

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 44. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$; trục Ox và đường thẳng $x = 3$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{3}{2}\pi$ B. 3π C. 2π D. π

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{x-1}$ và $y = 0$ là $A(1;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_1^3 (x-1) dx = 2\pi$.

Câu 45. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{79\pi}{63}$ B. $\frac{23\pi}{14}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. 9π

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \pi \int_0^1 (x^3 + 1)^2 dx = \frac{23\pi}{14}$$

Câu 46. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = x$, $x = a$, $x = b$ ($0 < a < b$) quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi^2 \int_a^b x dx$. B. $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx$. C. $V = \pi \int_a^b x dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in [a; b]$ thì $y^2 = x \Leftrightarrow y = \sqrt{x}$.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b x dx$.

Câu 47. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{496\pi}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{64\pi}{15}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y^2 = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ là $O(0;0)$ và $A(2;0)$. Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 48. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{4}{3}\pi$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{1-x^2}$ và $y = 0$ là $B(-1;0)$ và $A(1;0)$. Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 49. Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x;0;0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

- A. $V = 2$. B. $V = \pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Khối tròn xoay trong đề bài có được bằng cách quay hình phẳng tạo bởi các đường $x = 0$; $x = \pi$; $y = \sqrt{\sin x}$; Ox quay trục Ox.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^\pi \sin x dx = 2\pi$.

Câu 50. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ B. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ C. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ D. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right).$$

Câu 51. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox, $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\pi^2 \frac{28}{3}$ B. $\pi \cdot \frac{68}{3}$ C. $\pi \frac{28}{3}$ D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

Hướng dẫn giải

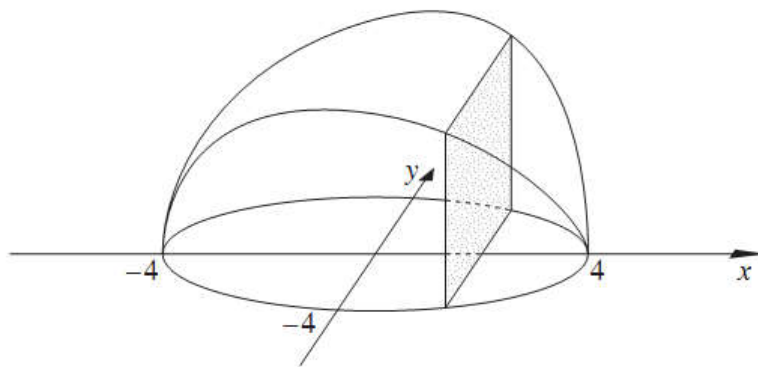
Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (1 + \sqrt{x})^2 dx = \frac{68\pi}{3}.$$

VẬN DỤNG

Câu 52. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt

phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:

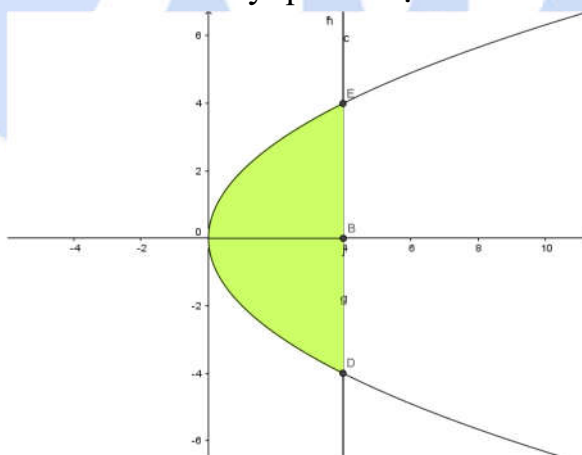


- A. $\int_{-4}^4 4(16-x^2) dx$ B. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$ C. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$ D. $\int_{-4}^4 4\pi(16-x^2) dx$

Hướng dẫn giải

Thiết diện cắt trục Ox tại điểm H có hoành độ bằng x thì cạnh của thiết diện bằng $2\sqrt{16-x^2}$. Vậy thể tích của vật thể bằng $V = \int_{-4}^4 S(x) dx = \int_{-4}^4 4(16-x^2) dx$.

Câu 53. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:

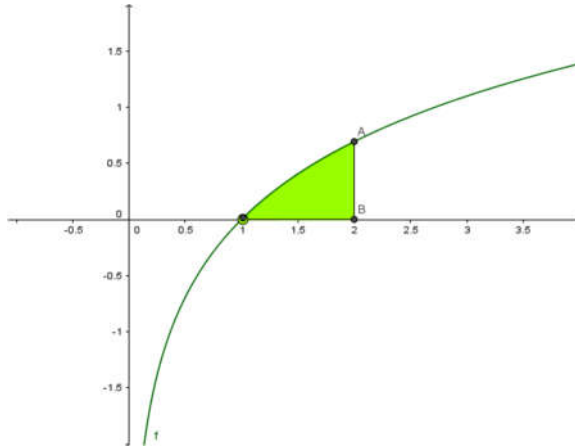


- A. 32π B. 64π C. 16π D. 4π

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y^2 = 4x$ và $x = 4$ là $D(4; -4)$ và $E(4; 4)$. Phần phía trên Ox của đường $y^2 = 4x$ có phương trình $y = 2\sqrt{x}$. Từ hình vẽ suy ra thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^4 \pi.(2\sqrt{x})^2 dx = 32\pi$.

Câu 54. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$

B. $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$

C. $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$

D. $\pi(2\ln 2 - 1)$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \ln x$ và $y = 0$ là điểm $C(1;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_1^2 \pi \cdot \ln^2 x dx = \pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$.

Câu 55. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = ax^2$, $y = bx$ ($a, b \neq 0$) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

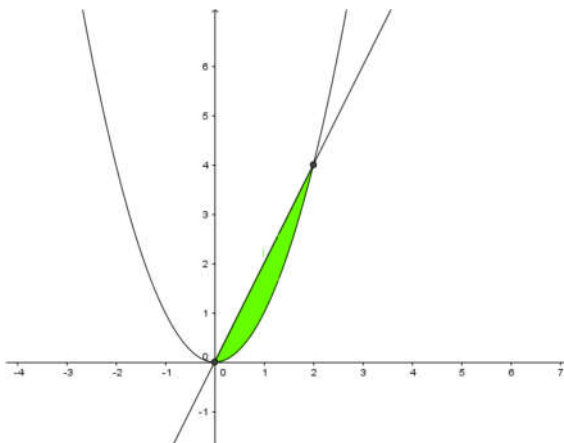
A. $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

B. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$

C. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$

D.

$V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

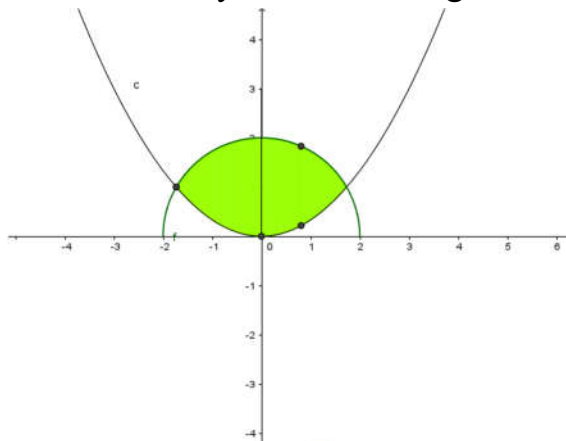


Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = ax^2$ và $y = bx$ là các điểm $O(0;0)$ và $A\left(\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a}\right)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^{\frac{b}{a}} \pi b^2 x^2 dx - \int_0^{\frac{b}{a}} \pi a^2 x^4 dx = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right).$$

Câu 56. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



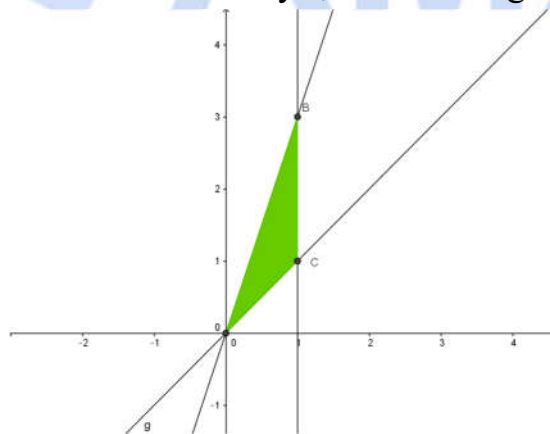
- A. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ B. $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ C. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ D. $V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \sqrt{4-x^2}$ và $y = \frac{1}{3}x^2$ là các điểm $A(-\sqrt{3};1)$ và $B(\sqrt{3};1)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi(4-x^2)dx - \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{1}{9}x^4 dx = \pi \cdot \frac{28\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 57. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A. $V = \frac{8\pi}{3}$ B. $V = \frac{4\pi}{3}$ C. $V = \frac{2\pi}{3}$ D. $V = \pi$.

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = 1$ với $y = x$ và $y = 3x$ là các điểm $C(1;1)$ và $B(3;1)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = 3x$ với $y = x$ là $O(0;0)$. Vậy thể tích

của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^1 \pi \cdot 9x^2 dx - \int_0^1 \pi x^2 dx = \pi \cdot \frac{8}{3}$.

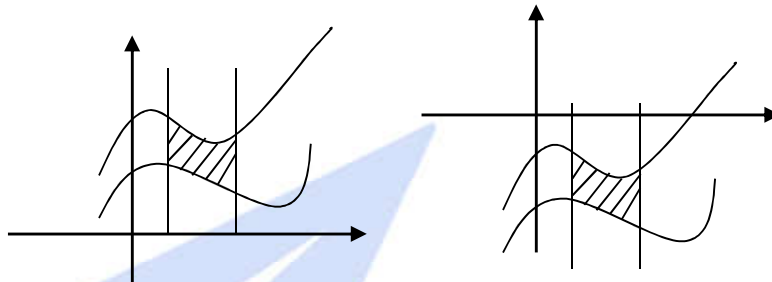
Câu 58. Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, $a < b$. Giả sử rằng (C_1) và (C_2) không có điểm chung trên $[a, b]$ và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là

$$V = \pi \int_a^b ([f(x)]^2 - [g(x)]^2) dx . \text{ Khi đó}$$

(1): $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

(3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải

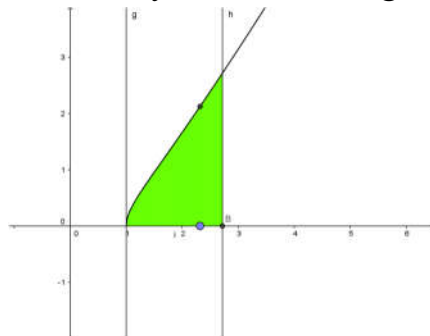
Từ giả thiết ta suy ra có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

hoặc (3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$.

Do đó số nhận định đúng là không.

Câu 59. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$

B. $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$

C. $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$

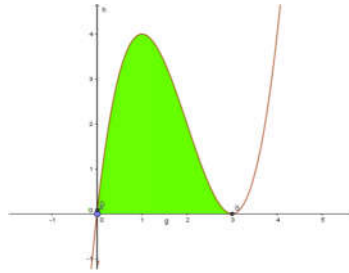
D. $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = e$ với $y = x\sqrt{\ln x}$ là điểm $C(3; 3)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = x\sqrt{\ln x}$ với $y = 0$ là $A(1; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^e \pi x^2 \ln x dx = \pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}.$$

Câu 60. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



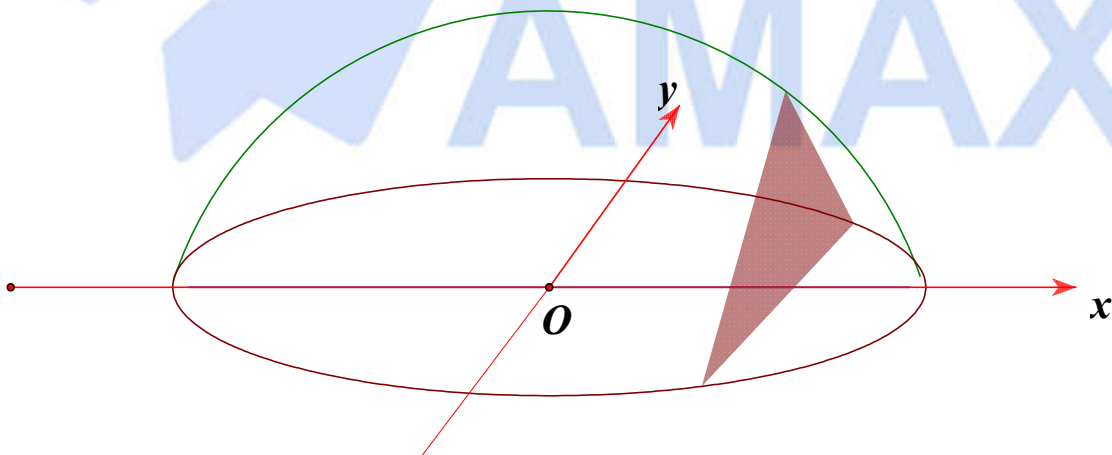
- A. $\frac{729\pi}{35}$ B. $\frac{27\pi}{4}$ C. $\frac{256608\pi}{35}$ D. $\frac{7776\pi}{5}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ với $y = 0$ là các điểm $C(e;e)$ và $A(3;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^3 \pi \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)^2 dx = \pi \cdot \frac{729}{35}.$$

Câu 61. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



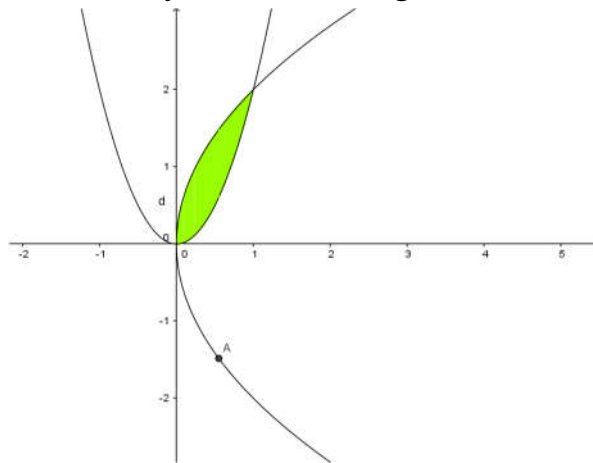
- A. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$ B. $V = \frac{256}{3}$ C. $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$ D. $V = \frac{32}{3}$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của thiết diện và Ox là H . Đặt $OH = x$ suy ra cạnh của thiết diện là $2\sqrt{16 - x^2}$. Diện tích thiết diện tại H là $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} 4(16 - x^2)$.

Vậy thể tích của vật thể là $V = \int_{-4}^4 \sqrt{3}(16 - x^2) dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}$.

Câu 62. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



- A. $V = \frac{88\pi}{5}$. B. $V = \frac{9\pi}{70}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{6\pi}{5}$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in [0; 2]$ thì $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$

Tọa độ giao điểm của đường $y = 2x^2$ với $y^2 = 4x$ là các điểm $O(0; 0)$ và $A(1; 2)$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^1 \pi \cdot 4x dx - \int_0^1 \pi \cdot 4x^4 dx = \pi \cdot \frac{6}{5}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP
(Chỉ có phần đáp số)

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $ax = y^2$; $ay = x^2$ ($a > 0$ cho trước) là:

- A. $S = \frac{a^3}{3}$ B. $S = \frac{a^3}{2}$ C. $S = \frac{2a^3}{3}$ D.

$$S = \frac{4a^3}{3}$$

Câu 64. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của: $y = x^2 - 2x$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = 0$,

$x = 2$ là:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 65. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

Câu 66. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường: $y = \sin x$, $y = \cos x$ và $x = 0$

A. $2+\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}+1$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}-1$

Câu 67. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$ là:

A. 7 **B.** 8 C. 9 D. 6.

Câu 68. Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong: $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1; (C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$ và đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.

A. 7 B. $\frac{11}{2}$ **C.** $\frac{13}{2}$ D. $-\frac{11}{2}$

Câu 69. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2 - 2x + 2$ tiếp tuyến với parabol tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung

A. 7 **B.** 6 C. 5 D. 9

Câu 70. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x(x - 1)(x - 2), y = 0$

A. 1. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 71. Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường $y = 1, y = 2 - x$ và $x = 0$. Tính diện tích của miền D

A. 1 B. $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 72. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{p}{2}$

A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. 2 **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 73. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x - x^2; y = 0$ quay quanh Ox.

A. $\frac{14p}{15}$ B. $\frac{16p}{15}$ **C.** $\frac{17p}{15}$ D. $\frac{48p}{15}$

Câu 74. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x^2; 8x = y^2$ quay quanh trục Oy là:

A. $\frac{21p}{15}$ B. $\frac{23p}{15}$ C. $\frac{24p}{15}$ D. $\frac{48p}{5}$

Câu 75. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol $(C) y = ax - x^2 (a > 0)$ là:

A. $\frac{pa^5}{30}$ B. $\frac{pa^5}{20}$ C. $\frac{pa^4}{5}$ **D.** $\frac{pa^5}{10}$

Câu 76. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường: $y = x.e^x, x = 1, y = 0 (0 \leq x \leq 1)$ là:

A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$

B. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$

C. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$

D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$.

