Δ đi qua điểm $A(-3;0;1)$ và có vectơ chỉ phương

$\overrightarrow{a_\Delta} = \overrightarrow{AH} = \left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};-\dfrac{2}{9}\right) = \dfrac{1}{9}(26;11;-2)$

Vậy phương trình của Δ là $\Delta: \dfrac{x+3}{26} = \dfrac{y}{11} = \dfrac{z-1}{-2}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng bằng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là.

A. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z+5}{1}$ **và** $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{-3} = \dfrac{z-5}{1}$.

B. $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z+5}{1}$.

C. $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{-3} = \dfrac{z-5}{1}$.

D. $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z-5}{1}$ **và** $\dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{3} = \dfrac{z-5}{1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M = d \cap (P)$

$M \in d \Rightarrow M(3+2t;-2+t;-1-t)$

$M \in (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(1;-3;0)$

(P) có vecttơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1;1;1)$

d có vecttơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = (2;1;-1)$

Δ có vecttơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta} = \left[\overrightarrow{a_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (2;-3;1)$

Gọi $N(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ, khi đó $\overrightarrow{MN} = (x-1;y+3;z)$.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{a_\Delta} \\ N \in (P) \\ MN = \sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y+z-11=0 \\ x+y+z+2=0 \\ (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=42 \end{cases}$

Giải hệ ta tìm được hai điểm $N(5;-2;-5)$ và $N(-3;-4;5)$

Với $N(5;-2;-5)$, ta có $\Delta: \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z+5}{1}$

Với $N(-3;-4;5)$, ta có $\Delta: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{-3} = \dfrac{z-5}{1}$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;1;2)$, hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=3+t\\y=-1+2t\\z=4\end{cases}$ và $\Delta_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm I và cắt hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 là.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

D. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

- Gọi (α_1) là mặt phẳng qua I và Δ_1

  Δ_1 đi qua $M_1(3;-1;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1}=(1;2;0)$

  $\overrightarrow{IM_1}=(2;-2;2)$

  (α_1) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{IM_1}\right]=(4;-2;-6)$
- Gọi (α_2) là mặt phẳng qua I và Δ_2

  Δ_2 đi qua $M_2(-2;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(1;1;2)$

  $\overrightarrow{IM_2}=(-3;-1;0)$

  (α_2) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{a_2},\overrightarrow{IM_2}\right]=(2;-6;2)$
- d đi qua điểm $I(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-40;-20;-20)$

  Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+3=0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A,B sao cho $AB=\sqrt{29}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\Delta:\begin{cases}x=3+4t\\y=2t\\z=1+3t\end{cases}$ **hoặc** $\Delta:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+4t\\z=-1+3t\end{cases}$.

B. $\Delta:\begin{cases}x=3+4t\\y=2t\\z=1+3t\end{cases}$.

C. $\Delta:\begin{cases}x=3+4t\\y=-2t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+4t\\z=-1+3t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

$A\in d_1 \Rightarrow A(1+2a;-1+a;a)$

$B\in d_2 \Rightarrow B(1+b;2+2b;b)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(b-2a;3+2b-a;b-a)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-2)$

Vì $\Delta//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow b=a-3$.Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-a-3;a-3;-3)$

Theo đề bài: $AB=\sqrt{29}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\a=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A(3;0;1),\overrightarrow{AB}=(-4;-2;-3)\\A(-1;-2;-1),\overrightarrow{AB}=(-2;-4;-3)\end{array}\right.$

Vậy phương trình đưởng thẳng Δ là $\begin{cases}x=3+4t\\y=2t\\z=1+3t\end{cases}$ và $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+4t\\z=-1+3t\end{cases}$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P):x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là.

A. $\begin{cases}x=12-t\\y=5\\z=-9+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=6-t\\y=\frac{5}{2}\\z=-\frac{9}{2}+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=6\\y=\frac{5}{2}-t\\z=-\frac{9}{2}+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=6-2t\\y=\frac{5}{2}+t\\z=-\frac{9}{2}+t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

$A\in d_1 \Rightarrow A(1+2a;a;-2-a)$

$B\in d_2 \Rightarrow B(1+b;-2+3b;2-2b)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(b-2a;3b-a-2;-2b+a+4)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

Vì $\Delta//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow b=a-1$.Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-a-1;2a-5;6-a)$

$$AB=\sqrt{(-a-1)^2+(2a-5)^2+(6-a)^2}$$
$$=\sqrt{6a^2-30a+62}$$
$$=\sqrt{6\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{49}{2}}\geq\frac{7\sqrt{2}}{2};\forall a\in\mathbb{R}$$

Dấu $"="$ xảy ra khi $a=\frac{5}{2}\Rightarrow A\left(6;\frac{5}{2};-\frac{9}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{7}{2};0;\frac{7}{2}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(6;\frac{5}{2};-\frac{9}{2}\right)$ và vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(-1;0;1)$

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases}x=6-t\\ y=\frac{5}{2}\\ z=-\frac{9}{2}+t\end{cases}$

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$ và $\Delta_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$. Đường thẳng d song song với $(P):x+y-2z+5=0$ và cắt hai đường thẳng $\Delta_1;\Delta_2$ lần lượt tại A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $x-1=y-2=z-2$.
B. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$.
C. $x+1=y+2=z+2$.
D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $A=d\cap\Delta_1,B=d\cap\Delta_2$

$A\in\Delta_1\Rightarrow A(-1+a;-2+2a;a)$

$B\in\Delta_2\Rightarrow B(2+2b;1+b;1+b)$

$\overrightarrow{AB}=(-a+2b+3;-2a+b+3;-a+b+1)$

$d//(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow b=a-4$

$\overrightarrow{AB}=(a-5;-a-1;-3)$

$AB=\sqrt{2(a-2)^2+27}\geq 3\sqrt{3};\forall a\in\mathbb{R}$

Dấu $"="$ xảy ra khi $a=2\Rightarrow A(1;2;2),B(-2;-1;-1)$

$\overrightarrow{AB}=(-3;-3;-3)$

d đi qua điểm $A(1;2;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(1;1;1)$

Vậy phương trình của d là $x-1=y-2=z-2$

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{1}$, mặt phẳng $(P):2x-y-z+5=0$ và $M(1;-1;0)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt d và tạo với (P) một góc 30^0. Phương trình đường thẳng Δ là.

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-2}$ **và** $\frac{x+4}{5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+5}{5}$.

B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-2}$ **và** $\frac{x-4}{5}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-5}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$ **và** $\frac{x-1}{23}=\frac{y+1}{14}=\frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-2}$ **và** $\frac{x-4}{5}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-5}{5}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $N=\Delta\cap d$

$N\in d\Rightarrow N(2+2t;t;-2+t)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MN}=(1+2t;1+t;-2+t)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;-1)$

$$\sin\left[d,(P)\right]=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_P}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{n_P}\right|}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(1;1-2)\\ t=\frac{9}{5}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(\frac{23}{5};\frac{14}{5};-\frac{1}{5}\right)\end{array}\right.$$

Δ đi qua điểm $M(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\overrightarrow{MN}$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-1}{23}=\frac{y+1}{14}=\frac{z}{-1}$

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A(3;-1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(P):x-y+z-5=0$, đồng thời tạo với $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$ một góc 45^0. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=3+7t\\y=-1-8t\\z=-1-15t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=1\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=3+7t\\y=-1-8t\\z=1-15t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=1\end{cases}$ **và** $\begin{cases}x=3+7t\\y=-1-8t\\z=1-15t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(1;2;2)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(a;b;c)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$

$d\subset(P)\Rightarrow \overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow b=a+c;\ (1)$

$(\Delta,d)=45^0\Leftrightarrow\cos(\Delta,d)=\cos45^0$

$$\Leftrightarrow\frac{|a+2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(a+2b+2c)^2=9(a^2+b^2+c^2);\ (2)$$

Từ (1) và (2), ta có: $14c^2+30ac=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=0\\15a+7c=0\end{array}\right.$

Với $c=0$, chọn $a=b=1$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=3+t\\y=-1-t\\z=1\end{cases}$

Với $15a+7c=0$, chọn $a=7\Rightarrow c=-15;b=-8$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=3+7t\\y=-1-8t\\z=1-15t\end{cases}$

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với $(P):2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$.

B. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z+2}{7}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-2}{7}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{-7}$.

Hướng dẫn giải

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(1;-2;2)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(a;b;c)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;-1)$

Vì $d//(P)$ nên $\overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow\overrightarrow{a_d}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 2a-b-c=0\Leftrightarrow c=2a-b$

$$\cos(\Delta,d)=\frac{|5a-4b|}{3\sqrt{5a^2-4ab+2b^2}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(5a-4b)^2}{5a^2-4ab+2b^2}}$$

Đặt $t=\frac{a}{b}$, ta có: $\cos(\Delta,d)=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(5t-4)^2}{5t^2-4t+2}}$

Xét hàm số $f(t)=\frac{(5t-4)^2}{5t^2-4t+2}$, ta suy ra được: $\max f(t)=f\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

Do đó: $\max\left[\cos(\Delta,d)\right]=\sqrt{\frac{5\sqrt{3}}{27}}\Leftrightarrow t=-\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{a}{b}=-\frac{1}{5}$

Chọn $a=1\Rightarrow b=-5,c=7$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$

Câu 57. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A(-1;0;-1)$, cắt $\Delta_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$, sao cho góc giữa d và $\Delta_2:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{2}$ là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-2}$. **C.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{-2}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M=d\cap\Delta_1 \Rightarrow M(1+2t;2+t;-2-t)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\overrightarrow{AM}=(2t+2;t+2;-1-t)$

Δ_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2}=(-1;2;2)$

$\cos(d;\Delta_2)=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{t^2}{6t^2+14t+9}}$

Xét hàm số $f(t)=\frac{t^2}{6t^2+14t+9}$, ta suy ra được $\min f(t)=f(0)=0 \Leftrightarrow t=0$

Do đó $\min\left[\cos(\Delta,d)\right]=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;2-1)$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\y=4-t\\z=-1+2t\end{cases}$

$d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z}{-3}$ và $d_2:\frac{x+1}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt d_1,d_2,d_3 lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $AB=BC$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $A\in d_1, B\in d_2, C\in d_3$

Ta có: $A(a;4-a;-1+2a), B(b;2-3b;-3b), C(-1+5c;1+2c;-1+c)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow A,B,C$ thẳng hàng và $AB=BC$

$$\Leftrightarrow B \text{ là trung điểm } AC \Leftrightarrow \begin{cases}a-1+5c=2b\\4-a+1+2c=2(2-3b)\\-1+2a-a+c=2(-3b)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=0\\c=0\end{cases}$$

Suy ra $A(1;3;1), B(0;2;0,), C(-1;1;-1)$

Δ đi qua điểm $B(0;2;0,)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{CB}=(1;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$