

- Câu 31.** Cho điểm $M(3;2;-1)$, điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là điểm
A. $M'(3;-2;1)$. **B.** $M'(3;-2;-1)$. **C.** $M'(3;2;1)$. **D.** $M'(3;2;0)$.

Hướng dẫn giải

Với $M(a;b;c) \Rightarrow$ điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là $M(a;b;-c)$

- Câu 32.** Cho điểm $M(3;2;-1)$, điểm $M'(a;b;c)$ đối xứng của M qua trục Oy , khi đó $a+b+c$ bằng
A. 6. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Với $M(a;b;c) \Rightarrow$ điểm đối xứng của M qua trục Oy là $M'(-a;b;-c)$

$\Rightarrow M'(-3;2;1) \Rightarrow a+b+c=0$.

- Câu 33.** Cho $\vec{u}=(1;1;1)$ và $\vec{v}=(0;1;m)$. Để góc giữa hai vectơ \vec{u}, \vec{v} có số đo bằng 45° thì m bằng
A. $\pm\sqrt{3}$. **B.** $2\pm\sqrt{3}$. **C.** $1\pm\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\cos \varphi = \frac{1.0+1.1+1.m}{\sqrt{3}.\sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(m+1) = \sqrt{3}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 3(m^2+1) = 2(m+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3}$$

- Câu 34.** Cho $A(1;-2;0), B(3;3;2), C(-1;2;2), D(3;3;1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng
A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Tính $\vec{AB}=(2;5;2), \vec{AC}=(-2;4;2), \vec{AD}=(2;5;1)$

$$V = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = 3$$

Sử dụng Casio

w 8 1 1 (nhập vectơ \vec{AB})

q 5 2 2 2 (nhập vectơ \vec{AC})

q 5 2 3 1 (nhập vectơ \vec{AD})

C1a6qc(abs) q53q54q57q55= (tính V)

- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$. Độ dài đường cao vẽ từ D của tứ diện $ABCD$ cho bởi công thức nào sau đây:

A. $h = \frac{1}{3} \frac{[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}$.

B. $h = \frac{1}{3} \frac{[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}$.

C. $h = \frac{[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}$.

D. $h = \frac{[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}}{|\vec{AB} \cdot \vec{AC}|}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } V_{ABCD} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{1}{2} \left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \right| = \frac{1}{6} \left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \cdot \overline{AD} \right| \text{ nên } h = \frac{\left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \cdot \overline{AD} \right|}{\left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \right|}.$$

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là

- A.** $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{9}{7}$. **C.** $\frac{9}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Hướng dẫn giải

Tính $\overline{AB}(2; 5; 2), \overline{AC}(-2; 4; 2), \overline{AD}(2; 5; 1)$

$$V = \frac{1}{6} \left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \cdot \overline{AD} \right| = 3$$

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h, \text{ với } B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \right| = 7\sqrt{2}, h = d(D, (ABC))$$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 3}{7\sqrt{2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có

$A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4), D(6; 9; -5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$

- A.** $G\left(-9; \frac{18}{4}; -30\right)$. **B.** $G(8; 12; 4)$. **C.** $G\left(3; 3; \frac{14}{4}\right)$. **D.** $G(2; 3; 1)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

- A.** $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. **D.** $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$$

$$M \text{ cách đều hai điểm } A, B \text{ nên } MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + 1^2 = (2-a)^2 + 2^2 + 1^2$$

$$\Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 2)$. Điểm M trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

- A.** $M(0; 0; 4)$. **B.** $M(0; 0; -4)$. **C.** $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc \widehat{BAC} là

- A.** $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Câu 41. Tọa độ của vecto \vec{n} vuông góc với hai vecto $\vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (3; -2; 1)$ là

- A.** $\vec{n} = (3; 4; 1)$. **B.** $\vec{n} = (3; 4; -1)$. **C.** $\vec{n} = (-3; 4; -1)$. **D.** $\vec{n} = (3; -4; -1)$.

- Câu 42.** Cho $|\vec{a}|=2; |\vec{b}|=5$, góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng $\frac{2\pi}{3}$, $\vec{u}=k\vec{a}-\vec{b}; \vec{v}=\vec{a}+2\vec{b}$. Để \vec{u} vuông góc với \vec{v} thì k bằng
- A. $-\frac{6}{45}$. B. $\frac{45}{6}$. C. $\frac{6}{45}$. D. $-\frac{45}{6}$.

Hướng dẫn giải

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (k\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 4k - 50 + (2k - 1)|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{2\pi}{3} = -6k - 45$$

- Câu 43.** Cho $\vec{u}=(2; -1; 1), \vec{v}=(m; 3; -1), \vec{w}=(1; 2; 1)$. Với giá trị nào của m thì ba vectơ trên đồng phẳng
- A. $\frac{3}{8}$. B. $-\frac{3}{8}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $-\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $[\vec{u}, \vec{v}] = (-2; m+2; m+6), [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 3m+8$

$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$

- Câu 44.** Cho hai vectơ $\vec{a}=(1; \log_3 5; m), \vec{b}=(3; \log_5 3; 4)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a} \perp \vec{b}$
- A. $m=1; m=-1$. B. $m=1$. C. $m=-1$. D. $m=2; m=-2$.
- Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 3), B(3; 7; 4), C(x; y; 6)$. Giá trị của x, y để ba điểm A, B, C thẳng hàng là
- A. $x=5; y=11$. B. $x=-5; y=11$. C. $x=-11; y=-5$. D. $x=11; y=5$.

Hướng dẫn giải

$\vec{AB}=(1; 2; 1), \vec{AC}=(x-2; y-5; 3)$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \vec{AB}, \vec{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow x=5; y=11$

- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Tam giác ABC là
- A. tam giác vuông tại A . B. tam giác cân tại A .
C. tam giác vuông cân tại A . D. Tam giác đều.

Hướng dẫn giải

$\vec{BA}=(1; 0; -1), \vec{CA}=(1; -1; -1), \vec{CB}=(1; -1; 0)$

$\vec{BA} \cdot \vec{CA} = 0 \Rightarrow$ tam giác vuông tại A , $AB \neq AC$.

- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng
- A. $\sqrt{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$\vec{AB}=(1; 0; 1), \vec{AC}=(1; 1; 1)$. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{6}}{2}$

- Câu 48.** Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1), (2; 3; 4), (7; 7; 5)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng

A. $2\sqrt{83}$.

B. $\sqrt{83}$.

C. 83.

D. $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 3 đỉnh theo thứ tự là A, B, C

$$\overline{AB} = (1; 2; 3), \overline{AC} = (6; 6; 4)$$

$$S_{hh} = \left| \left[\overline{AB}, \overline{AC} \right] \right| = \sqrt{(-10)^2 + 14^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{83}$$

Câu 49. Cho 3 vecto $\vec{a} = (1; 2; 1); \vec{b} = (-1; 1; 2)$ và $\vec{c} = (x; 3x; x+2)$. Tìm x để 3 vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng thì } \left[\vec{a}, \vec{b} \right] \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow x = 2.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho ba vecto $\vec{a} = (3; -2; 4), \vec{b} = (5; 1; 6), \vec{c} = (-3; 0; 2)$. Tìm vecto \vec{x} sao cho vecto \vec{x} đồng thời vuông góc với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

A. $(1; 0; 0)$.

B. $(0; 0; 1)$.

C. $(0; 1; 0)$.

D. $(0; 0; 0)$.

Hướng dẫn giải

Dễ thấy chỉ có $\vec{x} = (0; 0; 0)$ thỏa mãn $\vec{x} \cdot \vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{b} = \vec{x} \cdot \vec{c} = 0$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3), C(7; 4; -2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overline{CE} = 2\overline{EB}$ thì tọa độ điểm E là

A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3} \right)$.

B. $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3} \right)$.

C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3} \right)$.

D. $\left(1; 2; \frac{1}{3} \right)$.

Hướng dẫn giải

$$E(x; y; z), \text{ từ } \overline{CE} = 2\overline{EB} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}.$$

Câu 52. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng

A. 43..

B. 44..

C. 42..

D. 45.

Hướng dẫn giải

$M(x; y; z)$, $ABCM$ là hình bình hành thì

$$\overline{AM} = \overline{BC} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -2-2 \\ y-2 = 3+1 \\ z+1 = 3-3 \end{cases} \Rightarrow M(-3; 6; -1) \Rightarrow P = 44..$$

Câu 53. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC

- A.** $D(0;1;3)$. **B.** $D(0;3;1)$. **C.** $D(0;-3;1)$. **D.** $D(0;3;-1)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $AB = \sqrt{26}$, $AC = \sqrt{26} \Rightarrow$ tam giác ABC cân ở A nên D là trung điểm $BC \Rightarrow D(0;1;3)$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;3;5)$, $B(-4;3;2)$, $C(0;2;1)$. Tìm tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

- A.** $I(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3})$. **B.** $I(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3})$. **C.** $I(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3})$. **D.** $I(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3})$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $AB = BC = CA = 3\sqrt{2} \Rightarrow \Delta ABC$ đều. Do đó tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là trọng tâm của nó. Kết luận: $I(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3})$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$, $\vec{c} = (1;1;1)$. Cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ thỏa mãn điều kiện $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC}' = \vec{c}$. Thể tích của hình hộp nói trên bằng:

- A.** $\frac{1}{3}$ **B.** 4 **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** 2

Hướng dẫn giải

$\vec{OA} = \vec{a} \Rightarrow A(-1;1;0)$, $\vec{OB} = \vec{b} \Rightarrow B(1;1;0)$, $\vec{OC}' = \vec{c} \Rightarrow C'(1;1;1)$

$\vec{AB} = \vec{OC} \Rightarrow C(2;0;0) \Rightarrow \vec{CC}' = (-1;1;1) = \vec{OO}' \Rightarrow V_{OABC.O'A'B'C'} = |[\vec{OA}, \vec{OB}] \cdot \vec{OO}'|$

Câu 56. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho tọa độ 4 điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;0)$, $C(3;1;0)$, $D(0;2;1)$. Cho các mệnh đề sau:

- 1) Độ dài $AB = \sqrt{2}$.
- 2) Tam giác BCD vuông tại B .
- 3) Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 6.

Các mệnh đề đúng là:

- A.** 2). **B.** 3). **C.** 1); 3). **D.** 2), 1)

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1,1,0)$; $\vec{b} = (1,1,0)$; $\vec{c} = (1,1,1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A.** $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.
A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

Hướng dẫn giải

$$\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|}$$