

Câu 64. Cho số phức $z = i^{2016} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z = 1 - i$.

B. $z = 1 + i$.

C. z là số thực.

D. z là số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2016} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + (-1)^{1008} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + i$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 65. Cho số phức z thỏa $z = 2i - 2$. Môđun của số phức z^{2016} là:

A. 2^{2016} .

B. 2^{3024} .

C. 2^{4032} .

D. 2^{6048} .

Hướng dẫn giải

Ta có: $z^{2016} = 2^{2016}(i-1)^{2016} = 2^{3024}i \Rightarrow |z| = 2^{6048}$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 66. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z|^2 + |\bar{z}|^2 = 26$ và $z + \bar{z} = 6$

A. 2.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có $\bar{z} = x - yi$, $|z|^2 = |\bar{z}|^2 = x^2 + y^2$

Ta có:

$$\begin{cases} |z|^2 + |\bar{z}|^2 = 26 \\ z + \bar{z} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 2 \end{cases}$$

\Rightarrow có 2 số phức thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 67. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z thỏa $\left(\frac{z}{2} - i\right)(1-i) = (1+i)^{3979}$

A. Phần thực là 2^{1990} và phần ảo là 2.

B. Phần thực là -2^{1990} và phần ảo là 2.

C. Phần thực là -2^{1989} và phần ảo là 1.

D. Phần thực là 2^{1989} và phần ảo là 1.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\left(\frac{z}{2} - i\right)(1-i) = (1+i)^{3979} \Leftrightarrow \frac{z}{2} - i = \frac{(1+i)^{3980}}{2} \Leftrightarrow \frac{z}{2} - i = 2^{1989} \cdot i^{1990} \Leftrightarrow z = -2^{1990} + 2i$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 68. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là?

A. $z = -2 + 2i$.

B. $z = 2 - 2i$.

C. $z = 2 + 2i$.

D. $z = -2 - 2i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|x - 2 - 4(y - 4)i| = |x + (y - 2)x| \Leftrightarrow y = -x + 4$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x + y - 4 = 0$

Mặt khác $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 8x + 16} = \sqrt{2x^2 - 8x + 16}$

Hay $|z| = \sqrt{2(x - 2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$. Vậy $|z|_{\min} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$. Vậy $z = 2 + 2i$

Vậy chọn đáp án **C**.



VẬN DỤNG 2

Câu 69. Cho số phức z thỏa $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2016}$. Khi đó phần thực và phần ảo của z lần lượt là

- A. 0 và -1 . B. 0 và 1. C. 1 và 1. D. 1 và 0.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + i \frac{1 - i^{2016}}{1 - i} = 1.$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 70. Giá trị của biểu thức $1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{4k}, k \in \mathbb{N}^*$ là

- A. 1. B. 0. C. $2ik$. D. ik .

Hướng dẫn giải

$$i^{2n} + i^{2n+2} = i^{2n}(1 + i^2) = 0, n \in \mathbb{N}^* . \text{ Áp dụng tính được giá trị bằng } 1.$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 71. Cho các số phức z_1, z_2 . Khẳng định nào trong các khẳng định sau là khẳng định đúng?

(I): $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$. (II): $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. (III): $|z_1|^2 = z_1^2$.

- A. (I) và (II) đúng. B. (I) và (III) đúng.
C. (II) và (III) đúng. D. Tất cả (I), (II), (III) đều đúng.

Câu 72. Số phức $z = 1 + i + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$ là số phức nào sau đây?

- A. $1025 - 1025i$. B. $-1025 - 1025i$. C. $-1025 + 1025i$. D. $1025 + 1025i$.

Hướng dẫn giải

$$z = (1+i) \frac{1 - (1+i)^{20}}{1 - (1+i)} = -1025 + 1025i.$$

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 73. Cho số phức $z = 1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2016}, n \in \mathbb{N}$. Môđun của z bằng?

- A. 2. B. 1. C. 1008. D. 2016.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + i^2 \frac{1 - (i^2)^{1008}}{1 - i^2} = 1$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 74. Cho số phức $z = i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{2n+1} + \dots + i^{2017}, n \in \mathbb{N}$. Số phức $\overline{1-z}$ là số phức nào sau đây?

- A. $1+i$. B. $1-i$. C. i . D. $-i$.

Hướng dẫn giải

$$z = i(1 + i^2 + i^4 + i^6 + \dots + i^{2016}) = i \Rightarrow \overline{1-z} = 1+i$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 75. Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn $z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn cho số phức z_1, z_2 . Khi đó tam giác OAB là:

- A.** Tam giác đều.
C. Tam giác tù.

- B.** Tam giác vuông tại O .
D. Tam giác có một góc bằng 45° .

Hướng dẫn giải

Ta có $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)(z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) = 0$, suy ra:

$$z_1^3 = -z_2^3 \Rightarrow |z_1|^3 = |z_2|^3 \Rightarrow |z_1| = |z_2| \Rightarrow OA = OB.$$

Lại có

$$(z_1 - z_2)^2 = (z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) - z_1z_2 = -z_1z_2 \text{ nên } |z_1 - z_2|^2 = |z_1||z_2| \Rightarrow AB^2 = OA \cdot OB = OA^2$$

Suy ra $AB = OA = OB \Rightarrow \Delta OAB$ đều.

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 76. Cho các số phức z_1, z_2 . Xét các khẳng định

$$(I): z_1 = \overline{\overline{z_1}} \qquad (II): \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \qquad (III): \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

Trong các khẳng định trên, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

- A.** (III) sai. **B.** (I) sai.
C. (II) sai. **D.** Cả ba (I), (II), (III) đều sai.

Câu 77. Số phức z thỏa $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 18i^{19}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $\overline{z} = 18$.
B. z có phần thực bằng -9 và phần ảo -9 .
C. z có phần thực bằng -18 và phần ảo bằng 0 .
D. $z - i = -9 + 9i$.

Hướng dẫn giải

$$z - iz = 1 + i + \dots + i^{19} - 18i^{20} = 1 \cdot \frac{1 - i^{20}}{1 - i} - 18i^{20} = -18 \Rightarrow z = \frac{-18}{1 - i} = -9 - 9i$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 78. Cho số phức $z = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{26}$. Phần thực của số phức z là

- A.** 2^{13} . **B.** $-(1+2^{13})$. **C.** -2^{13} . **D.** $(1+2^{13})$.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{26} = \frac{(1+i)^{27} - 1}{i}$$

$$= \frac{(1+i)^{26} \cdot (1+i) - 1}{i} = \frac{2^{13}i(1+i) - 1}{i} = \frac{2^{13}i - 2^{13} - 1}{i} = 2^{13} + (1+2^{13})i$$

Vậy phần thực là 2^{13}

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 79. Cho số phức $z = \left(\frac{4i}{i+1}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 100]$ để z là số thực?

- A.** 27. **B.** 26. **C.** 25. **D.** 28.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \left(\frac{4i}{i+1}\right)^m = (8i)^{\frac{m}{2}} = 8^{\frac{m}{2}} \cdot i^{\frac{m}{2}}$

z là số thực khi và chỉ khi $\frac{m}{2} = 2k \Leftrightarrow m = 4k, k \in \mathbb{Z}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 80. Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 50]$ để z là số thuần ảo?

A.26.

B.25.

C.24.

D.50.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m = (2i)^m = 2^m \cdot i^m$

z là số thuần ảo khi và chỉ khi $m = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 81. Cho số phức $z = x+iy, x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $z^3 = 2-2i$. Cặp số $(x; y)$ là

A.(2;2).

B.(1;1).

C. $(-2+\sqrt{3}; -2+\sqrt{3})$.

D. $(-2-\sqrt{3}; -2-\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(x+iy)^3 = 2-2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 2 \\ 3x^2y - y^3 = -2 \end{cases} \Rightarrow x^3 - 3xy^2 = -(3x^2y - y^3)$

Đặt $y = tx$ suy ra $t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (1; 1)$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 82. Cho biểu thức $L = 1+z^3+z^6+\dots+z^{2016}$ với $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Biểu thức L có giá trị là

A.2017.

B.673.

C.-1.

D.1.

Hướng dẫn giải

$L = \frac{1-(z^3)^{673}}{1-z^3} = \frac{1-(-1)^{673}}{1-(-1)} = 1$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 83. Cho biểu thức $L = 1-z+z^2-z^3+\dots+z^{2016}-z^{2017}$ với $z = \frac{1+2i}{2-i}$. Biểu thức L có giá trị là

A. $1-i$.

B. $1+i$.

C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \frac{1+2i}{2-i} = i$. Khi đó: $L = \frac{1-(-z)^{2018}}{1+z} = \frac{1-z^{2018}}{1+z} = \frac{1-z^{2018}}{1+z} = \frac{1-i^{2018}}{1+i} = 1-i$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 84. Cho $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$; $z_2 = \frac{7+i}{4-3i}$; $z_3 = (1-i)^{2016}$. Tìm dạng đại số của $w = z_1^{25} \cdot z_2^{10} \cdot z_3^{2016}$.

A. $2^{1037} - 2^{1037} \sqrt{3}i$.

B. $-2^{1037} \sqrt{3} + 2^{1037}i$.

C. $-2^{1021} \sqrt{3} + 2^{1021}i$.

D. $2^{1021} \sqrt{3} - 2^{1021}i$.

Hướng dẫn giải

$$\left. \begin{aligned} z_1^{25} &= (1 + \sqrt{3}i)^{25} = 8^8 + 8^8 \sqrt{3}i \\ z_2^{10} &= \left(\frac{7+i}{4-3i} \right)^{10} = (2i)^5 = 2^5 i \\ z_3^{2016} &= (1-i)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{aligned} \right\} \Rightarrow w = z_1^{25} \cdot z_2^{10} \cdot z_3^{2016} = -2^{1037} \sqrt{3} + 2^{1037}i$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 85. Cho số phức $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm $|z|_{\max}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)} = \frac{m}{m^2+1} + \frac{i}{m^2+1} \Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{1}{m^2+1}} \leq 1 \Rightarrow |z|_{\max} = 1 \Leftrightarrow m = 0$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 86. Cho số phức z thỏa mãn: $|z+i+1| = |\bar{z}-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $|x+yi+i+1| = |x-yi-2i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+2)^2$

$$\Leftrightarrow 2x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 + y$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(y+1)^2 + y^2} = \sqrt{2y^2 + 2y + 1} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow |z| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |z|_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}; y = \frac{-1}{2}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 87. Tính tổng $L = C_{2016}^0 - C_{2016}^2 + C_{2016}^4 - C_{2016}^6 + \dots - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}$

A. 2^{1008} .

B. -2^{1008} .

C. 2^{2016} .

D. -2^{2016} .

Hướng dẫn giải

Ta có $(1+i)^{2016} = C_{2016}^0 + C_{2016}^1 i + C_{2016}^2 i^2 + C_{2016}^3 i^3 + \dots + C_{2016}^{2015} i^{2015} + C_{2016}^{2016} i^{2016}$

$(1-i)^{2016} = C_{2016}^0 - C_{2016}^1 i + C_{2016}^2 i^2 - C_{2016}^3 i^3 + \dots - C_{2016}^{2015} i^{2015} + C_{2016}^{2016} i^{2016}$

$$\Rightarrow (1+i)^{2016} + (1-i)^{2016} = 2(C_{2016}^0 - C_{2016}^2 + C_{2016}^4 + \dots - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}) = 2L$$

$$\text{Mặt khác: } \left. \begin{array}{l} (1+i)^{2016} = (2i)^{1008} = 2^{1008} \\ (1-i)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{array} \right\} \Rightarrow L = 2^{1008}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

