TUYỂN TẬP 80 BÀI TOÁN HÌNH HỌC LỚP 9

c) Δ KMN vuông ⇒ KN ⊥ KM mà KM // BP ⇒ KN ⊥ BP

$\widehat{APB} = 90^0$ (góc nội tiếp…) ⇒ AP ⊥ BP

⇒ KN // AP (⊥ BP)

KM // BP ⇒ $\widehat{KMN} = \widehat{PAT} = 45^0$

Mà $\widehat{PAM} = \widehat{PKU} = \dfrac{\widehat{PKM}}{2} = 45^0$

$\widehat{PKN} = 45^0$; $\widehat{KNM} = 45^0$ ⇒ PK // AN . Vậy ANPK là hình bình hành.

P M T = // N A O B

Bài 54: Cho đường tròn tâm O, bán kính R, có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. M là một điểm tuỳ ý thuộc cung nhỏ AC. Nối MB, cắt CD ở N.

a. Chứng minh: tia MD là phân giác của góc AMB.

b. Chứng minh:ΔBOM ~ ΔBNA. Chứng minh: BM.BN không đổi.

c. Chứng minh: tứ giác ONMA nội tiếp. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ONMA, I di động như thế nào?

HD: a) $\widehat{AMD} = \widehat{DMB} = 45^0$ (chắn cung ¼ đ/tròn)

⇒ MD là tia phân giác $\widehat{AMB}$

b) Δ OMB cân vì OM = OB = $R_{(O)}$

Δ NAB cân có NO vừa là đ/cao vừa là đường trung tuyến.

⇒ Δ OMB ~ Δ NAB

⇒ $\dfrac{BM}{BA} = \dfrac{BO}{BN}$ ⇒ BM.BN = BO.BA = $2R^2$ không đổi.

c) ONMA nội tiếp đ/tròn đ/k AN. Gọi I là tâm đ/tròn ngoại tiếp

⇒ I cách đều A và O cố định ⇒ I thuộc đường trung trực OA

Gọi E và F là trung điểm của AO; AC

Vì M chạy trên cung nhỏ AC nên tập hợp I là đoạn EF

C M F N I A B E O D

Bài 55: Cho ΔABC cân (AB = AC) nội tiếp một đường tròn (O). Gọi D là trung điểm của AC; tia BD cắt tiếp tuyến tại A với đường tròn (O) tại điểm E; EC cắt (O) tại F.

a. Chứng minh: BC song song với tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A.

b. Tứ giác ABCE là hình gì? Tại sao?

c. Gọi I là trung điểm của CF và G là giao điểm của các tia BC; OI. So sánh $\widehat{BGO}$ với $\widehat{BAC}$.

d. Cho biết DF // BC. Tính cos $\widehat{ABC}$.

HD:a) Gọi H là trung điểm BC ⇒ AH ⊥ BC (Δ ABC cân tại A)

lập luận chỉ ra AH ⊥ AE ⇒ BC // AE. (1)

b) Δ ADE = Δ CDB (g.c.g) ⇒ AE = BC (2)

Từ 1 và 2 ⇒ ABCE là hình bình hành.

c) Theo c.m.t ⇒ AB // CF ⇒ GO ⊥ AB.

⇒ $\widehat{BGO} = 90^0 - \widehat{ABC} = \widehat{BAH} = \dfrac{1}{2}\widehat{BAC}$

d) Tia FD cắt AB taijM, cắt (O) tại N.; DF // BC và AH là trục đối xứng cuarBC và đ/tròn (O) nên F, D thứ tự đối xứng với N, M qua AH.

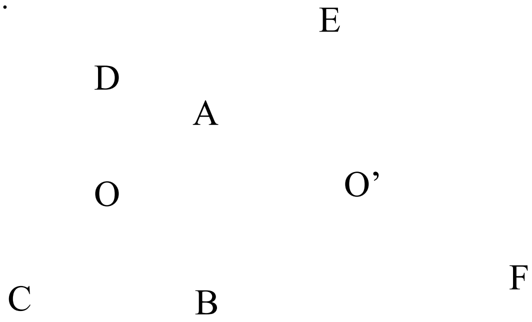
⇒ FD = MN = MD = $\dfrac{1}{2}$BC = $\dfrac{1}{2}$ND = BH ; Δ NDA ~ Δ CDF (g.g) ⇒ DF.DN = DA.DC

A E N M D F O I– – B H C G

$\Rightarrow 2BH^2 = \frac{1}{4}AC^2 \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{2}}{4}\ AC \Rightarrow \cos\ \widehat{ABC} = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Bài 56: Cho 2 đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại hai điểm A và B. Các đường thẳng AO; AO’ cắt đường tròn (O) lần lượt tại các điểm C; D và cắt (O’) lần lượt tại E; F.

a. Chứng minh: C; B; F thẳng hàng.
b. Chứng minh: Tứ giác CDEF nội tiếp được.
c. Chứng minh: A là tâm đường tròn nội tiếp ΔBDE.
d. Tìm điều kiện để DE là tiếp tuyến chung của (O) và (O’).



HD: a) $\widehat{CBA} = 90^0 = \widehat{FBA}$ (góc nội tiếp chắn nửa đ/tròn)

$\Rightarrow \widehat{CBA} + \widehat{FBA} = 180^0 \Rightarrow$ C, B, F thẳng hàng.

b) $\widehat{CDF} = 90^0 = \widehat{CEF} \Rightarrow$ CDEF nội tiếp (quĩ tích …)

c) CDEF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ECB}$ (cùng chắn cung EF)

Xét (O) có: $\widehat{ADB} = \widehat{ECB}$ (cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{ADB} \Rightarrow$ DA là tia phân giác $\widehat{BDE}$. Tương tự EA là tia phân giác $\widehat{DEB}$

Vậy A là tâm đường tròn nội tiếp ΔBDE..

d) ODEO’ nội tiếp. Thực vậy : $\widehat{DOA} = 2\,\widehat{DCA}$; $\widehat{EO'A} = 2\,\widehat{EFA}$ mà $\widehat{DCA} = \widehat{EFA}$ (góc nội tiếp chắn cung DE) $\Rightarrow \widehat{DOA} = \widehat{EO'A}$; mặt khác: $\widehat{DAO} = \widehat{EAO'}$ (đ/đ) $\Rightarrow \widehat{ODO'} = \widehat{O'EO} \Rightarrow$ ODEO’ nội tiếp.

Nếu DE tiếp xúc với (O) và (O’) thì ODEO’ là hình chữ nhật $\Rightarrow$ AO = AO’ = AB.

Đảo lại : AO = AO’ = AB cũng kết luận được DE là tiếp tuyến chung của (O) và (O’)

Kết luận : Điều kiện để DE là tiếp tuyến chung của (O) và (O’) là : AO = AO’ = AB.

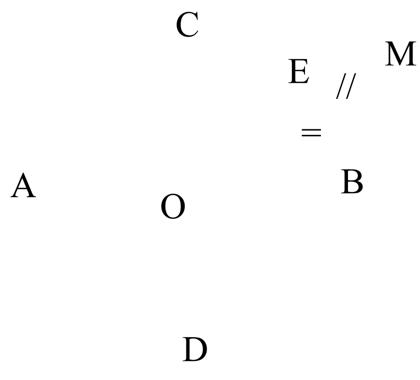
Bài 57: Cho đường tròn (O; R) có 2 đường kính cố định $AB \perp CD$.

a) Chứng minh: ACBD là hình vuông.

b). Lấy điểm E di chuyển trên cung nhỏ BC ($E \neq B$; $E \neq C$). Trên tia đối của tia EA lấy đoạn EM = EB.

Chứng tỏ: ED là tia phân giác của $\widehat{AEB}$ và ED // MB.

c). Suy ra CE là đường trung trực của BM và M di chuyển trên đường tròn mà ta phải xác định tâm và bán kính theo R.



HD: a) $AB \perp CD$. ; OA = OB = OC = OD = $R_{(O)}$

$\Rightarrow$ ACBD là hình vuông.

b) $\widehat{AED} = \frac{1}{2}\ \widehat{AOD} = 45^0$; $\widehat{DEB} = \frac{1}{2}\ \widehat{DOB} = 45^0$

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{DEB} \Rightarrow$ ED là tia phân giác của $\widehat{AEB}$.

$\widehat{AED} = 45^0$; $\widehat{EMB} = 45^0$ (Δ EMB vuông cân tại E)

$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{EMB}$ (2 góc đồng vị) $\Rightarrow$ ED // MB.

c) Δ EMB vuông cân tại E và $CE \perp DE$; ED // BM

$\Rightarrow CE \perp BM \Rightarrow$ CE là đường trung trực BM.

d) Vì CE là đường trung trực BM nên CM = CB = $R\sqrt{2}$

Vậy M chạy trên đường tròn (C ; R’ = $R\sqrt{2}$)

Bài 58: Cho ΔABC đều, đường cao AH. Qua A vẽ một đường thẳng về phía ngoài của tam giác, tạo với cạnh AC một góc 40^0. Đường thẳng này cắt cạnh BC kéo dài ở D. Đường tròn tâm O đường kính CD cắt AD ở E. Đường thẳng vuông góc với CD tại O cắt AD ở M.

a. Chứng minh: AHCE nội tiếp được. Xác định tâm I của đường tròn đó.

b. Chứng minh: CA = CM.

c. Đường thẳng HE cắt đường tròn tâm O ở K, đường thẳng HI cắt đường tròn tâm I ở N và cắt đường thẳng DK ở P. Chứng minh: Tứ giác NPKE nội tiếp.

Bài 59: BC là một dây cung của đường tròn (O; R) ($BC \neq 2R$). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho O luôn nằm trong ΔABC. Các đường cao AD; BE; CF đồng quy tại H.

a. Chứng minh:ΔAEF ~ ΔABC.

b. Gọi A’ là trung điểm BC. Chứng minh: AH = 2.A’O.

c. Gọi A_1 là trung điểm EF. Chứng minh: $R.AA_1 = AA'.OA'$.

d. Chứng minh: $R.(EF + FD + DE) = 2.S_{ABC}$.

Suy ra vị trí điểm A để tổng (EF + FD + DE) đạt GTLN.

Bài 60: Cho đường tròn tâm (O; R) có AB là đường kính cố định còn CD là đường kính thay đổi. Gọi (Δ) là tiếp tuyến với đường tròn tại B và AD, AC lần lượt cắt (Δ) tại Q và P.

a. Chứng minh: Tứ giác CPQD nội tiếp được.

b. Chứng minh: Trung tuyến AI của ΔAQP vuông góc với DC.

c. Tìm tập hợp các tâm E của đường tròn ngoại tiếp ΔCPD.

Bài 61: Cho ΔABC cân (AB = AC; $\widehat{A} < 90^0$), một cung tròn BC nằm bên trong ΔABC tiếp xúc với AB, AC tại B và C. Trên cung BC lấy điểm M rồi hạ các đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh tương ứng BC, CA, AB. Gọi Q là giao điểm của MB, IK.

a. Chứng minh: Các tứ giác BIMK, CIMH nội tiếp được.

b. Chứng minh: tia đối của tia MI là phân giác $\widehat{HMK}$.

c. Chứng minh: Tứ giác MPIQ nội tiếp được $\Rightarrow$ PQ // BC.

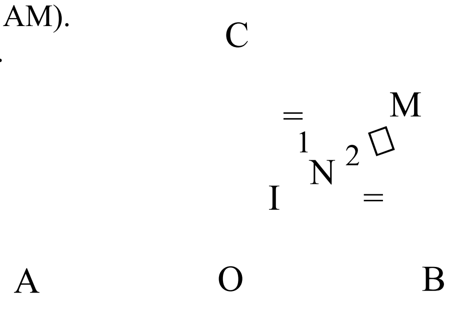
Bài 62: Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB, C là trung điểm của cung AB; N là trung điểm của BC. Đường thẳng AN cắt nửa đường tròn (O) tại M. Hạ $CI \perp AM$ ($I \in AM$).

a. Chứng minh: Tứ giác CIOA nội tiếp được trong 1 đường tròn.

b. Chứng minh: Tứ giác BMCI là hình bình hành.

c. Chứng minh: $\widehat{MOI} = \widehat{CAI}$.

d. Chứng minh: MA = 3.MB.



HD: a) $\widehat{COA} = 90^0 (\ldots)$; $\widehat{CIA} = 90^0 (\ldots)$

$\Rightarrow$ Tứ giác CIOA nội tiếp (quĩ tích cung chứa góc 90^0)

b) MB // CI ($\perp$ BM). (1)

Δ CIN = Δ BMN (g.c.g) $\widehat{N_1} = \widehat{N_2}$ (đ/đ) ; NC = NB ; $\widehat{NCI} = \widehat{NBM}$ (slt)

$\Rightarrow$ CI = BM (2). Từ 1 và 2 $\Rightarrow$ BMCI là hình bình hành.

c) Δ CIM vuông cân ($\widehat{CIA} = 90^0 ; \widehat{CMI} = \frac{1}{2}\widehat{COA} = 45^0$) $\Rightarrow$ MI = CI ; Δ IOM = Δ IOC vì OI chung ;

IC = IM (c.m.t) ; OC = OM = $R_{(O)}$ $\Rightarrow \widehat{MOI} = \widehat{IOC}$ mà: $\widehat{IOC} = \widehat{CAI} \Rightarrow \widehat{MOI} = \widehat{CAI}$

d) Δ ACN vuông có : AC = $R\sqrt{2}$; NC = $\frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{AC}{2}$ (với R = AO)

Từ đó : $AN = \sqrt{AC^2+CN^2} = \sqrt{2R^2+\frac{R^2}{2}} = R\sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{R\sqrt{10}}{2}$; $NI = \frac{NC^2}{NA} = \frac{R\sqrt{10}}{10} = MN = \frac{MI}{2}$

$\Rightarrow MB = \sqrt{NC^2 - MN^2} = \sqrt{\frac{R^2}{2}-\frac{R^2}{10}} = \frac{2R}{\sqrt{10}} = \frac{R\sqrt{10}}{5} \Rightarrow AM = AN + MN = \frac{R\sqrt{10}}{2} + \frac{R\sqrt{10}}{10} = \frac{3R\sqrt{10}}{5}$

$\Rightarrow AM = 3\ BM$.

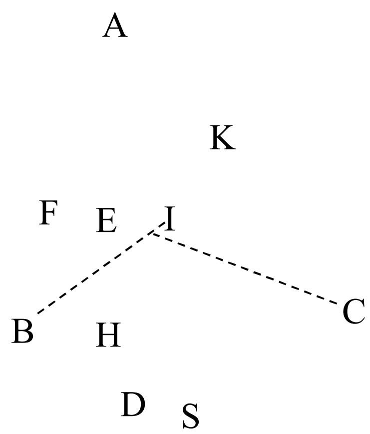
Bài 63: Cho ΔABC có $\widehat{A} = 60^0$ nội tiếp trong đường tròn (O), đường cao AH cắt đường tròn ở D, đường cao BK cắt AH ở E.

a. Chứng minh: $\widehat{BKH} = \widehat{BCD}$.

b. Tính $\widehat{BEC}$.

c. Biết cạnh BC cố định, điểm A chuyển động trên cung lớn BC. Hỏi tâm I của đườngtròn nội tiếp ΔABC chuyển động trên đường nào? Nêu cách dựng đường đó (chỉ nêu cách dựng) và cách xác định rõ nó (giới hạn đường đó).

d. Chứng minh: ΔIOE cân ở I.



HD: a) ABHK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BKH} = \widehat{BAH}$;

$\widehat{BCD} = \widehat{BAH}$ (cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{BKH}$

b) CE cắt AB ở F. ;

AFEK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FEK} = 180^0 - \widehat{A} = 180^0 - 60^0 = 120^0 \Rightarrow \widehat{BEC} = 120^0$

c) $\widehat{BIC} = 180^0 - \frac{\widehat{B}+\widehat{C}}{2} = 180^0 - \frac{120^0}{2} = 120^0$

Vậy I chuyển động trên cung chứa góc 120^0 dựng trên đoạn BC, cung này nằm trong đường tròn tâm (O).

d) Trong đ/tròn (O) có $\widehat{DAS}$ = sđ $\frac{\overset{\frown}{DS}}{2}$; trong đ/tròn (S) có $\widehat{ISO}$ = sđ $\frac{\overset{\frown}{IO}}{2}$

vì $\widehat{DAS} = \widehat{ISO}$ (so le trong) nên: $\frac{\overset{\frown}{DS}}{2} = \frac{\overset{\frown}{IO}}{2}$ mà $\overset{\frown}{DS} = \overset{\frown}{IE} \Rightarrow \overset{\frown}{IO} = \overset{\frown}{IE} \Rightarrow$ đpcm.

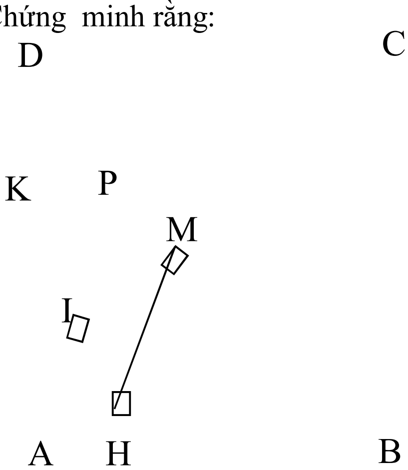
Bài 64: Cho hình vuông ABCD, phía trong hình vuông dựng cung một phần tư đường tròn tâm B, bán kính AB và nửa đường tròn đường kính AB. Lấy 1 điểm P bất kỳ trên cung AC, vẽ $PK \perp AD$ và $PH \perp AB$. Nối PA, cắt nửa đường tròn đường kính AB tại I và PB cắt nửa đường tròn này tại M. Chứng minh rằng:

a. I là trung điểm của AP.

b. Các đường PH, BI và AM đồng quy.

c. PM = PK = AH.

d. Tứ giác APMH là hình thang cân.



HD: a) Δ ABP cân tại B. ($AB = PB = R_{(B)}$) mà $\widehat{AIB} = 90^0$ (góc nội tiếp …)

$\Rightarrow BI \perp AP \Rightarrow$ BI là đường cao cũng là đường trung tuyến

$\Rightarrow$ I là trung điểm của AP

b) HS tự c/m.

c) Δ ABP cân tại B $\Rightarrow$ AM = PH ; AP chung $\Rightarrow \Delta$vAHP = Δv PMA

$\Rightarrow$ AH = PM ; AHPK là hình chữ nhật $\Rightarrow$ AH = KP $\Rightarrow$ PM = PK = AH

d) PMAH nằm trên đ/tròn đ/k AP mà PM = AH (c.m.t)

$\Rightarrow \overset{\frown}{PM} = \overset{\frown}{AH} \Rightarrow$ PA // MH

Vậy APMH là hình thang cân.

Bài 65: Cho đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R. Kẻ tia tiếp tuyến Bx, M là điểm thay đổi trên Bx;. AM cắt (O) tại N. Gọi I là trung điểm của AN.

a. Chứng minh: Tứ giác BOIM nội tiếp được trong 1 đường tròn.

b. Chứng minh:ΔIBN ~ ΔOMB.

c. Tìm vị trí của điểm M trên tia Bx để diện tích tam giác AIO có GTLN.

A H O B

I

N M

HD: a) BOIM nội tiếp được vì $\widehat{OIM} = \widehat{OBM} = 90^0$

b) $\widehat{INB} = \widehat{OBM} = 90^0$; $\widehat{NIB} = \widehat{BOM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

$\Rightarrow$ Δ IBN ~ ΔOMB.

c) $S_{AIO} = \frac{1}{2}$ AO.IH; S_{AIO} lớn nhất $\Leftrightarrow$ IH lớn nhất vì AO = $R_{(O)}$

Khi M chạy trên tia Bx thì I chạy trên nửa đường tròn đ/k AO. Do đó S_{AIO} lớn nhất

Khi IH là bán kính, khi đó Δ AIH vuông cân, tức $\widehat{HAI} = 45^0$

Vây khi M cách B một đoạn BM = AB = $2R_{(O)}$ thì S_{AIO} lớn nhất .

Bài 66: Cho Δ ABC đều, nội tiếp trong đường tròn (O; R). Gọi AI là một đường kính cố định và D là điểm di động trên cung nhỏ AC (D ≠ A và D ≠ C).

a. Tính cạnh của ΔABC theo R và chứng tỏ AI là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.

b. Trên tia DB lấy đoạn DE = DC. Chứng tỏ ΔCDE đều và DI ⊥ CE.

c. Suy ra E di động trên đường tròn mà ta phải xác định tâm và giới hạn.

d. Tính theo R diện tích ΔADI lúc D là điểm chính giữa cung nhỏ AC.

A

D

=

E O =

B C

I

HD: a) Δ ABC đều, nội tiếp trong đường tròn (O; R). HS tự c/m :

$\Rightarrow$ AB = AC = BC = $R\sqrt{3}$

Trong đ/tròn (O; R) có: AB = AC $\Rightarrow$ Tâm O cách đều 2 cạnh AB và AC

$\Rightarrow$ AO hay AI là tia phân giác của $\widehat{BAC}$.

b) Ta có : DE = DC (gt) $\Rightarrow$ Δ DEC cân ; $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 60^0$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$)

$\Rightarrow$ΔCDE đều. I là điểm giữa $\overset{\frown}{BC}$ $\Rightarrow \overset{\frown}{IB} = \overset{\frown}{IC} \Rightarrow \widehat{BDI} = \widehat{IDC}$

$\Rightarrow$ DI là tia phân giác $\widehat{BDC}$ $\Rightarrow$ΔCDE đều có DI là tia phân giác nên cũng là đường cao $\Rightarrow$ DI ⊥ CE

c) ΔCDE đều có DI là đường cao cũng là đường trung trực của CE $\Rightarrow$ IE = IC mà I và C cố định $\Rightarrow$ IC không đổi $\Rightarrow$ E di động trên 1 đ/tròn cố định tâm I, bán kính = IC. Giới hạn : I ∈ $\overset{\frown}{AC}$ (cung nhỏ)

D → C thì E → C ; D → A thì E → B $\Rightarrow$ E đi động trên $\overset{\frown}{BC}$ nhỏ của đ/t (I; R = IC) chứa trong Δ ABC đều.

Bài 67: Cho hình vuông ABCD cạnh bằng a. Trên AD và DC, người ta lấy các điểm E và F sao cho : AE = DF = $\frac{a}{3}$.

a. So sánh ΔABE và ΔDAF. Tính các cạnh và diện tích của chúng.

b. Chứng minh AF ⊥ BE.

c. Tính tỉ số diện tích ΔAIE và ΔBIA; diện tích ΔAIE và ΔBIA và diện tích các tứ giác IEDF và IBCF.

Bài 68: Cho ΔABC có các góc đều nhọn; $\widehat{A} = 45^0$. Vẽ các đường cao BD và CE.

Gọi H là giao điểm của BD, CE.

a. Chứng minh: Tứ giác ADHE nội tiếp được trong 1 đường tròn.; b. Chứng minh: HD = DC.

c. Tính tỷ số: $\frac{DE}{BC}$ d. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Chứng minh: OA ⊥ DE

Bài 69: Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB. Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC. Chứng minh:

a. Tứ giác CBMD nội tiếp được trong đường tròn.

b. Khi điểm D di động trên đường tròn thì ($\widehat{BMD} + \widehat{BCD}$) không đổi.

c. DB.DC = DN.AC

Bài 70: Cho ΔABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là điểm chính giữa cung nhỏ BC. Hai tiếp tuyến tại C và D với đường tròn (O) cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB và CD; AD và CE. Chứng minh:

a. BC // DE.

b. Các tứ giác CODE, APQC nội tiếp được.

c. Tứ giác BCQP là hình gì?

Bài 71: Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B; các tiếp tuyến tại A của các đường tròn (O) và (O') cắt đường tròn (O) và (O') theo thứ tự tại C và D. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các dây AC và AD. Chứng minh:

a. $\Delta ABD \sim \Delta CBA$.

b. $\widehat{BQD} = \widehat{APB}$

c. Tứ giác APBQ nội tiếp.

Bài 72: Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB. Từ A và B kẻ 2 tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

a. Chứng minh: AEMO là tứ giác nội tiếp được.

b. AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?

c. Kẻ MH $\perp$ AB (H $\in$ AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.

d.Cho AB = 2R và gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp ΔEOF. Chứng minh: $\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$.

Bài 73: Từ điểm A ngoài đường tròn (O) kẻ 2 tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AKD sao cho BD//AC. Nối BK cắt AC ở I.

a. Nêu cách vẽ cát tuyến AKD sao cho BD//AC.

b. Chứng minh: IC^2 = IK.IB.

c. Cho $\widehat{BAC} = 60^0$. Chứng minh: Cát tuyến AKD đi qua O.

Bài 74: Cho ΔABC cân ở A, góc A nhọn. Đường vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng BC ở E. Kẻ EN $\perp$ AC. Gọi M là trung điểm BC. Hai đ/thẳng AM và EN cắt nhau ở F.

a. Tìm những tứ giác có thể nội tiếp đường tròn. Giải thích vì sao? Xác định tâm các đường tròn đó.

b. Chứng minh: EB là tia phân giác của $\angle AEF$.

c. Chứng minh: M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AFN$.

Bài 75: Cho nửa đường tròn tâm (O), đường kính BC. Điểm A thuộc nửa đường tròn đó. Dựng hình vuông ABED thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi F là giao điểm của AE và nửa đường tròn (O). K là giao điểm của CF và ED.

a. Chứng minh: Bốn điểm E, B, F, K nằm trên một đường tròn.

b. ΔBKC là tam giác gì? Vì sao?

c. Tìm quỹ tích điểm E khi A di động trên nửa đường tròn (O).

Bài 76: Cho ΔABC vuông tại C, có $BC = \frac{1}{2}AB$. Trên cạnh BC lấy điểm E (E khác B và C). Từ B kẻ đường thẳng d vuông góc với AE, gọi giao điểm của d với AE, AC kéo dài lần lượt là I, K.

a. Tính độ lớn góc $\widehat{CIK}$.

b. Chứng minh: KA.KC = KB.KI; $AC^2 = AI.AE - AC.CK$.

c. Gọi H là giao điểm của đường tròn đường kính AK với cạnh AB.
Chứng minh: H, E, K thẳng hàng.

d. Tìm quỹ tích điểm I khi E chạy trên BC.

Bài 77: Cho ΔABC vuông ở A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Nối BE và kéo dài cắt AC tại F.

a. Chứng minh: CDEF nội tiếp được.

b. Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác của $\widehat{CKD}$ cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác của $\widehat{CBF}$ cắt DE và CF tại P và Q. Tứ giác MPNQ là hình gì? Tại sao?

c. Gọi r, r_1, r_2 theo thứ tự là bán kính các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh: $r^2 = r_1^2 + r_2^2$.

Bài 78: Cho đường tròn (O;R). Hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC; AE cắt CO ở F, DE cắt AB ở M.

a. Tam giác CEF và EMB là các tam giác gì?

b. Chứng minh: Tứ giác FCBM nội tiếp. Tìm tâm đường tròn đó.

c. Chứng minh: Các đường thẳng OE, BF, CM đồng quy.

Bài 79: Cho đường tròn (O; R). Dây BC < 2R cố định và A thuộc cung lớn BC (A khác B, C và không trùng điểm chính giữa của cung). Gọi H là hình chiếu của A trên BC; E, F thứ tự là hình chiếu của B, C trên đường kính AA'.

a. Chứng minh: $HE \perp AC$.

b. Chứng minh: $\Delta HEF \sim \Delta ABC$.

c. Khi A di chuyển, chứng minh: Tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF cố định.

Bài 80: Cho Δ ABC vuông ở A. Kẻ đường cao AH. Gọi I, K tương ứng là tâm các đường tròn nội tiếp Δ ABH và Δ ACH.

1) Chứng minh $\Delta ABC \sim \Delta HIK$.

2) Đường thẳng IK cắt AB, AC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh tứ giác HCNK nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh AM = AN.

c) Chứng minh $S' \le \frac{1}{2}S$, trong đó S, S' lần lượt là diện tích Δ ABC và Δ AMN.