*  nên tâm *I'* của  đối xứng với *I* qua *(Oxy),* bán kính .

Ta có : . Vậy 

Lựa chọn đáp án **D.**

**Lưu ý:** *Để ý thấy rằng trung điểm  thuộc mặt phẳng  và . Cả 4 đáp án trên đều có thể dễ dàng tìm được tọa độ  nên nếu tinh ý ta sẽ tiết kiệm được thời gian hơn trong việc tìm đáp án.*

1. Cho mặt cầu : . Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu (*S*) qua trục *Oz*:

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  tâm , bán kính *.* Do mặt cầu  đối xứng với  qua trục *Oz* nên tâm *I'* của  đối xứng với *I* qua trục *Oz,* bán kính .

Ta có : . Vậy 

Lựa chọn đáp án **A.**

**Lưu ý:** *Sẽ vất vả hơn rất nhiều nếu học sinh không nhớ được tính chất đối xứng, tọa độ của một điểm đối xứng qua các trục tọa độ.*

1. Đường tròn giao tuyến của  khi cắt bởi mặt phẳng (*Oxy*) có chu vi bằng :

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Hướng dẫn giải:**

Mặt cầu  tâm , bán kính *.* Ta có : .

Gọi  là bán kính đường tròn *(C)* giao tuyến của mặt cầu  và mặt phẳng (*Oxy*), ta suy ra :

. Vậy chu vi *(C)* bằng : .

Lựa chọn đáp án **B.**

**Lưu ý:** *Để hiểu và làm nhanh bài này học sinh nên vẽ minh họa hình học và từ đó rút ra công thức tổng quát xác định bán kính đường tròn giao tuyến như hướng dẫn giải ở trên.*