PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM NGUYÊN

PHƯƠNG PHÁP 3: Phương pháp sử dụng tính chất chia hết

Các ví dụ minh hoạ:

Ví dụ 1: Tìm $x;y\in Z$ để: $A=\dfrac{x^2+x}{x^2+x+1}$ nhận giá trị nguyên

Ta có: $A=\dfrac{x^2+x}{x^2+x+1}=\dfrac{x^2+x+1-1}{x^2+x+1}=1+\dfrac{1}{x^2+x+1}$. Khi đó:

Để A nhận giá trị nguyên thì $\dfrac{1}{x^2+x+1}$ nhận giá trị nguyên.

$\Rightarrow 1\vdots\left(x^2+x+1\right)\Rightarrow\left(x^2+x+1\right)\in U_{(1)}=\{-1;1\}$

Vì : $\left(x^2+x+1\right)>0;\forall x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x^2+x+1=1\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=-1\end{cases}$

Vậy để A nhận giá trị nguyên thì: $x=0$ hoặc $x=-1$

Ví dụ 2: Tìm $x;y\in Z$ thoả mãn: $2y^2x+x+y+1=x^2+2y^2+x.y$

$(2)\Rightarrow 2y^2.(x-1)-x.(x-1)-y.(x-1)+1=0(*)$

Với: $x=1;(*)\Rightarrow 1=0\Rightarrow x=1$ không phải là ngiệm của phương trình. Nên

$2y^2-x-y+\dfrac{1}{x-1}=0(**)$.

Phương trình có nghiệm nguyên $\Leftrightarrow\dfrac{1}{x-1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow(x-1)\in U(1)=\{1;-1\}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\x=1\end{cases}$

Ví dụ 3: Tìm $x;y\in Z^+$ thoả mãn: $3^x+1=(y+1)^2$ (3)

Ta có:

$(3)\Rightarrow 3^x=(y-1)^2-1=y(y+2).3^x$ là số lẻ $\Rightarrow y;(y+2)$ là hai số lẻ liên tiếp $\Rightarrow(y;y+2)=1\Rightarrow y;y+2$ là các luỹ thừa của 3, nên:

$\begin{cases}y=3^m\,(*)\\y+2=3^n\,(**)\end{cases}(m+n=x)\Rightarrow 3^m+2=3^n\Rightarrow m<n$

- Với: $m=0;\Rightarrow n=1\Rightarrow y=1;x=1.$
- Với: $m\geq 1;\Rightarrow n>1$ Từ $(*);(**)\Rightarrow\begin{cases}y\vdots 3\\(y+2)\vdots 3\end{cases}\Rightarrow\left(y;(y+2)\right)\neq 1$(vô lí)

Phương trình có nghiệm nguyên: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$