

Phương trình mặt phẳng (P) là:
$$\begin{cases} x - z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

Phương pháp trắc nghiệm

+) Mặt phẳng (P) chứa trục Oy nên loại đáp án B, C.

+) Còn lại hai đáp án A, D chung phương trình thứ hai nên ta thử điều kiện về góc đối với phương trình thứ nhất của đáp án A thấy thỏa mãn.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oz và tiếp xúc với (S)

A. (α): $4x - 3y + 2 = 0$.

B. (α): $3x + 4y = 0$.

C. (α): $3x - 4y = 0$.

D. (α): $4x - 3y = 0$.

Hướng dẫn giải:

Mặt phẳng (α) chứa trục Oz có dạng: $Ax + By = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$)

Ta có: $d(I, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|A + 2B|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 1$

$\Leftrightarrow 4AB + B^2 = 0 \Leftrightarrow 4A + B = 0$. Chọn $A = 3, B = -4 \Rightarrow (\alpha): 3x - 4y = 0$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC có $A(1, 2, -1), B(-2, 1, 0), C(2, 3, 2)$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (OGB) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3\sqrt{174}}{29}$

B. $\frac{\sqrt{174}}{29}$

C. $\frac{2\sqrt{174}}{29}$

D. $\frac{4\sqrt{174}}{29}$

Hướng dẫn giải

Do G là trọng tâm tam giác $\Delta ABC \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}, 2, \frac{1}{3}\right)$

Gọi \vec{n} là một vtpt của mặt phẳng (OGB) $\Rightarrow \vec{n} = \overrightarrow{OG} \wedge \overrightarrow{OB} = \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{13}{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng (OGB): $x + 2y - 13z = 0 \Rightarrow d(A, (OGB)) = \frac{3\sqrt{174}}{29}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa Oy cắt hình cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có chu vi bằng 8π

A. (α): $3x - z = 0$

B. (α): $3x + z = 0$

C. (α): $3x + z + 2 = 0$

D. (α): $x - 3z = 0$

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax + Cz = 0 (A^2 + C^2 \neq 0)$

Ta có : $2\pi r = 8\pi \Leftrightarrow r = 4$. Mà (S) có tâm $I(1,2,3), R = 4$

Do $R = r = 4 \Rightarrow I \in (\alpha) \Leftrightarrow A + 3C = 0$

Chọn $A = 3, C = -1 \Rightarrow (\alpha): 3x - z = 0$

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng Oxz và cắt mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $x - 2y + 1 = 0$. **B.** $y - 2 = 0$. **C.** $y + 1 = 0$. **D.** $y + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất nên mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1; -2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng Oxz có dạng : $Ay + B = 0$

Do (P) đi qua tâm $I(1; -2; 0)$ có phương trình dạng: $y + 2 = 0$.

Phương pháp trắc nghiệm

+) Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng Oxz nên loại đáp án D.

+) Mặt phẳng (P) đi qua tâm $I(1; -2; 0)$ nên thay tọa độ điểm I vào các phương trình loại được đáp án B, C.

Câu 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục Oy và cách M một khoảng lớn nhất. Phương trình của (α) là:

A. $x + 3z = 0$. **B.** $x + 2z = 0$. **C.** $x - 3z = 0$. **D.** $x = 0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (α) và trục Oy .

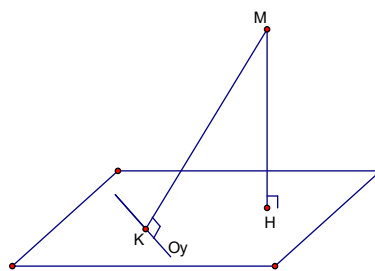
Ta có : $K(0; 2; 0)$

$$d(M, (\alpha)) = MH \leq MK$$

Vậy khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) lớn nhất khi mặt phẳng (α) qua K và vuông góc với MK .

Phương trình mặt phẳng:

$$x + 3z = 0$$



Câu 52. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất?

A. $(P): x+2y+3z-6=0$.

B. $(P): x+2y+z-2=0$.

C. $(P): 3x+2y+2z-4=0$.

D. $(P): x-2y+3z-6=0$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1,2,3), R=3$.

Ta có $IA < R$ nên điểm A nằm trong mặt cầu.

Ta có : $d(I,(P)) = \sqrt{R^2 - r^2}$

Diện tích hình tròn (C) nhỏ nhất $\Leftrightarrow r$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Do $d(I,(P)) \leq IA \Rightarrow \max d(I,(P)) = IA$ Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A và nhận \overline{IA} làm vtpt

$\Rightarrow (P): x+2y+z-2=0$

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

A. $(P): x+y+z-3=0$.

B. $(P): x+y-z+1=0$.

C. $(P): x-y-z+1=0$.

D. $(P): x+2y+z-4=0$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các trục Ox, Oy, Oz

$\Rightarrow (P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$

Ta có:
$$\begin{cases} N \in (P) \\ NA = NB \\ NA = NC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ |a-1| = |b-1| \\ |a-1| = |c-1| \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 3 \Rightarrow x + y + z - 3 = 0$$

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1), B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$

A. $(P): 2x+3y-z-4=0$.

B. $(P): x+2y-z-2=0$.

C. $(P): x-2y-z+2=0$.

D. $(P): 3x+y+2z-6=0$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(a;0;0), N(0;b;0)$ lần lượt là giao điểm của (P) với các tia Ox, Oy ($a, b > 0$)

Do $OM = 2ON \Leftrightarrow a = 2b \Rightarrow \overline{MN}(-2b; b; 0) = -b(2; -1; 0)$. Đặt $\vec{u}(2; -1; 0)$

Gọi \vec{n} là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P) \Rightarrow \vec{n} = [\vec{u}, \overline{AB}] = (-1; 2; 1)$

Phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2 = 0$.

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(0; 3; 1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, B đồng thời cách đều C, D

A. $(P_1): 4x + 2y + 7z - 15 = 0; (P_2): x - 5y - z + 10 = 0$.

B. $(P_1): 6x - 4y + 7z - 5 = 0; (P_2): 3x + y + 5z + 10 = 0$.

C. $(P_1): 6x - 4y + 7z - 5 = 0; (P_2): 2x + 3z - 5 = 0$.

D. $(P_1): 3x + 5y + 7z - 20 = 0; (P_2): x + 3y + 3z - 10 = 0$.

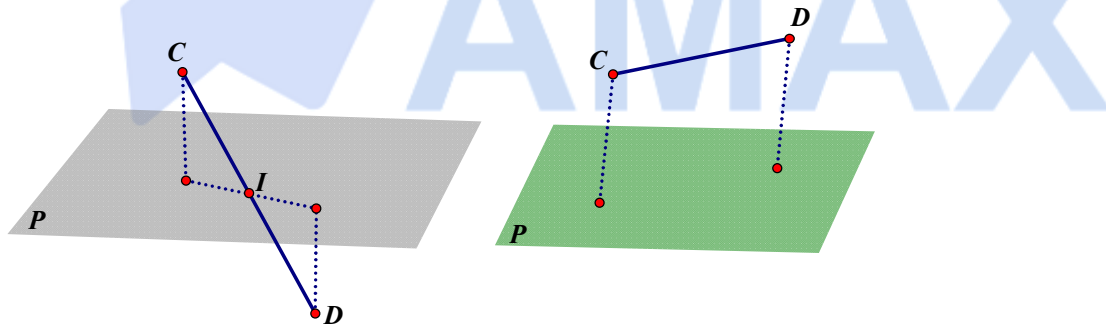
Hướng dẫn giải:

Trường hợp 1: $CD \perp (P)$

$\vec{n}_p = \overline{AB} \wedge \overline{CD} = (-6; -10; -14) = -2(3; 5; 7) \Rightarrow (P): 3x + 5y + 7z - 20 = 0$

Trường hợp 2: (P) đi qua trung điểm $I(1; 1; 2)$ của CD

$\vec{n}_p = \overline{AB} \wedge \overline{AI} = (1; 3; 3) \Rightarrow (P): x + 3y + 3z - 10 = 0$.



Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 3); B(3; 0; 2); C(0; -2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất?

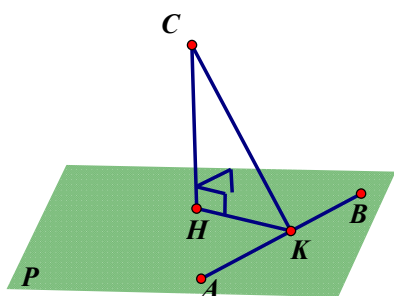
A. $(P): 3x + 2y + z - 11 = 0$.

B. $(P): 3x + y + 2z - 13 = 0$.

C. $(P): 2x - y + 3z - 12 = 0$.

D. $(P): x + y - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải:



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu C của lên mp(P) và đoạn thẳng AB

Ta có : $CH = d(I, (P)) \leq CK \Rightarrow d(C, (P))$ lớn nhất khi $H \equiv K$. Khi đó mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông với mặt phẳng (ABC)

$$\text{Ta có } \vec{n}_p = [\vec{AB}, \vec{AC}] \wedge \vec{AB} = (-9, -6, -3)$$

$$\Rightarrow (P): 3x + 2y + z - 11 = 0$$

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình là:

A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} - 1 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 10 = 0$.

D. $x + 2y + 3z + 14 = 0$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB , K là hình chiếu vuông góc của B trên AC . M là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $M = BK \cap CH$

Ta có : $\begin{cases} AB \perp CH \\ AB \perp CO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COH) \Rightarrow AB \perp OM$ (1) (1)

Chứng minh tương tự, ta có: $AC \perp OM$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $OM \perp (ABC)$

Ta có: $\vec{OM}(1; 2; 3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có một pháp vector $\vec{OM}(1; 2; 3)$ nên có phương trình là:

$$(x - 1) + 2(y - 2) + 3(z - 3) = 0 \Rightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0.$$

Cách 2:

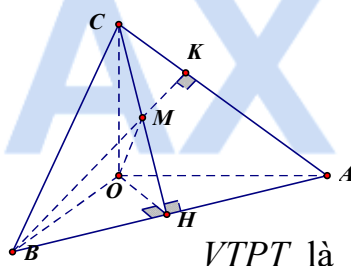
+) Do A, B, C lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ ($a, b, c \neq 0$).

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

+) Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \vec{AM} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BM} \cdot \vec{AC} = 0 \\ M \in (ABC) \end{cases}$. Giải hệ điều kiện trên ta

được a, b, c

Vậy phương trình mặt phẳng: $x + 2y + 3z - 14 = 0$.



VTPT là

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Do A, B, C lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

+) Do G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B + x_C}{4} \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B + y_C}{4} \\ z_G = \frac{z_O + z_A + z_B + z_C}{4} \end{cases}$$

suy ra $a = 4, b = 16, c = 12$.

+) Vậy phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất có phương trình là:

- A. $6x + 3y + 2z = 0$. B. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.
C. $x + 2y + 3z - 14 = 0$. D. $x + y + z - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận

+) Mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ ($a, b, c > 0$).

Phương trình mặt phẳng (P) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

+) Mặt phẳng (P) qua M nên $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$.

Ta có $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 3\sqrt{\frac{6}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 162$

+) Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $V = \frac{1}{6}abc \geq 27$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{1}{3}$ suy ra $a = 3, b = 6, c = 9$.

Phương trình mặt phẳng (P) $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ hay $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P): x+2y+2z-1=0$ $(Q): x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$. Mặt phẳng (α) vuông với mặt phẳng $(P), (Q)$ đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $2x+y-1=0; 2x+y+9=0.$

B. $2x-y-1=0; 2x-y+9=0.$

C. $x-2y+1=0; x-2y-9=0.$

D. $2x-y+1=0; 2x-y-9=0.$

Hướng dẫn giải

Mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+z^2=5$ có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$

Gọi \vec{n}_α là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Ta có : $\vec{n}_\alpha = \vec{n}_P \wedge \vec{n}_Q \Rightarrow \vec{n}_\alpha = (-6; 3; 0) = -3(2; -1; 0) = -3\vec{n}_1$

Lúc đó mặt phẳng (α) có dạng : $2x-y+m=0.$

Do mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Rightarrow d(I, (\alpha)) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|m+4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-9 \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+1=0$ hoặc $2x-y-9=0.$

Câu 61. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$, 2 điểm $A(1;0;0), B(-1;2;0)$ $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+z^2=25$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông với mặt phẳng (P) , song song với đường thẳng AB , đồng thời cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng $r=2\sqrt{2}$

A. $2x+2y+3z+11=0; 2x+2y+3z-23=0.$

B. $2x-2y+3z+11=0; 2x-2y+3z-23=0.$

C. $2x-2y+3z-11=0; 2x-2y+3z+23=0.$

D. $2x+2y+3z-11=0; 2x+2y+3z+23=0.$

Hướng dẫn giải

Mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+z^2=25$ có tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=5$

Gọi \vec{n}_α là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Ta có : $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P, \vec{AB}] \Rightarrow \vec{n}_\alpha = (4; 4; 6) = 2(2; 2; 3) = 2\vec{n}_1$

Lúc đó mặt phẳng (α) có dạng : $2x+2y+3z+m=0$

Gọi J là hình chiếu của I lên mặt phẳng (α)

Ta có : $R^2 = r^2 + IJ^2 \Rightarrow IJ^2 = 17 \Rightarrow d(I, (\alpha)) = \sqrt{17} \Leftrightarrow |6+m| = 17 \Leftrightarrow m=11$ hoặc $m=-23$

Vậy phương trình mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + 3z + 11 = 0$ hoặc $2x + 2y + 3z - 23 = 0$

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;-1), B(1;1;2), C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$ biết tọa độ điểm I là số nguyên

A. $(\alpha): 2x - y - 2z - 3 = 0.$

B. $(\alpha): 4x + 3y - 2z - 9 = 0.$

C. $(\alpha): 6x + 2y - z - 9 = 0.$

D. $(\alpha): 2x + 3y + 2z - 3 = 0.$

Hướng dẫn giải :

Do I, B, C thẳng hàng và $IB = 2IC \Rightarrow \begin{cases} \overline{IB} = 2\overline{IC} \\ \overline{IB} = -2\overline{IC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(-3; 3; -6) \\ I\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right) \end{cases}$

Vì tọa độ điểm I là số nguyên nên $I(-3; 3; -6)$

Lúc đó mặt phẳng (α) đi qua $A, I(-3; 3; -6)$ và vuông góc với mặt phẳng (P)
 $\Rightarrow (\alpha): 2x - y - 2z - 3 = 0.$

Câu 63. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P) x + y + z - 3 = 0$, $(Q): 2x + 3y + 4z - 1 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(1;0;1)$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$?

A. $(\alpha): 2x + 3y + z - 3 = 0.$

B. $(\alpha): 7x + 8y + 9z - 16 = 0.$

C. $(\alpha): 7x + 8y + 9z - 17 = 0.$

D. $(\alpha): 2x - 2y + z - 3 = 0.$

Hướng dẫn giải:

Gọi M, N là các điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

M, N thỏa hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 2x + 3y + 4z - 1 = 0 \end{cases}$

Cho $x = 7 \Rightarrow \begin{cases} y + z = -4 \\ 3y + 4z = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(7; -3; -1).$

Cho $x = 6 \Rightarrow \begin{cases} y + z = -3 \\ 3y + 4z = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow N(6; -1; -2).$

Lúc đó mặt phẳng (α) chứa 3 điểm $A, N, M \Rightarrow (\alpha): 7x + 8y + 9z - 16 = 0.$

Câu 64. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với d_1 , cắt Oz tại

A và cắt d_2 tại B (có tọa độ nguyên) sao cho $AB = 3$.

A. $(\alpha): 10x - 5y + 5z + 1 = 0.$

B. $(\alpha): 4x - 2y + 2z + 1 = 0.$

C. $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0.$

D. $(\alpha): 2x - y + z + 2 = 0.$

Hướng dẫn giải

Do mặt phẳng (α) vuông góc với $d_1 \Rightarrow 2x - y + z + m = 0.$

Mặt phẳng (α) cắt Oz tại $A(0;0;-m)$, cắt d_2 tại $B(m+1, 2m, m-1)$

$$\Rightarrow \overline{AB} = (m+1, 2m, 2m-1) \Rightarrow \sqrt{9m^2 - 2m + 2} = 3 \Leftrightarrow 9m^2 - 2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = 1, m = -\frac{7}{9}.$$

Vậy mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0.$

Câu 65. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1), B(2;0;2), C(-1;-1;0), D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa: $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$

biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất ?

A. $16x + 40y - 44z + 39 = 0.$

B. $16x + 40y + 44z - 39 = 0.$

C. $16x - 40y - 44z + 39 = 0.$

D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0.$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ ta có: $4 = \frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} \geq 3\sqrt[3]{\frac{AB.AC.AD}{AB'.AC'.AD'}}$

$$\Rightarrow \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD} \geq \frac{27}{64} \Rightarrow \frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD} \geq \frac{27}{64} \Rightarrow V_{AB'C'D'} \geq \frac{27}{64} V_{ABCD}$$

Để $V_{AB'C'D'}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{AD'}{AD} = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \overline{AB'} = \frac{3}{4} \overline{AB} \Rightarrow B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua

$$B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$$

$$\Rightarrow (B'C'D'): 16x + 40y - 44z + 39 = 0.$$

Câu 66. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

A. $x + y + z + 6 = 0.$

B. $x + y + z - 6 = 0.$

C. $x + y - z - 6 = 0.$

D. $x + y + z - 3 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn $M(6;0;0), N(2;2;2)$ thuộc giao tuyến của $(P), (Q)$

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ lần lượt là giao điểm của (α) với các trục Ox, Oy, Oz

$$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$$

$$(\alpha) \text{ chứa } M, N \Rightarrow \begin{cases} \frac{6}{a} = 1 \\ \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 1 \end{cases}$$

Hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow |a| = |b| = |c|$

Vậy phương trình $x + y + z - 6 = 0$.

