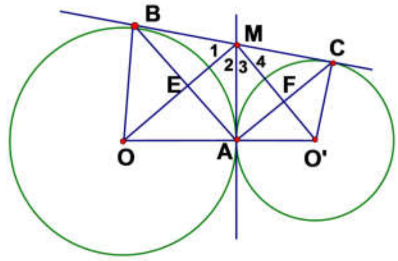
Bài 38 Cho hai đường tròn (O) ; (O') tiếp xúc ngoài tại A, BC là tiếp tuyến chung ngoài, B∈(O), C∈ (O'). Tiếp tuyến chung trong tại A cắ tiếp tuyến chung ngoài BC ở M. Gọi E là giao điểm của OM và AB, F là giao điểm của O'M và AC. Chứng minh :

1. Chứng minh các tứ giác OBMA, AMCO' nội tiếp .
2. Tứ giác AEMF là hình chữ nhật.
3. ME.MO = MF.MO'.
4. OO' là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC.
5. BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'.



Lời giải:

1. ***(HS tự làm)***

2. Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có MA = MB

=>ρMAB cân tại M. Lại có ME là tia phân giác => ME ⊥ AB (1).

Chứng minh tương tự ta cũng có MF ⊥ AC (2).

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta cũng có MO và MO' là tia phân giác của hai góc kề bù BMA và CMA => MO ⊥ MO' (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra tứ giác MEAF là hình chữ nhật

3. Theo giả thiết AM là tiếp tuyến chung của hai đường tròn => MA ⊥ OO'=> ΔMAO vuông tại A có AE ⊥ MO (theo trên ME ⊥ AB) ⇒ MA^2 = ME. MO (4)

Tương tự ta có tam giác vuông MAO' có AF⊥MO'⇒ MA^2 = MF.MO' (5)

Từ (4) và (5) ⇒ ME.MO = MF. MO'

4. Đường tròn đường kính BC có tâm là M vì theo trên MB = MC = MA, đường tròn này đi qua Avà co MA là bán kính . Theo trên OO' ⊥ MA tại A ⇒ OO' là tiếp tuyến tại A của đường tròn đường kính BC.

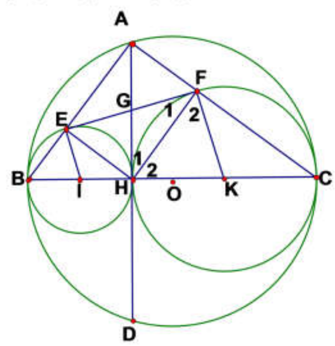
5. ***(HD)*** Gọi I là trung điểm của OO' ta có IM là đường trung bình của hình thang BCO'O

=> IM⊥BC tại M (*) .Ta cung chứng minh được ∠OMO' vuông nên M thuộc đường tròn đường kính OO' => IM là bán kính đường tròn đường kính OO' (**)

Từ (*) và (**) => BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'

Bài 39 Cho đường tròn (O) đường kính BC, dấy AD vuông góc với BC tại H. Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC. Gọi (I), (K) theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp tam giác HBE, HCF.

1. Hãy xác định vị trí tương đối của các đường tròn (I) và (O); (K) và (O); (I) và (K).
2. Tứ giác AEHF là hình gì? Vì sao?.
3. Chứng minh AE. AB = AF. AC.
4. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (K).
5. Xác định vị trí của H để EF có độ dài lớn nhất.



Lời giải:

1.*(HD)* OI = OB – IB => (I) tiếp xúc (O)

OK = OC – KC => (K) tiếp xúc (O)

IK = IH + KH => (I) tiếp xúc (K)

2. Ta có : éBEH = 90^0 (nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=> éAEH = 90^0 (vì là hai góc kề bù). (1)

éCFH = 90^0 (nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=> éAFH = 90^0 (vì là hai góc kề bù).(2)

éBAC = 90^0 (nội tiếp chắn nửa đường tròn hay éEAF = 90^0 (3)

Từ (1), (2), (3) => tứ giác AFHE là hình chữ nhật (vì có ba góc vuông).

3. Theo giả thiết AD⊥BC tại H nên ΔAHB vuông tại H có HE ⊥ AB (éBEH = 90^0) => AH^2 = AE.AB (*)

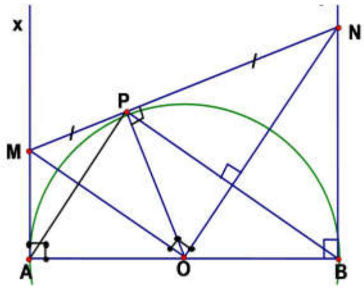
Tam giác AHC vuông tại H có HF ⊥ AC (theo trên éCFH = 90^0) => AH^2 = AF.AC (**)

Từ (*) và (**) => AE. AB = AF. AC (= AH^2)

4. Theo chứng minh trên tứ giác AFHE là hình chữ nhật, gọi G là giao điểm của hai đường chéo AH và EF ta có GF = GH (tính chất đường chéo hình chữ nhật) => ΔGFH cân tại G => éF_1 = éH_1 .
ΔKFH cân tại K (vì có KF và KH cùng là bán kính) => éF_2 = éH_2.
=> éF_1 + éF_2 = éH_1 + éH_2 mà éH_1 + éH_2 = éAHC = 90^0 => éF_1 + éF_2 = éKFE = 90^0 => KF ⊥EF .
Chứng minh tương tự ta cũng có IE ⊥ EF. Vậy EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (K).
e) Theo chứng minh trên tứ giác AFHE là hình chữ nhật => EF = AH ≤ OA (OA là bán kính đường tròn (O) có độ dài không đổi) nên EF = OA <=> AH = OA <=> H trùng với O.
Vậy khi H trùng với O túc là dây AD vuông góc với BC tại O thì EF có độ dài lớn nhất.

Bài 40 Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2R. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By. Trên Ax lấy điểm M rồi kẻ tiếp tuyến MP cắt By tại N.

1. Chứng minh tam giác MON đồng dạng với tam giác APB.
2. Chứng minh AM. BN = R^2.
3. Tính tỉ số $\frac{S_{MON}}{S_{APB}}$ khi AM = $\frac{R}{2}$.
4. Tính thể tích của hình do nửa hình tròn APB quay quanh cạnh AB sinh ra.



Lời giải:

1. Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: OM là tia phân giác của góc AOP ; ON là tia phân giác của góc BOP, mà
∠AOP và ∠BOP là hai góc kề bù => ∠MON = 90^0. hay tam giác MON vuông tại O.
∠APB = 90^0((nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay tam giác APB vuông tại P.
Theo tính chất tiếp tuyến ta có NB ⊥ OB => ∠OBN = 90^0; NP ⊥ OP => ∠OPN = 90^0
=>∠OBN+∠OPN =180^0 mà ∠OBN và ∠OPN là hai góc đối => tứ giác OBNP nội tiếp =>∠OBP = ∠PNO
Xét hai tam giác vuông APB và MON có ∠APB = ∠ MON = 90^0; ∠OBP = ∠PNO => ΔAPB ~ Δ MON

2. Theo trên ΔMON vuông tại O có OP ⊥ MN (OP là tiếp tuyến).
Áp dụng hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông ta có OP^2 = PM. PM
Mà OP = R; AM = PM; BN = NP (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) => AM. BN = R^2

3. Theo trên OP^2 = PM. PM hay PM. PM = R^2 mà PM = AM = $\frac{R}{2}$ => PM = $\frac{R}{2}$ => PN = R^2: $\frac{R}{2}$ = 2R

=> MN = MP + NP = $\frac{R}{2}$ + 2R = $\frac{5R}{2}$ Theo trên ΔAPB ~ Δ MON => $\frac{MN}{AB}$ = $\frac{5R}{2}$: 2R = $\frac{5}{4}$ = k (k là tỉ số đồng dạng).Vì tỉ số diện tich giữa hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng nên ta có:

$$\frac{S_{MON}}{S_{APB}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{MON}}{S_{APB}} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

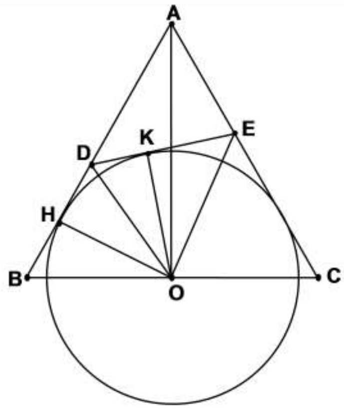
Bài 41 Cho tam giác đều ABC , O là trung điển của BC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho ∠ DOE = 60^0 .

1)Chứng minh tích BD. CE không đổi.
2)Chứng minh hai tam giác BOD; OED đồng dạng. Từ đó suy ra tia DO là tia phân giác của góc BDE
3)Vẽ đường tròn tâm O tiếp xúc với AB. Chứng minh rằng đường tròn này luôn tiếp xúc với DE.

Lời giải:

1. Tam giác ABC đều => ∠ABC = ∠ ACB = 60^0 (1);
∠ DOE = 60^0 (gt) =>∠DOB + ∠EOC = 120^0 (2).
ΔDBO có ∠DOB = 60^0 =>
∠BDO + ∠BOD = 120^0 (3) .
Từ (2) và (3) => ∠BDO = ∠ COE (4)
Từ (2) và (4) => ΔBOD ~ ΔCEO => $\frac{BD}{CO} = \frac{BO}{CE}$ =>
BD.CE = BO.CO mà OB =

OC = R không đổi => BD.CE = R^2 không đổi.



2. Theo trên ΔBOD ~ ΔCEO => $\frac{BD}{CO}=\frac{OD}{OE}$ mà CO = BO => $\frac{BD}{BO}=\frac{OD}{OE}$=>$\frac{BD}{OD}=\frac{BO}{OE}$ (5)

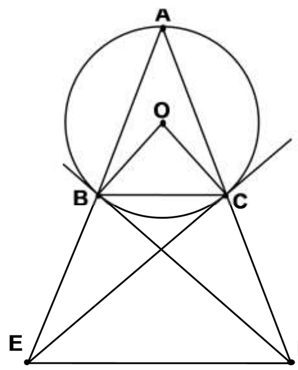
Lại có ∠DBO = ∠DOE = 60^0 (6).

Từ (5) và (6) => ΔDBO ~ ΔDOE => ∠BDO = ∠ODE => DO là tia phân giác ∠ BDE.

3. Theo trên DO là tia phân giác ∠ BDE => O cách đều DB và DE => O là tâm đường tròn tiếp xúc với DB và DE. Vậy đường tròn tâm O tiếp xúc với AB luôn tiếp xúc với DE

<u>Bài 42</u> Cho tam giác ABC cân tại A. có cạnh đáy nhỏ hơn cạnh bên, nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại B và C lần lượt cắt AC, AB ở D và E. Chứng minh :

1. BD^2 = AD.CD.
2. Tứ giác BCDE nội tiếp .
3. BC song song với DE.



<u>Lời giải:</u>

1. Xét hai tam giác BCD và ABD ta có ∠CBD = ∠BAD (Vì là góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến với một dây cùng chắn một cung), lại có ∠D chung => ΔBCD ~ ΔABD => $\frac{BD}{AD}=\frac{CD}{BD}$ => BD^2 = AD.CD.

2. Theo giả thiết tam giác ABC cân tại A => ∠ABC = ∠ACB => ∠EBC = ∠DCB mà ∠CBD = ∠BCD (góc giữa tiếp tuyến với một dây cùng chắn một cung) => ∠EBD = ∠DCE => B và C nhìn DE dưới cùng một góc do đó B và C cùng nằm trên cung tròn dựng trên DE => Tứ giác BCDE nội tiếp

3. Tứ giác BCDE nội tiếp => ∠BCE = ∠BDE (nội tiếp cùng chắn cung BE) mà ∠BCE = ∠CBD (theo trên) => ∠CBD = ∠BDE mà đây là hai góc so le trong nên suy ra BC // DE.

<u>Bài 43</u> Cho đường tròn (O) đường kính AB, điểm M thuộc đường tròn . Vẽ điểm N đối xứng với A qua M, BN cắt (O) tại C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

1. Chứng minh tứ giác MNCE nội tiếp .
2. Chứng minh NE ⊥ AB.
3. Gọi F là điểm đối xứng với E qua M. Chứng minh FA là tiếp tuyến của (O).
4. Chứng minh FN là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA).

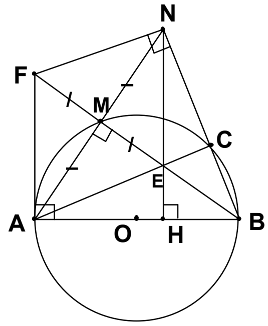
<u>Lời giải:</u> 1. ***(HS tự làm)***

2. (HD) Dễ thấy E là trực tâm của tam giác NAB => NE ⊥ AB.

Theo giả thiết A và N đối
ng nhau qua M nên M là
ng điểm của AN; F và E
ng nhau qua M nên M là
ng điểm của EF =>
ENF là hình bình hành
FA // NE mà NE ⊥ AB

=> FA ⊥ AB tại A => FA là tiếp tuyến của (O) tại A.

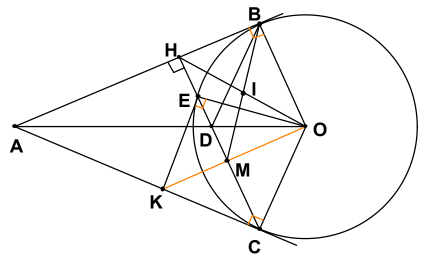
4. Theo trên tứ giác AENF là hình bình hành => FN // AE hay FN // AC mà AC ⊥ BN => FN ⊥ BN tại N



ΔBAN có BM là đường cao đồng thời là đường trung tuyến (do M là trung điểm của AN) nên ΔBAN cân tại B => BA = BN => BN là bán kính của đường tròn (B; BA) => FN là tiếp tuyến tại N của (B; BA).

Bài 44 AB và AC là hai tiếp tuyến của đường tròn tâm O bán kính R (B, C là tiếp điểm). Vẽ CH vuông góc AB tại H, cắt (O) tại E và cắt OA tại D.

1. Chứng minh CO = CD.
2. Chứng minh tứ giác OBCD là hình thoi.
3. Gọi M là trung điểm của CE, Bm cắt OH tại I. Chứng minh I là trung điểm của OH.
4. Tiếp tuyến tại E với (O) cắt AC tại K. Chứng minh ba điểm O, M, K thẳng hàng.



Lời giải:

1. Theo giả thiết AB và AC là hai tiếp tuyến của đường tròn tâm O => OA là tia phân giác của ∠BOC => ∠BOA = ∠COA (1)

OB ⊥ AB (AB là tiếp tuyến); CH ⊥ AB (gt) => OB // CH => ∠BOA = ∠CDO (2)

Từ (1) và (2) => ΔCOD cân tại C => CO = CD.(3)

2. theo trên ta có CO = CD mà CO = BO (= R) => CD = BO (4) lại có OB // CH hay OB // CD (5)

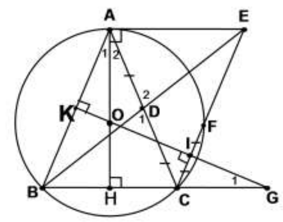
Từ (4) và (5) => BOCD là hình bình hành (6) . Từ (6) và (3) => BOCD là hình thoi.

3. M là trung điểm của CE => OM ⊥ CE (quan hệ đường kính và dây cung) => ∠OMH = 90^0. theo trên ta cũng có ∠OBH =90^0; ∠BHM =90^0 => tứ giác OBHM là hình chữ nhật => I là trung điểm của OH.

4. M là trung điểm của CE; KE và KC là hai tiếp tuyến => O, M, K thẳng hàng.

Bài 45 Cho tam giác cân ABC (AB = AC) nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là trung điểm của AC; tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt tia BD tại E. Tia CE cắt (O) tại F.

1. Chứng minh BC // AE.
2. Chứng minh ABCE là hình bình hành.
3. Gọi I là trung điểm của CF và G là giao điểm của BC và OI. So sánh ∠BAC và ∠BGO.



Lời giải: 1. ***(HS tự làm)***

2).Xét hai tam giác ADE và CDB ta có ∠EAD = ∠BCD (vì so le trong)

AD = CD (gt); ∠ADE = ∠CDB (đối đỉnh) => ΔADE = ΔCDB => AE = CB (1)

Theo trên AE // CB (2) .Từ (1) và (2) => AECB là hình bình hành.

. 3) I là trung điểm của CF => OI ⊥ CF (quan hệ đường kính và dây cung). Theo trên AECB là hình bình hành => AB // EC => OI ⊥ AB tại K, => ΔBKG vuông tại K. Ta cung có ΔBHA vuông tại H

=> ∠BGK = ∠BAH (cung phụ với ∠ABH) mà ∠BAH = $\frac{1}{2}$ ∠BAC (do ΔABC cân nên AH là phân giác)

=> ∠BAC = 2∠BGO.

Bài 46: Cho đường tròn (O) và một điểm P ở ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến PA, PB (A; B là tiếp điểm). Từ A vẽ tia song song với PB cắt (O) tại C (C ≠ A). Đoạn PC cắt đường tròn tại điểm thứ hai D. Tia AD cắt PB tại E.

a. Chứng minh $\Delta EAB \sim \Delta EBD$.

b. Chứng minh AE là trung tuyến của ΔPAB.

B E P O D C A

HD: a) $\Delta EAB \sim \Delta EBD$ (g.g) vì: $\widehat{BEA}$ chung

$\widehat{EAB} = \widehat{EBD}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến…)

$\Rightarrow \dfrac{EB}{EA} = \dfrac{ED}{EB} \Rightarrow EB^2 = EA.ED$ (1)

* $\widehat{EPD} = \widehat{PCA}$ (s.l.t) ; $\widehat{EAP} = \widehat{PCA}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến…)

$\Rightarrow \widehat{EPD} = \widehat{EAP}$; $\widehat{PEA}$ chung $\Rightarrow \Delta EPD \sim \Delta EAP$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{EP}{EA} = \dfrac{ED}{EP} \Rightarrow EP^2 = EA.ED$ (2)Từ 1 & 2 $\Rightarrow EB^2 = EP^2 \Rightarrow EB = EP \Rightarrow$ AE là trung tuyến Δ PAB.

Bài 47: Cho ΔABC vuông ở A. Lấy trên cạnh AC một điểm D. Dựng CE vuông góc BD.

a. Chứng minh $\Delta ABD \sim \Delta ECD$.

b. Chứng minh tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp.

c. Chứng minh FD vuông góc BC, trong đó F là giao điểm của BA và CE.

d. Cho $\widehat{ABC} = 60^0$; BC = 2a; AD = a. Tính AC; đường cao AH của ΔABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

C E K D 2a a H 60^0 F A B

HD: a) $\Delta ABD \sim \Delta ECD$ (g.g)

b) tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp (Quĩ tích cung chứa góc 90^0)

c) Chứng minh D là trực tâm Δ CBF.

d) $AC = BC.\sin\widehat{ABC} = 2a.\sin 60^0 = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$AB = BC.\cos\widehat{ABC} = 2a.\cos 60^0 = 2a.\dfrac{1}{2} = a$

$AH = AB.\sin\widehat{ABC} = a.\sin 60^0 = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; Δ FKB vuông tại K , có $\widehat{ABC} = 60^0 \Rightarrow \widehat{BFK} = 30^0$

$\Rightarrow AD = FD.\sin\widehat{BFK} \Rightarrow AD = FD.\sin 30^0 \Rightarrow a = FD.0,5 \Rightarrow FD = a : 0,5 = 2a$.

Bài 48: Cho ΔABC vuông ($\widehat{ABC} = 90^0$; BC > BA) nội tiếp trong đường tròn đường kính AC. Kẻ dây cung BD vuông góc AC. H là giao điểm AC và BD. Trên HC lấy điểm E sao cho E đối xứng với A qua H. Đường tròn đường kính EC cắt BC tại I ($I \neq C$).

a. Chứng minh $\dfrac{CI}{CB} = \dfrac{CE}{CA}$

b. Chứng minh D; E; I thẳng hàng.

c. Chứng minh HI là một tiếp tuyến của đường tròn đường kính EC.

B I A H O E O’ C D

HD; a) AB // EI (cùng $\perp$ BC)

$\Rightarrow \dfrac{CI}{CB} = \dfrac{CE}{CA}$ (đ/lí Ta-lét)

b) chứng minh ABED là hình thoi $\Rightarrow$ DE // AB mà EI //AB

$\Rightarrow$ D, E, I cùng nằm trên đường thẳng đi qua E // AB

$\Rightarrow$ D, E, I thẳng hàng.

c) $\widehat{EIO'} = \widehat{IEO'}$ (vì Δ EO’I cân ; O’I = O’E = $R_{(O')}$)

$\widehat{IEO'} = \widehat{HED}$ (đ/đ) ; ΔBID vuông ; IH là trung tuyến $\Rightarrow \Delta HID$ cân $\Rightarrow \widehat{HIE} = \widehat{HDI}$

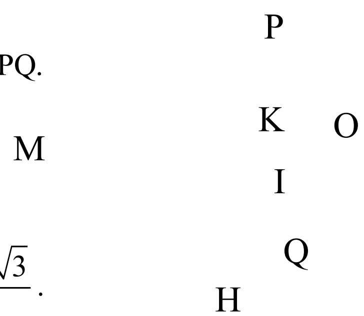
Mà $\widehat{HDI} + \widehat{HED} = 90^0 \Rightarrow$ đpcm.

Bài 49: Cho đường tròn (O; R) và một đường thẳng (d) cố định không cắt (O; R). Hạ OH $\perp$ (d) (H $\in$ d). M là một điểm thay đổi trên (d) (M $\neq$ H). Từ M kẻ 2 tiếp tuyến MP và MQ (P, Q là tiếp điểm) với (O; R). Dây cung PQ cắt OH ở I; cắt OM ở K.

a. Chứng minh 5 điểm O, Q, H, M, P cùng nằm trên 1 đường tròn.

b. Chứng minh IH.IO = IQ.IP

c. Giả sử $\widehat{PMQ} = 60^0$. Tính tỉ số diện tích 2 tam giác: ΔMPQvà ΔOPQ.



HD: a) 5 điểm O, Q, H, M, P cùng nằm trên 1 đường tròn

(Dựa vào quĩ tích cung chứa góc 90^0)

b) Δ OIP ~ Δ QIH (g.g) $\Rightarrow \dfrac{IO}{IP} = \dfrac{IQ}{IH} \Rightarrow$ IH.IO = IQ.IP

c) Δv MKQ có : $MK = KQ.tg\widehat{MQK} = KQ.tg60^0 = \dfrac{PQ}{2}\sqrt{3} = \dfrac{PQ\sqrt{3}}{2}$.

Δv OKQ có: $OK = KQ.tg\widehat{OQK} = KQ.tg30^0 = KQ.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{PQ}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{PQ\sqrt{3}}{6}$

$$\Rightarrow \frac{S_{MPQ}}{S_{OPQ}} = \frac{PQ\sqrt{3}}{2} : \frac{PQ\sqrt{3}}{6} = 3$$

Bài 50: Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB=2R. Trên tia đối của tia AB lấy điểm E (E $\neq$ A). Từ E, A, B kẻ các tiếp tuyến với nửa đường tròn. Tiếp tuyến kẻ từ E cắt hai tiếp tuyến kẻ từ A và B theo thứ tự tại C và D.

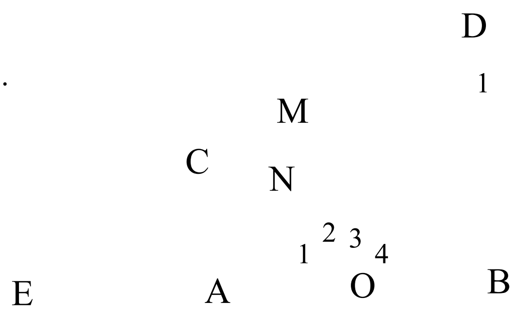
a. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ E tới nửa đường tròn. Chứng minh tứ giác ACMO nội tiếp được trong một đường tròn.

b. Chứng minh ΔEAC ~ ΔEBD, từ đó suy ra $\dfrac{DM}{DE} = \dfrac{CM}{CE}$.

c. Gọi N là giao điểm của AD và BC. Chứng minh MN // BD.

d. Chứng minh: $EA^2 = EC.EM - EA.AO$.

e. Đặt $\widehat{AOC} = \alpha$. Tính theo R và α các đoạn AC và BD. Chứng tỏ rằng tích AC.BD chỉ phụ thuộc giá trị của R, không phụ thuộc vào α.



HD:a) ACMO nội tiếp (Dựa vào quĩ tích cung chứa góc 90^0)

b) AC // BD (cùng $\perp$ EB) $\Rightarrow \Delta$EAC ~ ΔEBD

$\Rightarrow \dfrac{CE}{DE} = \dfrac{AC}{BD}$ (1)mà AC = CM ; BD = MD (T/c hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow \dfrac{CE}{DE} = \dfrac{CM}{DM}$ (2)$\Rightarrow \dfrac{DM}{DE} = \dfrac{CM}{CE}$

c) AC // BD (cmt) $\Rightarrow \Delta$NAC ~ ΔNBD$\Rightarrow \dfrac{NC}{NB} = \dfrac{AC}{BD}$(3) .Từ 1; 2; 3 $\Rightarrow \dfrac{NC}{NB} = \dfrac{CM}{DM} \Rightarrow$ MN // BD

d) $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$; $\widehat{O_3} = \widehat{O_4}$ mà $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} + \widehat{O_3} + \widehat{O_4} = 180^0 \Rightarrow \widehat{O_2} + \widehat{O_3} = 90^0$; $\widehat{O_4} + \widehat{D_1} = 90^0$ (…)

$\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{O_2} = \widehat{O_1} = \alpha$. Vậy: $DB = \dfrac{OB}{tg\alpha} = \dfrac{R}{tg\alpha}$; Lại có: AC = OA.tgα = R.tgα $\Rightarrow$AC.DB = R.tgα. $\dfrac{R}{tg\alpha}$

$\Rightarrow$ $AC.DB = R^2$ (Đpcm)

Bài 51: Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Gọi H là giao điểm của 3 đường cao AA_1; BB_1; CC_1.

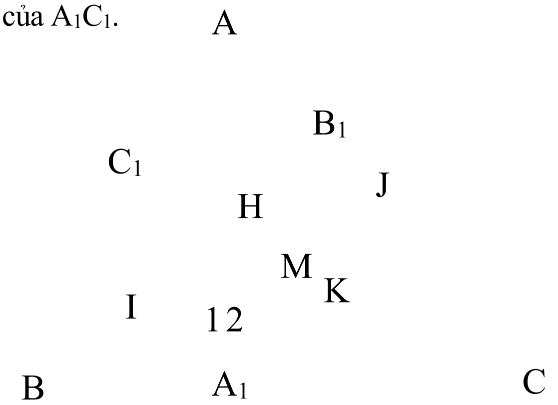
a. Chứng minh tứ giác HA_1BC_1 nội tiếp được trong đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn ấy.

b. Chứng minh A_1A là phân giác của $\widehat{B_1A_1C_1}$.

c. Gọi J là trung điểm của AC. Chứng minh IJ là trung trực của A_1C_1.

d. Trên đoạn HC lấy 1 điểm M sao cho $\frac{MH}{MC} = \frac{1}{3}$.

So sánh diện tích của 2 tam giác: ΔHAC và ΔHJM.



HD: a) HA_1BC_1 nội tiếp (quĩ tích cung chứa góc 90^0)

Tâm I là trung điểm BH.

b) C/m: $\widehat{HA_1C_1} = \widehat{HBC_1}$; $\widehat{HA_1B_1} = \widehat{HCB_1}$;

$\widehat{HBC_1} = \widehat{HCB_1} \Rightarrow \widehat{HA_1C_1} = \widehat{HA_1B_1} \Rightarrow$ đpcm.

c) $IA_1 = IC_1 = R_{(I)}$; $JA = JA_1 = AC/2$ …

$\Rightarrow$ IJ là trung trực của A_1C_1.

d) $S_{HJM} = \frac{1}{2}HM.JK$; $S_{HAC} = \frac{1}{2}HC.AC_1$

$\Rightarrow S_{HAC} : S_{HJM} = \frac{HC.AC_1}{HM.JK}$ mà $\frac{MH}{MC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{HC}{HM} = \frac{HM+MC}{HM} = 1 + \frac{MC}{HM} = 1 + 3 = 4$; $\frac{AC_1}{JK} = 2$ (JK// AC_1

$\Rightarrow S_{HAC} : S_{HJM} = 8$

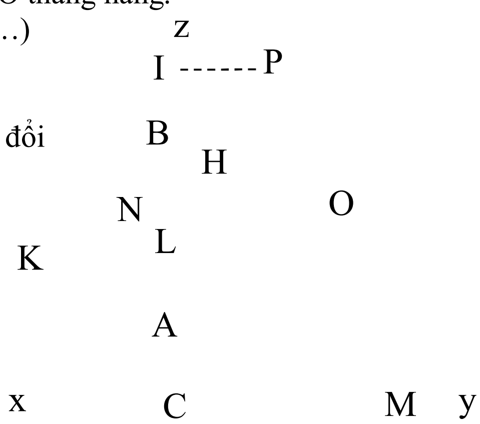
Bài 52: Cho điểm C cố định trên một đường thẳng xy. Dựng nửa đường thẳng Cz vuông góc với xy và lấy trên đó 2 điểm cố định A, B (A ở giữa C và B). M là một điểm di động trên xy. Đường vuông góc với AM tại A và với BM tại B cắt nhau tại P.

a. Chứng minh tứ giác MABP nội tiếp được và tâm O của đường tròn này nằm trên một đường thẳng cố định đi qua điểm giữa L của AB.

b. Kẻ PI $\perp$ Cz. Chứng minh I là một điểm cố định.

c. BM và AP cắt nhau ở H; BP và AM cắt nhau ở K. Chứng minh rằng KH $\perp$ PM.

d. Cho N là trung điểm của KH. Chứng minh các điểm N; L; O thẳng hàng.



HD: a) MABP nội tiếp đ/tròn đ/k MP.(quĩ tích cung chứa góc 90^0…)

$OA = OB = R_{(O)} \Rightarrow$ O thuộc đường trung trực AB đi qua L là trung điểm AB…

b) IP // CM ($\perp$ Cz) $\Rightarrow$ MPIC là hình thang. $\Rightarrow$ IL = LC không đổi vì A,B,C cố định. $\Rightarrow$ I cố định.

c) PA $\perp$ KM ; PK $\perp$ MB $\Rightarrow$ H là trực tâm Δ PKM

$\Rightarrow$ KH $\perp$ PM

d) AHBK nội tiếp đ/tròn đ/k KH (quĩ tích cung chứa góc…)

$\Rightarrow$ N là tâm đ/tròn ngoại tiếp … $\Rightarrow$ $NE = NA = R_{(N)}$

$\Rightarrow$ N thuộc đường trung trực AB

$\Rightarrow$ O,L,N thẳng hàng.

Bài 53: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB và K là điểm chính giữa của cung AB. Trên cung AB lấy một điểm M (khác K; B). Trên tia AM lấy điểm N sao cho AN = BM. Kẻ dây BP song song với KM. Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP, BM.

a. So sánh hai tam giác: ΔAKN và ΔBKM.

b. Chứng minh: ΔKMN vuông cân.

c. Tứ giác ANKP là hình gì? Vì sao?

HD: a) Δ AKN = Δ BKM(c.g.c)

b) HS tự c/m. Δ KMN vuông cân.