$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$. Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$A\left(0;m-1\right)$

$B\left(\sqrt{m};m^2+m-1\right)$

$C\left(-\sqrt{m};m^2+m-1\right)$

Vì B,C đối xứng nhau qua trục tung nên $BC\perp OA$

Do đó O là trực tâm tam giác ABC $\Leftrightarrow$ $OB\perp AC$ hay $\overrightarrow{OB}\overrightarrow{AC}=0$

Với $\overrightarrow{OB}=\left(\sqrt{m},m^2+m-1\right),\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m},m^2\right)$

Từ đó : $-m+m^2\left(m^2+m-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$

Vậy $m=1$ là gtct .

Câu 99. Chọn C

[Phương pháp trắc nghiệm]

Cách 1:

$y'=x^2-2mx-1$

$\Delta'=m^2+1>0\forall m$, suy ra hàm số có 2 cực trị $\forall m$ .Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của pt $y'=0$

Bấm máy tính:

$$\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1-\left(x^2-2mx-1\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{m}{3}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}\frac{2003}{3}-\frac{2000002}{3}i$$

$$=\frac{2m+3}{3}-\frac{2m^2+2}{3}x$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(x_1;\frac{2m+3}{3}-\frac{2m^2+2}{3}x_1\right);\ B\left(x_2;\frac{2m+3}{3}-\frac{2m^2+2}{3}x_2\right)$$

$$AB^2=\left(x_2-x_1\right)^2+\frac{4}{9}\left(m^2+1\right)^2\left(x_2-x_1\right)^2=\left(x_2-x_1\right)^2\left(1+\frac{4}{9}\left(m^2+1\right)^2\right)$$

$$=\left(4m^2+4\right)\left(1+\frac{4}{9}\left(m^2+1\right)^2\right)=\frac{\left(4m^2+4\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}{9}\Rightarrow AB=\frac{2}{3}\sqrt{\left(m^2+1\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}$$

Cách 2: ***Sử dụng công thức*** $AB=\sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}}$ với $e=\frac{b^2-3ac}{9a}$

$$e=\frac{m^2+1}{3}\Rightarrow AB=\sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}}=\frac{2}{3}\sqrt{\left(m^2+1\right)\left(4m^4+8m^2+13\right)}.$$

Câu 100. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=6x^2+6\left(m-1\right)x+6m\left(1-2m\right)$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq \frac{1}{3}$

Bấm máy tính:

$$2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x-\left(6x^2+6(m-1)x+6m(1-2m)\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{m-1}{6}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$$

$$1997001000-8994001i=\left(2.10^9-3.10^6+10^3\right)-\left(9.10^6-6.10^3+1\right)i=$$

$$=-\left(9m^2-6m+1\right)x+2m^3-3m^2+m$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y=-\left(9m^2-6m+1\right)x+2m^3-3m^2+m\ (\Delta)$

$$\Delta \equiv d \Leftrightarrow \begin{cases} -\left(9m^2-6m+1\right)=-4 \\ 2m^3-3m^2+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

Câu 101. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=3x^2+2mx+7$

Hàm số có 2 cực trị $|m|>\sqrt{21}$

Bấm máy tính:

$$x^3+mx^2+7x+3-\left(3x^2+2mx+7\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{m}{9}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}-\frac{6973}{9}-\frac{1999958}{9}i=$$

$$=-\frac{7000-27}{9}-\left(\frac{2.10^6-42}{9}\right)i=-\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)x+\frac{7m-27}{9}$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y=-\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)x+\frac{7m-27}{9}\ (\Delta)$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow -\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)3=-1 \Leftrightarrow m^2=\frac{45}{2} \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{\frac{45}{2}}$$ (thỏa mãn).

Câu 102. Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=-3x^2+6x+3\left(m^2-1\right)$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq 0$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y'=0$

Bấm máy tính:

$$-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1-\left(-3x^2+6x+3\left(m^2-1\right)\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{3}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$$

$$-2000002+2000000i=-\left(2.10^6+2\right)+2.10^6 i=2m^2x-2m^2-2$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A\left(x_1;2m^2x_1-2m^2-2\right)$; $B\left(x_2;2m^2x_2-2m^2-2\right)$

ΔOAB vuông tại $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$

$\Leftrightarrow x_1x_2+\left(2m^2x_1-2m^2-2\right)\left(2m^2x_2-2m^2-2\right)=0$

$\Leftrightarrow x_1x_2+4m^4x_1x_2-4m^2\left(m^2+1\right)\left(x_1+x_2\right)+4\left(m^2+1\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left(1-m^2\right)\left(1+4m^4\right)+4\left(m^2+1\right)\left(1+m^2-2m^2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(1-m^2\right)\left(4m^4+4m^2+5\right)=0 \Leftrightarrow m=\pm 1.$

Câu 103. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=3x^2-6x-m$

Hàm số có 2 cực trị $m>-3$, gọi $x_1,\, x_2$ là hai nghiệm của phương trình $y'=0$, ta có: $x_1+x_2=2$

Bấm máy tính:

$x^3-3x^2-mx+2-\left(3x^2-6x-m\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{3}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$

$-\frac{994}{3}-\frac{2006}{3}i=-\frac{1000-6}{3}-\frac{2000+6}{3}i=-\frac{2m+6}{3}x-\frac{m-6}{3}$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A\left(x_1;-\frac{2m+6}{3}x_1-\frac{m-6}{3}\right);\ B\left(x_2;-\frac{2m+6}{3}x_2-\frac{m-6}{3}\right)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;-m)$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y=-\frac{2m+6}{3}x-\frac{m-6}{3}\ (\Delta)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta // d\ or\ \Delta \equiv d\\ I\in d\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\frac{2m+6}{3}=1\\ -m=1-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-\frac{9}{2}\\ m=0\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện thì $m=0$.

Câu 104. Chọn B

Ta có: $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi $m>0$ (*)

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A(0;m-1),\, B\left(-\sqrt{m};-m^2+m-1\right),\, C\left(\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|y_B-y_A\right|.\left|x_C-x_B\right|=m^2\sqrt{m}$; $AB=AC=\sqrt{m^4+m},\, BC=2\sqrt{m}$

$R=\frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}}=1 \Leftrightarrow \frac{\left(m^4+m\right)2\sqrt{m}}{4m^2\sqrt{m}}=1 \Leftrightarrow m^3-2m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\pm\frac{\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện (*) ta có $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Áp dụng công thức: $R=\dfrac{b^3-8a}{8|a|b}\Leftrightarrow 1=\dfrac{(-2m)^3-8}{8(-2m)}\Leftrightarrow m^3+1=2m\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $(*)$ ta có $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 105. Chọn A

$y'=y=4x^3-4m^2x$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m\neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị là: $A(0;m^4+1), B(-m;1), C(m;1)$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp(nếu có) của tứ giác $ABOC$. Do tính chất đối xứng , ta có:

A,O,I thẳng hàng $\Rightarrow AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp(nếu có) của tứ giác $ABOC$.

Vậy $AB\perp OB\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow m^2-m^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m=\pm 1$ (thỏa mãn).

Câu 106. Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m\neq 0$

Áp dụng công thức $S_{\Delta ABC}=\dfrac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}$, ta có:

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\Rightarrow 64=\dfrac{64m^4}{4}\sqrt{\dfrac{8m^2}{2}}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt[5]{2}$ (thỏa mãn).

Câu 107. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>0$

Ba điểm cực trị là $A(0;m), B(-\sqrt{m};m-m^2), C(\sqrt{m};m-m^2)$

Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow I(0;m-m^2)$

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AI.BC=m^2\sqrt{m}$

Chu vi của ΔABC là: $2p=AB+BC+AC=2\left(\sqrt{m+m^4}+\sqrt{m}\right)$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là: $r=\dfrac{S_{\Delta ABC}}{p}=\dfrac{m^2\sqrt{m}}{\sqrt{m+m^4}+\sqrt{m}}$

Theo bài ra: $r>1\Leftrightarrow \dfrac{m^2\sqrt{m}}{\sqrt{m+m^4}+\sqrt{m}}>1\Leftrightarrow \dfrac{m^2\sqrt{m}\left(\sqrt{m+m^4}-\sqrt{m}\right)}{m^4}>1$ (vì $m>0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{m}\left(\sqrt{m+m^4}-\sqrt{m}\right)>m^2\Leftrightarrow \sqrt{m^2+m^5}>m^2+m\Leftrightarrow m^2-m-2>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>2\end{array}\right.$

So sánh điều kiện suy ra $m>2$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Sử dụng công thức $r=\dfrac{b^2}{4|a|+\sqrt{16a^2-2ab^3}}\Rightarrow r=\dfrac{4m^2}{4+\sqrt{16+16m^3}}=\dfrac{m^2}{1+\sqrt{1+m^3}}$

Theo bài ra: $r>1\Leftrightarrow\dfrac{m^2}{1+\sqrt{1+m^3}}>1\Leftrightarrow\dfrac{m^2\left(\sqrt{1+m^3}-1\right)}{m^3}>1\Leftrightarrow\sqrt{1+m^3}-1>m$

$\sqrt{1+m^3}>m+1\Leftrightarrow\Leftrightarrow\sqrt{1+m^3}>m+1\Leftrightarrow m^2-m-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>2\end{array}\right.$

So sánh điều kiện suy ra $m>2$ thỏa mãn.

Câu 108. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>\dfrac{1}{3}$

Áp dụng công thức:

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là:

$x^2+y^2-\left(\dfrac{2}{b}-\dfrac{\Delta}{4a}+c\right)y+c\left(\dfrac{2}{b}-\dfrac{\Delta}{4a}\right)=0$

Thay vào ta có phương trình:

$x^2+y^2-\left(\dfrac{-27m^3+75m^2-m-15}{4(3m-1)}\right)y+\dfrac{-54m^4+75m^3+41-27m-11}{4(3m-1)}=0\ (T)$

$D(7;3)\in(T)\Rightarrow 27m^4-78m^3+92m^2-336m+99=0$

Sử dụng chức năng SOLVE , tìm ra nghiệm duy nhất thỏa mãn là $m=3$.

Câu 109. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>0$

Ba điểm cực trị là: $A(0;1-4m), B\left(-\sqrt{m};m^2-4m+1\right), C\left(\sqrt{m};m^2-4m+1\right)$

Tứ giác $OBAC$ đã có $OB=OC, AB=AC$. Vậy tứ giác $OBAC$ là hình thoi chỉ cần thêm điều kiện

$OB=AC\Leftrightarrow m+\left(m^2-4m+1\right)^2=m+m^4\Leftrightarrow\left(m^2-4m+1\right)^2-m^4=0$

$\Leftrightarrow\left(m^2-4m+1-m^2\right)\left(m^2-4m+1+m^2\right)=0\Leftrightarrow(1-4m)\left(2m^2-4m+1\right)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1}{4}\\m=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Câu 110. Chọn A

Ta có **:** $y'=-3x^2+6x+3\left(m^2-1\right)=-3\left(x^2-2x-m^2+1\right)$.

$g(x)=x^2-2x-m^2+1$ là tam thức bậc hai có $\Delta'=m^2$. Do đó: y có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow$ y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $g(x)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\Delta'>0 \Leftrightarrow m\neq 0$. (1)

Khi đó y' có các nghiệm là: $1\pm m$ $\Rightarrow$ tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(1-m;-2-2m^3\right)$ và $B\left(1+m;-2+2m^3\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}\left(1-m;-2-2m^3\right) \Rightarrow OA^2=(1-m)^2+4\left(1+m^3\right)^2$.

$\overrightarrow{OB}\left(1+m;-2+2m^3\right) \Rightarrow OB^2=(1+m)^2+4\left(1-m^3\right)^2$.

A và B cách đều gốc tọa độ khi và chỉ khi :

$OA=OB \Leftrightarrow OA^2=OB^2 \Leftrightarrow (1-m)^2+4\left(1+m^3\right)^2=(1+m)^2+4\left(1-m^3\right)^2$

$\Leftrightarrow -4m+16m^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m=\pm\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 111. Chọn D

$y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi : $2m\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 0$. (1)

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(0;3m^3\right)$, $B\left(2m;-m^3\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}\left(0;3m^3\right) \Rightarrow OA=3\left|m^3\right|$. (2)

Ta thấy $A\in Oy \Rightarrow OA\equiv Oy \Rightarrow d(B,OA)=d(B,Oy)=2|m|$. (3)

Từ (2) và (3) suy ra $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot d(B,OA)=3m^4$.

Do đó: $S_{\Delta OAB}=48 \Leftrightarrow 3m^4=48 \Leftrightarrow m=\pm 2$ (thỏa mãn (1)).

Câu 112. Chọn A

Ta có : $y'=4x^3-4(m+1)x=4x\left[x^2-(m+1)\right]$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi :

y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$. (*)

Khi đó, ta có: $y'=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{m+1} \\ x=\sqrt{m+1} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A(0;m) \\ B\left(-\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right), \\ C\left(\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right) \end{array}\right.$

(vai trò của B, C trong bài toán là như nhau) nên ta giả sử : $B\left(\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$).

Ta có : $\overrightarrow{OA}(0;m) \Rightarrow OA=|m|$; $\overrightarrow{BC}\left(2\sqrt{m+1};0\right) \Rightarrow BC=2\sqrt{m+1}$.

Do đó $OA=BC \Leftrightarrow |m|=2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2-4m-4=0 \ (\Delta'=8) \Leftrightarrow m=2\pm2\sqrt{2}$ (thỏa mãn $(*)$).

Vậy $m=2\pm2\sqrt{2}$.

Câu 113. Chọn D

$y'=3x^2-6mx$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$ Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $m\neq 0$.

Giả sử hàm số có hai điểm cực trị là: $A(0;4m^3);B(2m;0)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2m;-4m^3)$

Trung điểm của đoạn AB là $I(m;2m^3)$.

Điều kiện để AB đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$ là AB vuông góc với đường thẳng $(d): y=x$ và $I\in(d)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-4m^3=0 \\ 2m^3=m \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta có: $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 114. Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6mx+3(m^2-1)$

Hàm số (1) có cực trị thì PT $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-1=0$ có 2 nhiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta=1>0,\forall m$

Khi đó, điểm cực đại $A(m-1;2-2m)$ và điểm cực tiểu $B(m+1;-2-2m)$

Ta có $OA=\sqrt{2}OB \Leftrightarrow m^2+6m+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3+2\sqrt{2} \\ m=-3-2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 115. Chọn A

Ta có: $y'=4x^3-4m^2x=4x\left(x^2-m^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m^2 \end{array}\right.$

Hàm số (C) có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 0$ $(*)$. Với điều kiện $(*)$ gọi ba điểm cực trị là:

$A(0;1);B\left(-m;1-m^4\right);C\left(m;1-m^4\right)$. Do đó nếu ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân, thì sẽ vuông cân tại đỉnh A.

Do tính chất của hàm số trùng phương, tam giác ABC đã là tam giác cân rồi, cho nên để thỏa mãn điều kiện tam giác là vuông, thì AB vuông góc với AC.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\left(-m;-m^4\right);\overrightarrow{AC}=\left(m;-m^4\right);\overrightarrow{BC}=\left(2m;0\right)$.

Tam giác ABC vuông khi: $BC^2=AB^2+AC^2 \Leftrightarrow 4m^2=m^2+m^8+\left(m^2+m^8\right)$

$\Leftrightarrow 2m^2\left(m^4-1\right)=0;\Rightarrow m^4=1\Leftrightarrow m=\pm1$

Vậy với $m=\pm1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{b^3}{8a}+1=0 \Leftrightarrow -m^6+1=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$

Câu 116. Chọn D

Ta có: $y'=m(3x^2-6x)$

Với mọi $m\neq 0$, ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=3m-3 \\ x=2 \Rightarrow y=-m-3 \end{array}\right.$. Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Giả sử $A(0;3m-3);B(2;-m-3)$.

Ta có : $2AB^2-(OA^2+OB^2)=20 \Leftrightarrow 11m^2+6m-17=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{17}{11} \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy giá trị m cần tìm là: $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{17}{11} \end{array}\right.$.

Câu 117. Chọn A

Đường thẳng đi qua ĐCĐ, ĐCT là $\Delta_1: 2x+y=0$ có $VTPT\ \vec{n}_1(2;1)$

Đường thẳng đã cho $\Delta: x+my+3=0$ có $VTPT\ \vec{n}_2(1;m)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \cos(\Delta,\Delta_1)=\left|\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)\right|=\dfrac{|m+2|}{\sqrt{5}.\sqrt{m^2+1}}=\dfrac{4}{5}$

$\Leftrightarrow 25(m^2+4m+4)=5.16.(m^2+1) \Leftrightarrow 11m^2-20m-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-\dfrac{2}{11} \end{array}\right.$

Câu 118. Chọn C

Ta có $y'=4x^3-8(m-1)x=4x\left(x^2-2(m-1)\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=2(m-1) \end{array}\right.$ nên hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>1$.

Với đk $m>1$ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$A(0;2m-1), B\left(\sqrt{2(m-1)};-4m^2+10m-5\right), B\left(-\sqrt{2(m-1)};-4m^2+10m-5\right)$.

Ta có: $\begin{array}{l} AB^2=AC^2=2(m-1)+16(m-1)^4 \\ BC^2=8(m-1) \end{array}$

Để 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác đều thì:

$AB=AC=BC \Leftrightarrow AB^2=AC^2=BC^2 \Leftrightarrow 2(m-1)+16(m-1)^4=8(m-1)$

$\Leftrightarrow 8(m-1)^4-3(m-1)=0 \Leftrightarrow (m-1)\left[8(m-1)^3-3\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=1+\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2} \end{array}\right.$

So sánh với điều kiện ta có: $m=1+\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{b^3}{8a}+3=0 \Leftrightarrow -8(m-1)^3+3=0 \Leftrightarrow m=1+\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

Câu 119. Chọn B

Ta có: $y'=6x^2-6(2m+1)x+6m(m+1)$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+1 \end{array}\right. \Rightarrow \forall m \in \mathbb{R}$, hàm số luôn có CĐ, CT

Tọa độ các điểm CĐ, CT của đồ thị là $A(m;2m^3+3m^2+1)$, $B(m+1;2m^3+3m^2)$

Suy ra $AB=\sqrt{2}$ và phương trình đường thẳng $AB: x+y-2m^3-3m^2-m-1=0$.

Do đó, tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ M tới AB nhỏ nhất.

Ta có: $d(M,AB)=\frac{3m^2+1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d(M,AB) \ge \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \min d(M,AB)=\frac{1}{\sqrt{2}}$ đạt được khi $m=0$.