CÁC BÀI TẬP KHÁC

1/Dùng định nghĩa

1) Cho abc = 1 và $a^3 > 36$. . Chứng minh rằng $\frac{a^2}{3}+b^2+c^2 > ab+bc+ac$

Giải

Ta có hiệu:

$\frac{a^2}{3}+b^2+c^2-ab-bc-ac = \frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{12}+b^2+c^2-ab-bc-ac$

$= (\frac{a^2}{4}+b^2+c^2-ab-ac+2bc)+\frac{a^2}{12}-3bc = (\frac{a}{2}-b-c)^2+\frac{a^3-36abc}{12a}$

$=(\frac{a}{2}-b-c)^2+\frac{a^3-36abc}{12a}>0$ (vì abc=1 và $a^3 > 36$ nên a >0)

Vậy : $\frac{a^2}{3}+b^2+c^2 > ab+bc+ac$ Điều phải chứng minh

2) Chứng minh rằng

a) $x^4+y^4+z^2+1 \geq 2x.(xy^2-x+z+1)$

b) với mọi số thực a , b, c ta có : $a^2+5b^2-4ab+2a-6b+3>0$

c) $a^2+2b^2-2ab+2a-4b+2 \geq 0$

Giải :

a) Xét hiệu :

H = $x^4+y^4+z^2+1-2x^2y^2+2x^2-2xz-2x = (x^2-y^2)^2+(x-z)^2+(x-1)^2$

$H \geq 0$ ta có điều phải chứng minh

b) Vế trái có thể viết

H = $(a-2b+1)^2+(b-1)^2+1$

$\Rightarrow$ H > 0 ta có điều phải chứng minh

c) vế trái có thể viết

H = $(a-b+1)^2+(b-1)^2$

$\Rightarrow$ H $\geq$ 0 ta có điều phải chứng minh