**BÀI TẬP LƯỢNG GIÁC NÂNG CAO**

1. Giải phương trình: 

**Hướng dẫn giải**

Điều kiện:  (\*).

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương:









TH1: 

TH2: 



Đối chiếu điều kiện ta thấy phương trình đã cho có 2 họ nghiệm

.

1. Tìm tất cả các nghiệm x(2009; 2011) của phương trình : 
2. Chứng minh rằng: 
3. Cho: , với . Chứng minh rằng: .
4. Giải phương trình : 
5. Cho tam giác  với các kí hiệu thông thường, biết:  Chứng minh rằng tam giác  cân.
6. Giải phương trình sau: 
7. Tìm a để bất phương trình đúng với mọi x: 
8. Cho tam giác  có độ dài các cạnh là , , , độ dài ba đường phân giác trong tương ứng với các góc , ,  lần lượt là l, l, l.

1. Chứng minh rằng: 

2. Nhận dạng tam giác, biết: 

1. Định a để hệ:  có nghiệm duy nhất.
2. Chứng minh rằng nếu  thì: 
3. Tìm  để hệ phương trình sau đây có nghiệm và hãy giải hệ phương trình tương ứng với những giá trị tìm được của m: 
4. Cho hai phương trình sau:

 (1)

 (2)

a. Giải các phương trình trên với .

b. Tìm tất cả các giá trị của  để hai phương trình (1) và (2) tương đương.

1. Giải hệ phương trình: 
2. Tìm tất cả các giá trị  sao cho: 
3. Tìm số tự nhiên  nhỏ nhất để phương trình sau có nghiệm:



1. Cho tam giác  có . Chứng minh rằng: 
2. Cho tam giác  có độ dài ba cạnh thoả mãn hệ thức:  Tính tổng số đo góc: 
3. Xét các tam giác  thoả mãn ràng buộc: . Tìm giá trị lớn của biểu thức: 
4. Tìm m để phương trình sau có nghiệm: 
5. Chứng minh rằng với mọi  ta luôn có .
6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm



1. Giải phương trình: .
2. Tìm tổng nghịch đảo các nghiệm của phương trình  thỏa mãn điều kiện 
3. Tìm m để phương trình  có đúng 8 nghiệm trên khoảng 
4. Trong tất cả các tam giác  cho trước, tìm tam giác có  lớn nhất.
5. Giải phương trình : 
6. Tính số đo các góc trong tam giác  , biết 
7. Giải phương trình 
8. Tam giác  thỏa mãn đẳng thức 
9. Tìm số tự nhiên a bé nhất để phương trình sau có nghiệm : 
10. Cho tam giác  có : tanA+tanC=2tanB.CMR : 
11. Giải phương trình: 
12. Trong tam giác  biết số đo ba góc  lập thành cấp số cộng với  và thỏa hệ thức . Tính số đo các góc .
13. Giải phương trình 
14. Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt trong khoảng : 
15. Giải phương trình : cosx.cos2x = 1/4

**Hướng dẫn giải**

x=kπ không phải là nghiệm.nhân thêm sinx vào hai vế để đưa về pt sin4x=sinx

Suy ra x=k2π/3 ; x=π/5 +k2π/5

vì x≠kπ nên pt có các nghiệm x=±2π/3 +k2π; x=±π/5 +k2π; x=±3π/5 +k2π

1. Giải phương trình: 
2. Cho phương trình: 

a) Giải phương trình khi .

b) Xác định tham số  để phương trình có đúng một nghiệm .

1. Cho tam giác  có các góc A, B, C thỏa mãn hệ thức:



Chứng minh tam giác  là tam giác đều.

1. Giải phương trình : .
2. Tìm m để phương trình cos có nghiệm.
3. Tam giác  có ba góc thỏa mãn hệ thức : . Hãy tính các góc của tam giác đó.
4. Giải phương trình: 
5. Giải phương trình sau **.**

**Hướng dẫn giải**





Vậy phương trình có hai họ nghiệm: 

1. Cho  với . Tính giá trị của biểu thức: 

**Hướng dẫn giải**

Do  nên . Ta có:

,

, 

Khi đó: 

1. Tìm tập xác định của hàm số 

**Hướng dẫn giải**

Ñieàu kieän xaùc ñònh  

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số 

**Hướng dẫn giải**

**\* **

\* ****

\*  GTNN y = 1

\* y = 1 

1. Giải phương trình 

**Hướng dẫn giải**

****

****

1. Tìm tất cả giá trị thực  để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt thuộc : 

**Hướng dẫn giải**

\* t = cotx , 

\*  (1)

 (2)

Pt(1) có 2 nghiệm phân biệt pt(2) có 2 nghiệm dương phân biệt



keát quaû ñuùng : m < - 1 v 0 < m< 

1. Giải phương trình 

**Hướng dẫn giải**

Tập xác định: D = R.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:



Xét hàm số f(t) = , ta có f(t) đồng biến với mọi t nên ta có: f(3cosx) = f(4cos3x) ⇔ 3cosx = 4cos3x

⇔ cos3x = 0 ⇔ x = , k ∈ Z

1. Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi x. ⎢1 + 2cosx⎢+ ⎢1 + sin2x⎢≤ 2m – 1

**Hướng dẫn giải**

Đặt f(x) = ⎜1 + 2cosx⎜ + ⎜1 + 2sinx⎜. Bài toán trở thành: tìm m sao cho maxf(x) ≤ 2m – 1.

Ta có f2(x) = 6 + 4(sinx + cosx) + 2⎜1 + 2(sinx + cosx) + 4sinxcosx⎜

Đặt t = sinx + cosx, . Ta có:

f2(x) = g(t) = 6 + 4t + 2⎜2t2 + 2t – 1⎜ với .

Xét sự biến thiên của g(t) ta có: 

Vì f(x) ≥ 0 nên ta có:

maxf(x) = 

Vậy ta có: .

1. Rút gọn tổng S =  trong đó *n* là một số tự nhiên.
2. Biết rằng sin2*x* + sin2*y* = , tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của S = tg2*x* + tg2*y*.
3. Rút gọn : P = .
4. Chứng minh rằng nếu ta có  thì .
5. Trong tam giác  có *A* = 360, *AB* = *AC* = 1 và *BC* = *x*. Giả sử , hãy tìm cặp số nguyên (*p*, *q*).
6. Cho . Chứng minh rằng: , (*a* > 0, *b* > 0).
7. Cho . Tính giá trị của biểu thức 
8. Tính giá trị của biểu thức: .
9. Cho tam giác  bất kỳ. Tìm đặc điểm của tam giác khi biểu thức  đạt giá trị lớn nhất.
10. Cho các số thực *a, b, c* thoả mãn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức , trong đó .
11. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  với .
12. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm sốvới *n* là số tự nhiên.
13. Cho tam giác  thoả mãn: 2*tgB* = *tgA* + *tgC*. Chứng minh rằng:

a) *B*, b) cos*A*+ cos*C* .

1. Cho tam giác  thoả mãn: . Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để tam giác  vuông là .
2. Tính tổng S = .
3. Chứng minh rằng: .
4. Cho *x*, *y*, *z*, *t* là các số thực nằm giữavà thoả mãn: . Chứng minh rằng: 0*x*, *y*, *z*, *t* .
5. Tìm GTNN của hàm số .
6. Tìm GTNN, GTLN của hàm số: .
7. Tìm GTLN, GTNN của hàm số: .
8. Cho tam giác  có *C* = 2*B* = 4*A*. Gọi *O, H* lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, trực tâm của tam giác . Tính tỷ số trong đó *R* là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.
9. Cho tam giác  vuông ở *C*. Gọi *r* là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác, lần lượt là độ dài các đường trung tuyến của tam giác kẻ từ *A, B*. Tìm giá trị lớn nhất của: .
10. Giải các phương trình sau:

1/ .

2/ .

3/ .

4/ 

5/ .

6/ 

1. Chứng minh rằng: 4cos36
2. Cho . Tính .
3. Chứng minh rằng: .
4. Thu gọn tổng S =.
5. Thu gọn P = (2cos*a*-1)(2cos2*a*-1)...
6. Tính các tổng:

S =, P = , R = 

1. Gọi *M* và *m* là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số *F(x*)=cos(2006*x*)+*k*cos(*x* trong đó *k*, là các tham số thực. Chứng minh rằng:
2. Hãy xác định dạng của tam giác  nếu các góc của tam giác  thoả mãn đẳng thức sau:

