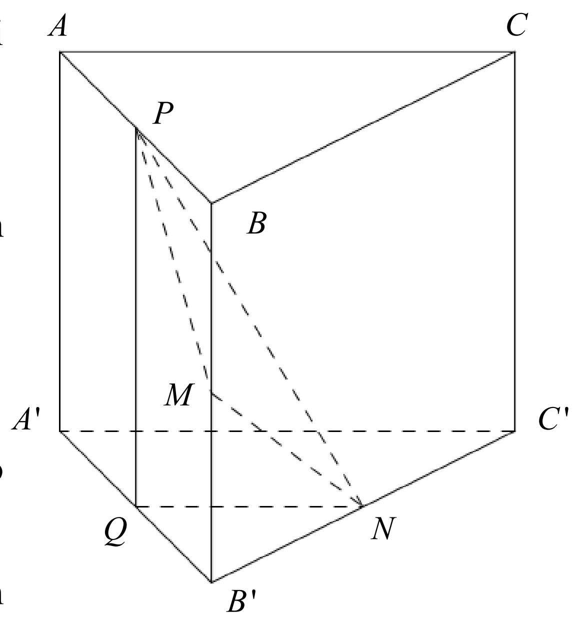
Lấy M,N,P là trung điểm $BB',B'C',AB$ khi đó $MP//AB',MN//BC'$.

Suy ra góc cần tìm là góc giữa MP,MN.

$MP=MN=\frac{\sqrt{m^2+1}}{2}$. Lấy Q là trung điểm $A'B'$.

$\Rightarrow PN=\sqrt{PQ^2+QN^2}=\sqrt{m^2+\frac{1}{4}}$.

Suy ra $\cos\widehat{PMN}=\frac{PM^2+MN^2-PN^2}{2.PM.MN}=\pm\frac{1}{2}$, từ đó tính được $m=\sqrt{2}$.



Câu 43. Cho chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng đáy là hình vuông cạnh a, ΔSAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính góc giữa SC và AD ?

A. $\alpha\approx 39^0 22'$. **B.** $\alpha\approx 73^0 45'$. **C.** $\alpha\approx 35^0 15'$. **D.** $\alpha\approx 42^0 24'$.

Hướng dẫn giải

Ta có $BC//AD$ nên góc giữa SC và AD là góc giữa SC và BC, vậy góc cần tìm là $\widehat{SCB}$. Dễ chứng minh ΔSBC vuông tại B nên $\tan\widehat{SCB}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\alpha\approx 35^0 15'$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng đáy hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$, SA vuông góc mặt phẳng đáy là $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa (SBC) và $(ABCD)$?

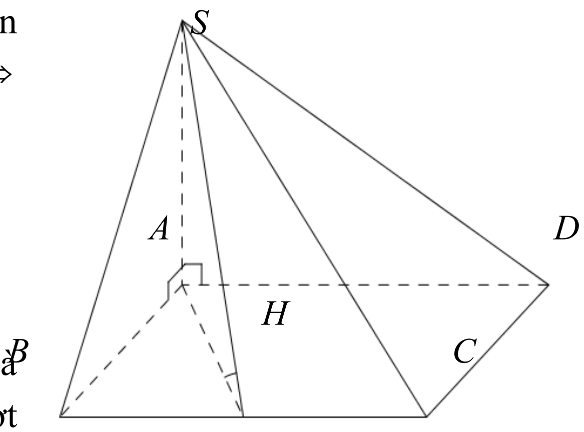
A. $\alpha\approx 33^0 11'$ **B.** $\alpha\approx 14^0 55'$ **C.** $\alpha\approx 62^0 17'$ **D.** $\alpha\approx 26^0 33'$

Hướng dẫn giải

Lấy H là trung điểm BC. Do $\widehat{ABC}=60^0$ nên ΔABC đều. Dễ chứng minh $BC\perp(SAH)\Rightarrow$ Góc cần tìm là $\widehat{SHA}$.

$AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}, SA=a\sqrt{3}$.

$\Rightarrow\tan\widehat{SHA}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SHA}\approx 26^0 33'$.

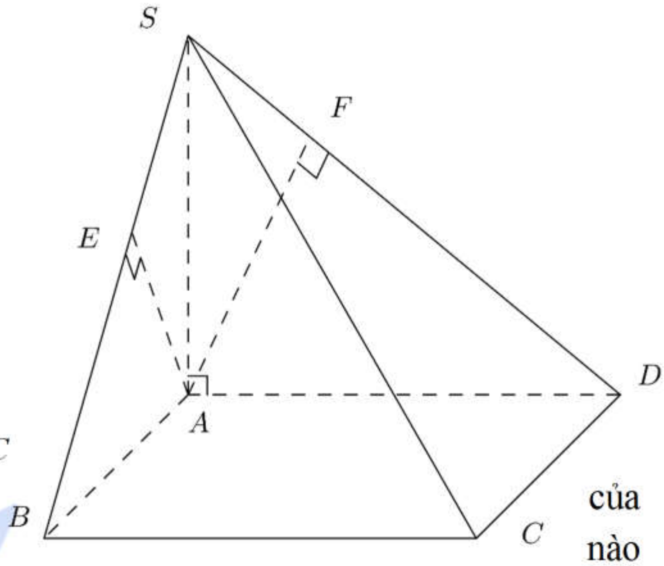


Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng đáy là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SD. Chọn mệnh đề **đúng :**

A. $SC\perp(AEF)$. **B.** $SC\perp(ADE)$.

C. $SC\perp(ABF)$. **D.** $SC\perp(AEC)$.

Hướng dẫn giải



$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow BC \perp SA$;

$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp AE$;

$\begin{cases} AE \perp BC \\ AE \perp SB \end{cases} \Rightarrow AE \perp SC$

Tương tự ta cũng có $AF \perp SC$.

Vậy $SC \perp (AEF)$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Khi đó khẳng định nào **đúng**?

A. H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

B. H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

C. H là trọng tâm tam giác ABC.

D. H là trực tâm tam giác ABC.

Hướng dẫn giải

Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của SA, SB, SC lên mặt phẳng (ABC) lần lượt là HA, HB, HC thỏa $HA = HB = HC$. Vậy H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt phẳng đáy là hình chữ nhật, tam giác SBD đều, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (α) đi qua điểm A và vuông góc đường thẳng SB cắt các đường SB, SC lần lượt tại M, N.

1. $MN = \frac{1}{2}BC$.

2. $SA \perp MN$

3. A, D, M, N không đồng phẳng.

4. $(\alpha) \perp (SBC)$.

5. Thiết diện cắt hình chóp $S.ABCD$ bởi mặt phẳng (α) là hình bình hành.

Có bao nhiêu nhận định **sai**?

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

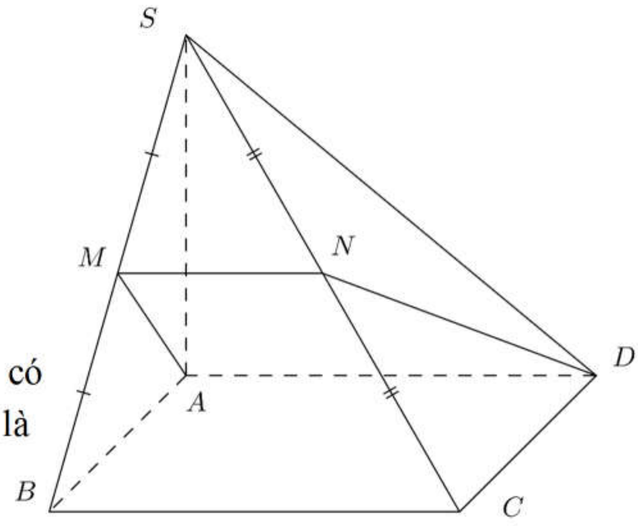
Hướng dẫn giải

Do tam giác SBD đều nên $SB = SD = BD$

$\Leftrightarrow \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{AB^2 + AD^2}$

$\Leftrightarrow SA = AB = AD$

$\Rightarrow$ ΔSAB vuông cân tại A.



$\begin{cases}(\alpha)\perp SB \\ (\alpha)\cap SB = M\end{cases} \Rightarrow$ M là trung điểm SB.

ΔSBC vuông tại B có $MN \subset (\alpha) \perp SB \Rightarrow MN \perp SB$. Vậy MN là đường trung bình tam giác ΔSBC $\left(MN \parallel BC, MN = \frac{1}{2}BC\right)$.

$\begin{cases}MN // BC \\ SA \perp (ABCD) \supset BC\end{cases} \Rightarrow MN \perp SA$

$MN // BC // AD \Rightarrow$ bốn điểm A, D, M, N đồng phẳng. Thiết diện được tạo thành là hình thang vuông $ADNM$.

$(\alpha) \equiv (AMN) \cap (SBC) = MN$ có $(\alpha) \supset AM \perp MN$ nên $(\alpha) \perp (SBC)$

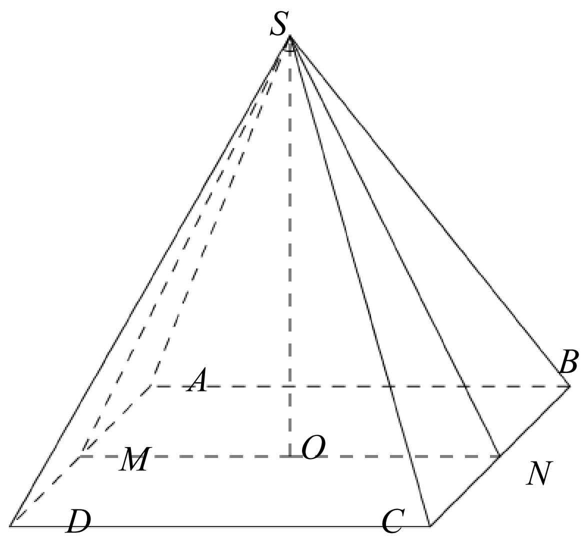
Vậy có 2 nhận định **sai**.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính cosin của góc giữa hai mặt bên không liền kề nhau.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Gọi M, N là trung điểm các cạnh AD và BC, $SM \perp AD$ và $SN \perp BC$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d qua S và song song AD, BC.



Vì $SM \perp AD$ và $SN \perp BC$ nên $SM \perp d$ và $SN \perp d$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là góc $\widehat{MSN}$.

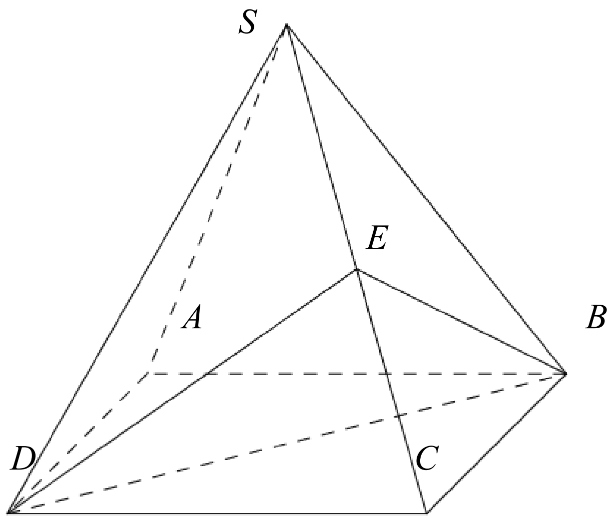
Mặt bên là các tam giác đều cạnh a nên $SM = SN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN = AB = a$.

Khi đó : $\cos\widehat{MSN} = \frac{SM^2 + SN^2 - MN^2}{2SM.SN} = \frac{1}{3}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính cosin của góc giữa hai mặt bên liền kề nhau.

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải



Gọi E là trung điểm các cạnh SC, $AC \perp DE$ và $SC \perp BE$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) là đường thẳng SC.

Vì $AC \perp DE$ và $SC \perp BE$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (SBC) là góc $\widehat{BED}$.

Mặt bên là các tam giác đều cạnh a nên

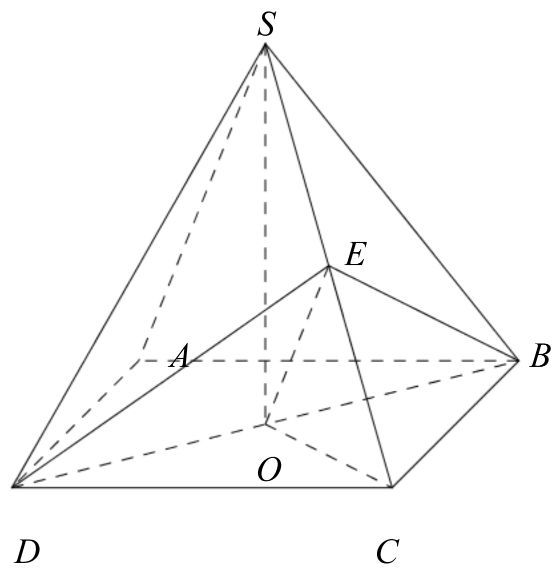
$DE = BE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BD = \sqrt{2AB^2} = a\sqrt{2}$.

Khi đó : $\cos\widehat{MSN} = \frac{BE^2 + DE^2 - BD^2}{2BE.DE} = -\frac{1}{3}$.

Câu 50. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi E là trung điểm cạnh SC. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (EBD).

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải



Gọi O là trung điểm cạnh BD. Theo tính chất hình chóp đều $SO \perp BD$.

Mặt bên là các tam giác đều cạnh a nên

$DE = BE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BD = \sqrt{2AB^2} = a\sqrt{2}$.

Nên tam giác EBD cân tại E, $EO \perp BD$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (EBD) là góc $\widehat{SOE}$

$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$,

$OE = \sqrt{BE^2 - BO^2} = \frac{a}{2}$.

$\cos\widehat{SOE} = \frac{SO^2 + OE^2 - SE^2}{2SO.OE} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 51. Cho tam giác cân ABC có đường cao $AH = a\sqrt{3}$, mặt phẳng đáy $BC = 3a$, $BC \subset (P)$, $A \notin (P)$ 0. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên (P). Tam giác $A'BC$ vuông tại A'. Gọi α là góc giữa (P) và (ABC). Chọn khẳng định **đúng**.

A. $\alpha = 30^0$. **B.** $\alpha = 60^0$. **C.** $\alpha = 45^0$. **D.** $cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Tam giác ABC có hình chiếu vuông góc lên (P) là tam giác $A'BC$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. $AB = AC$ và lần lượt có hình chiếu vuông góc lên (P) là $A'B$ và $A'C$ nên $A'B = A'C$. Vậy tam giác $A'BC$ vuông cân tại A'. $S'_{A'BC} = \frac{1}{4}BC^2 = \frac{9a^2}{4}$

$\cos\alpha = \frac{S_{A'BC}}{S_{ABC}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^o$

Câu 52. Cho tam giác đều ABC cạnh a. d_B, d_C lần lượt là đường thẳng đi qua B, C và vuông góc (ABC). (P) là mặt phẳng đi qua A và hợp với (ABC) một góc bằng 60^o. (P) cắt d_B, d_C tại D và E. $AD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AE = a\sqrt{3}$. Đặt $\beta = \widehat{DAE}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $\beta = 30^o$. **B.** $\sin\beta = \frac{2}{\sqrt{6}}$. **C.** $\sin\beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\beta = 60^o$.

Hướng dẫn giải

Tam giác ADE có hình chiếu vuông góc lên (ABC) là tam giác ABC nên :

$\cos 60^o = \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}}, S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác $S_{ADE} = \frac{1}{2}AD.AE\sin\widehat{DAE} = \frac{1}{2}AD.AE\sin\beta$.

Vậy : $\sin\beta = \frac{2S_{ADE}}{AD.AE} = \frac{2\frac{S_{ABC}}{\cos 60^0}}{AD.AE} = \frac{2}{\sqrt{6}}$.

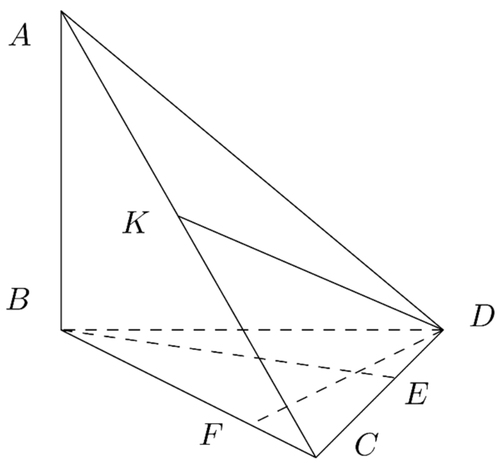
Câu 53. Cho hình tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi BE và DF là hai đường cao của tam giác BCD, DK là đường cao của tam giác ACD, bảy điểm A, B, C, D, E, F, K không trùng nhau. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $(ABE) \perp (DFK)$. **B.** $(ADC) \perp (DFK)$.

C. $(ABC) \perp (DFK)$. **D.** $(ABE) \perp (ADC)$.

Hướng dẫn giải

$\begin{cases} CD \perp BE \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABE) \Rightarrow (ABE) \perp (ACD)$



- $\begin{cases} DF \perp BC \\ DF \perp AB \end{cases} \Rightarrow DF \perp (ABC) \Rightarrow (ABC) \perp (DFK)$
- $DF \perp (ABC) \Rightarrow DF \perp AC$;

$\begin{cases} DF \perp AC \\ DK \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (DFK) \Rightarrow (ACD) \perp (DFK)$

- $\begin{cases} (ABE) \perp (DFK) \\ (ABC) \perp (DFK) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DFK) \Rightarrow AB \perp DK$

$\begin{cases} DK \perp AB \\ DK \perp AC \end{cases} \Rightarrow DK \perp (ABC)$

$\begin{cases} DK \perp (ABC) \\ DF \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow DF // DK$ hoặc $DF \equiv DK$ (vô lý)

Vậy $(ABE) \perp (DFK)$ là khẳng định **sai**.

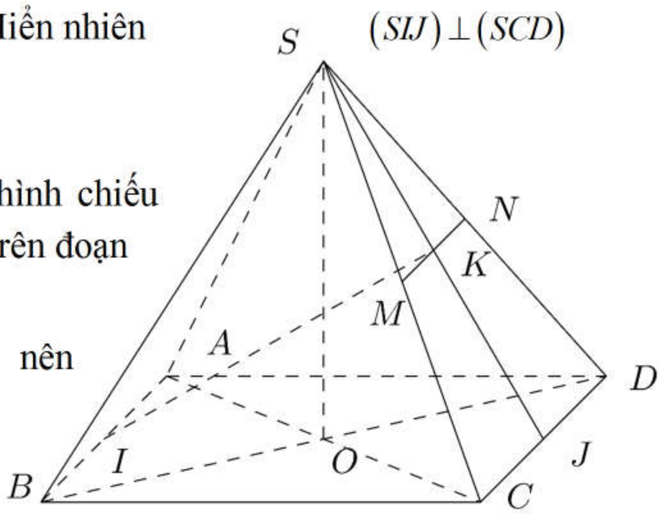
Câu 54. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của hình vuông $ABCD$, $AB = a$, $SO = 2a$. Gọi (P) là mặt phẳng qua AB và vuông góc với mặt phẳng (SCD). Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang vuông. **B.** Tam giác cân.

C. Hình thang cân. **D.** Hình bình hành.

Hướng dẫn giải

Gọi I, J là trung điểm AB, CD. Hiển nhiên $(SIJ) \perp (SCD)$



Khi đó $\cos \widehat{SIJ} = \dfrac{IO}{SI} = \dfrac{IO}{\sqrt{IO^2 + SO^2}} = \dfrac{\sqrt{17}}{17} > 0$

nên góc $\angle SIJ$ là góc nhọn. Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên (SCD) thì K nằm trên đoạn SJ.

Do cách xác định K, $IK \perp (SCD)$, nên $(AB; IK) \equiv (P)$ hay (P) chính là (ABK).

Gọi $(P) \cap (SCD) = MN$ khi đó M, N nằm trên đoạn SC, SD.

Khi đó : $AB \subset (P)$, $CD \subset (SCD)$, $AB // CD$ $\Rightarrow MN // AB // CD$ nên thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình là hình thang $ABMN$.

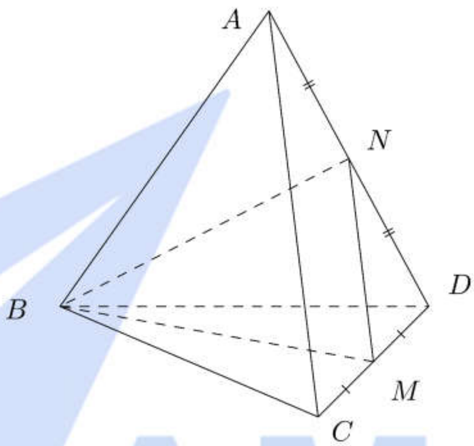
Mặt khác IK vuông góc AB, MN tại các trung điểm I, K của hai đoạn AB, MN nên $ABMN$ là hình thang cân.

Câu 55. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh có độ dài bằng a, M là trung điểm đoạn CD. Gọi α là góc giữa AC và BM. Chọn khẳng định **đúng?**

A. $\alpha = 30^o$. **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Gọi N là trung điểm AD, khi đó $MN // AC$ nên góc giữa AC và BM bằng góc giữa MN và BM, là góc $\widehat{BMN}$, vậy $\alpha = \widehat{BMN}$.



$BM = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $MN = \frac{a}{2}$. $\cos\alpha = \cos\widehat{BMN} = \frac{BM^2 + MN^2 - BN^2}{2BM.MN} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.