Hướng dẫn giải $\int \frac{\cos^3 xdx}{\sin^5 x} = \int \cot^3 x.\frac{dx}{\sin^2 x} = -\int \cot^3 x.d\left(\cot x\right) = \frac{-\cot^4 x}{4} + C$

Câu 125. Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \cos 2x\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)$.

A. $\int f(x).dx = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{12}\sin^3 2x + C$.

B. $\int f(x).dx = \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{12}\sin^3 2x + C$.

C. $\int f(x).dx = \sin 2x - \frac{1}{4}\sin^3 2x + C$.

D. $\int f(x).dx = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{4}\sin^3 2x + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \cos 2x\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)dx = \int \cos 2x\left[\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) - 2\sin^2 x.\cos^2 x\right]dx$$

$$= \int \cos 2x\left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x\right)dx = \int \cos 2xdx - \frac{1}{2}\int \sin^2 2x.\cos 2xdx$$

$$= \int \cos 2xdx - \frac{1}{4}\int \sin^2 2x.d\left(\sin 2x\right) = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{12}\sin^3 2x + C$$

Câu 126. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\tan x + e^{2\sin x}\right)\cos x$.

A. $\int f(x)dx = -\cos x + \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \cos x + \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C$.

C. $\int f(x)dx = -\cos x + e^{2\sin x} + C$.

D. $\int f(x)dx = -\cos x - \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \left(\tan x + e^{2\sin x}\right)\cos xdx = \int \sin xdx + \int e^{2\sin x}d\left(\sin x\right) = -\cos x + \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C$$

Câu 127. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x + \sqrt{2}}$.

A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{4}\right) + C$.

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cot\left(\frac{x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x + \sqrt{2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{dx}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{dx}{\left(\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{dx}{2\sin^2\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C$$

4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT.

Câu 128. Hàm số $F(x) = \ln\left|\sin x - \cos x\right|$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

B. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.

C. $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}$.

D. $f(x) = \frac{1}{\left|\sin x - \cos x\right|}$.

Hướng dẫn giải: $F'(x)=\dfrac{(\sin x-\cos x)'}{\sin x-\cos x}=\dfrac{\cos x+\sin x}{\sin x-\cos x}$

Câu 129. Kết quả tính $\int 2x\ln(x-1)dx$ bằng:

A. $(x^2-1)\ln(x-1)-\dfrac{x^2}{2}-x+C$. **B.** $x^2\ln(x-1)-\dfrac{x^2}{2}-x+C$.

C. $(x^2+1)\ln(x-1)-\dfrac{x^2}{2}-x+C$. **D.** $(x^2-1)\ln(x-1)-\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Hướng dẫn giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln(x-1)\\ dv=2xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{x-1}dx\\ v=x^2-1\end{cases}$

Ta có $\int 2x\ln(x-1)dx=(x^2-1)\ln(x-1)-\int(x+1)dx=(x^2-1)\ln(x-1)-\dfrac{x^2}{2}-x+C$

Câu 130. Kết quả tính $\int\dfrac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx$ bằng:

A. $e^{\tan x}+C$. **B.** $\tan x.e^{\tan x}+C$. **C.** $e^{-\tan x}+C$. **D.** $-e^{\tan x}+C$.

Hướng dẫn giải: $\int\dfrac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx=\int e^{\tan x}d(\tan x)=e^{\tan x}+C$.

Câu 131. Tính $\int e^{\cos^2 x}\sin 2xdx$ bằng:

A. $-e^{\cos^2 x}+C$. **B.** $e^{-\sin 2x}+C$. **C.** $e^{-2\sin x}+C$. **D.** $-e^{\sin 2x}+C$.

Hướng dẫn giải: $\int e^{\cos^2 x}\sin 2xdx=-\int e^{\cos^2 x}d(\cos^2 x)=-e^{\cos^2 x}+C$.

Câu 132. Tính $\int e^{\sin^2 x}\sin 2xdx$ bằng:

A. $e^{\sin^2 x}+C$. **B.** $e^{\sin 2x}+C$. **C.** $e^{\cos^2 x}+C$. **D.** $e^{2\sin x}+C$.

Hướng dẫn giải: $\int e^{\sin^2 x}\sin 2xdx=\int e^{\sin^2 x}d(\sin^2 x)=e^{\sin^2 x}+C$.

Câu 133. Kết quả $\int e^{\cos x}\sin xdx$ bằng:

A. $-e^{\cos x}+C$. **B.** $e^{\cos x}+C$. **C.** $-e^{-\cos x}+C$. **D.** $e^{-\sin x}+C$.

Hướng dẫn giải: $\int e^{\cos x}\sin xdx=-\int e^{\cos x}d(\cos x)=-e^{\cos x}+C$.

4.1.4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ CHỨA CĂN THỨC.

Câu 134. Biết hàm số $F(x)=-x\sqrt{1-2x}+2017$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{\sqrt{1-2x}}$. Khi đó tổng của a và b là

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải: $F'(x)=\left(-x\sqrt{1-2x}+2017\right)'=\dfrac{3x-1}{\sqrt{1-2x}}$

$\Rightarrow a+b=3+(-1)=2$

Câu 135. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3-2x}{\sqrt{x^2+1}}$.

A. $F(x)=\frac{1}{3}(x^2-8)\sqrt{x^2+1}+C$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}x^2\sqrt{1+x^2}+8\sqrt{1+x^2}+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}(8-x^2)\sqrt{x^2+1}+C$. **D.** $F(x)=\frac{2}{3}(x^2-8)\sqrt{1+x^2}+C$.

Hướng dẫn giải: $\int\dfrac{x^3-2x}{\sqrt{x^2+1}}dx=\int\dfrac{(x^2-2)xdx}{\sqrt{x^2+1}}$

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow x^2=t^2-1\Rightarrow xdx=tdt$. Khi đó

$$\int\frac{x^3-2x}{\sqrt{x^2+1}}dx=\int\frac{(t^2-3)(tdt)}{t}=\int(t^2-3)dt=\frac{t^3}{3}-3t+C$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}{3}-3\sqrt{x^2+1}+C=\frac{1}{3}(x^2-8)\sqrt{x^2+1}+C$$

Câu 136. Tính $F(x)=\int\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{4\sin^2x+2\cos^2x+3}}dx$. Hãy chọn đáp án đúng.

A. $F(x)=\sqrt{6-\cos 2x}+C$. **B.** $F(x)=\sqrt{6-\sin 2x}+C$.

C. $F(x)=\sqrt{6+\cos 2x}+C$. **D.** $F(x)=-\sqrt{6-\sin 2x}+C$.

Hướng dẫn giải

$$\int\frac{\sin 2x}{\sqrt{4\sin^2x+2\cos^2x+3}}dx=\int\frac{\sin 2x}{\sqrt{6-\cos 2x}}dx=\int\frac{d(6-\cos 2x)}{2\sqrt{6-\cos 2x}}=\sqrt{6-\cos 2x}+C$$

Câu 137. Biết hàm số $F(x)=(mx+n)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-1}}$. Khi đó tích của m và n là

A. $-\frac{2}{9}$. **B.** -2. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Tính $\int\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-1}}dx=\left(-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}\right)\sqrt{2x-1}+C$. Suy ra $m=-\frac{1}{3};n=\frac{2}{3}\Rightarrow m.n=-\frac{2}{9}$

Cách 2: Tính $F'(x)=\dfrac{3mx-m+n}{\sqrt{2x-1}}$. Suy ra $\begin{cases}3m=-1\\ n-m=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-\frac{1}{3}\\ n=\frac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow m.n=-\frac{2}{9}$

Câu 138. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x\sqrt{\ln^2x+3}}$ có đồ thị đi qua điểm $(e;2016)$. Khi đó hàm số $F(1)$ là

A. $\sqrt{3}+2014$. **B.** $\sqrt{3}+2016$.

C. $2\sqrt{3}+2014$. **D.** $2\sqrt{3}+2016$.

Hướng dẫn giải: Đặt $t=\sqrt{\ln^2x+3}$ và tính được $F(x)=\sqrt{\ln^2x+3}+C$.

$$F(e)=2016\Rightarrow C=2014\Rightarrow F(x)=\sqrt{\ln^2 x+3}+2014\Rightarrow F(1)=\sqrt{3}+2014$$

4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Câu 139. Tính $\int x^3e^x dx=e^x(ax^3+bx^2+cx+d)+C$. Giá trị của $a+b+c+d$ bằng

A. -2. B. 10. C. 2. D. -9.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x^3e^x dx=x^3e^x-3x^2e^x+6xe^x-6e^x+C=e^x(x^3-3x^2+6x-6)+C$.

Vậy $a+b+c+d=-2$.

Câu 140. Tính $F(x)=\int x\ln(x^2+3)dx=A(x^2+3)\ln(x^2+3)+Bx^2+C$. Giá trị của biểu thức $A+B$ bằng

A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.

Hướng dẫn giải

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
$\ln(x^2+3)$	x
$\frac{2x}{x^2+3}$	$\frac{x^2+3}{2}$
1 (Chuyển $\frac{2x}{x^2+3}$ qua dv)	x (Nhận $\frac{2x}{x^2+3}$ từ u)
0	$\frac{x^2}{2}$

Do đó $F(x)=\int x\ln(x^2+3)dx=\frac{1}{2}(x^2+3)\ln(x^2+3)-\frac{1}{2}x^2+C$.

Vậy $A+B=0$.

Câu 141. Tính $\int x^2\cos 2x dx=ax^2\sin 2x+bx\cos 2x+c\sin x+C$. Giá trị của $a+b+4c$ bằng

A. 0. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{-3}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x^2\cos 2x dx=\frac{1}{2}x^2\sin 2x+\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{1}{4}\sin 2x+C$.

Vậy $a+b+4c=0$.

Câu 142. Tính $\int x^3\ln 2x dx=x^4(A\ln 2x+B)+C$. Giá trị của $5A+4B$ bằng:

A. 1. B. $\frac{-1}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. -1.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với $u = \ln 2x, dv = x^3 dx$.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x^3 \ln 2x dx = \frac{1}{4}x^4 \ln 2x - \frac{1}{16}x^4 + C = x^4\left(\frac{1}{4}\ln 2x - \frac{1}{16}\right) + C$.

Vậy $5A + 4B = 1$.

Câu 143. Tính $F(x) = \int x \ln\frac{1+x}{1-x}dx$. Chọn kết quả đúng:

A. $F(x) = \frac{x^2-1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} + x + C$ **B.** $F(x) = \frac{x^2+1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} + x + C$

C. $F(x) = \frac{x^2+1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} - x + C$ **D.** $F(x) = \frac{x^2-1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} - x + C$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần và nguyên hàm của hàm số hữu tỉ.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x \ln\frac{1+x}{1-x}dx = \frac{x^2-1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} + x + C$.

Câu 144. Cho hàm số $F(x) = \int x(1-x)^3 dx$. Biết $F(0) = 1$, khi đó $F(1)$ bằng:

A. $\frac{21}{20}$. **B.** $\frac{19}{20}$. **C.** $\frac{-21}{20}$. **D.** $\frac{-19}{20}$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp đổi biến số với $u = 1 - x$.

Sử dụng phương pháp từng phần với $u = x; dv = (1-x)^3 dx$.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng với $u = x; dv = (1-x)^3 dx$

Kết quả $F(x) = \int x(1-x)^3 dx = \frac{-x(1-x)^4}{4} - \frac{(1-x)^5}{20} + C$

$F(0) = 1$ suy ra $C = \frac{21}{20}$. Do đó $F(1) = \frac{21}{20}$.

Câu 145. Tính $\int (2x+1)\sin x dx = a x\cos x + b\cos x + c\sin x + C$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 5. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng.

Kết quả $F(x) = \int (2x+1)\sin x dx = -2x\cos x - \cos x + 2\sin x + C$ nên $a+b+c = -1$.

Câu 146. Cho hàm số $F(x) = \int x\ln(x+1)dx$ có $F(1) = 0$. Khi đó giá trị của $F(0)$ bằng

A. $\frac{-1}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{-1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với $u=\ln(x+1), dv=xdx$

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả $F(x)=\int x\ln(x+1)dx=\frac{1}{2}(x^2-1)\ln(x+1)-\frac{1}{4}(x^2-2x)+C$.

Từ $F(1)=0$ suy ra $C=\frac{-1}{4}$. Vậy $F(0)=\frac{-1}{4}$.

Câu 147. Hàm số $F(x)=\int(x^2+1)\ln\sqrt{x}dx$ thỏa mãn $F(1)=\frac{-5}{9}$ là

A. $\frac{1}{6}(x^3+3x)\ln x-\frac{x^3}{18}-\frac{x}{2}$.

B. $\frac{1}{6}(x^3+3x)\ln x-\frac{x^3}{18}-\frac{x}{2}-1$.

C. $\frac{1}{6}(x^3+3x)\ln x-\frac{x^3}{18}-\frac{x}{2}+\frac{10}{9}$.

D. $\frac{1}{6}(x^3+3x)\ln x-\frac{x^3}{18}-\frac{x}{2}+1$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp từng phần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả $F(x)=\int(x^2+1)\ln\sqrt{x}dx=\frac{1}{6}(x^3+3x)\ln x-\frac{x^3}{18}-\frac{x}{2}+C$

Với $F(1)=\frac{-5}{9}$ suy ra $C=0$ nên $F(x)=\frac{1}{6}(x^3+3x)\ln x-\frac{x^3}{18}-\frac{x}{2}$.

Câu 148. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{xe^x}{(x+1)^2}$ và có đồ thị đi qua điểm $A(0;1)$. Chọn kết quả đúng

A. $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$

B. $f(x)=\frac{e^x}{x+1}+1$

C. $f(x)=\frac{e^x}{x+1}-1$

D. $f(x)=\frac{e^x}{x+1}+2$

Hướng dẫn giải: Sử dụng phương pháp từng phần với $u=xe^x, dv=\frac{1}{(x+1)^2}dx$

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
xe^x +	$\frac{1}{(x+1)^2}$
$(x+1)e^x$ (Chuyển $(x+1)e^x$ qua dv)	$\frac{-1}{x+1}$
1 -	$-e^x$ (nhận $(x+1)e^x$ từ u)
0	$-e^x$

Kết quả $f(x)=\int\frac{xe^x}{(x+1)^2}dx=\frac{e^x}{x+1}+C$. Với $f(0)=1$ suy ra $C=0$. Vậy $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$

Câu 149. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ thỏa mãn $F(0)=1$. Chọn kết quả đúng

A. $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+2$.

B. $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}-2$.

C. $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+1$.

D. $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $u=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right), dv=dx$ ta được

$F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+C$. Vì $F(0)=1$ nên $C=2$

Vậy $F(x)=x\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\sqrt{x^2+1}+2$.

Câu 150. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F(\pi)=2017$. Khi đó $F(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $F(x)=x\tan x+\ln|\cos x|+2017$.

B. $F(x)=x\tan x-\ln|\cos x|+2018$.

C. $F(x)=x\tan x+\ln|\cos x|+2016$.

D. $F(x)=x\tan x-\ln|\cos x|+2017$.

Hướng dẫn giải: Đặt $u=x, dv=\dfrac{1}{\cos^2 x}dx$ ta được $du=dx, v=\tan x$

Kết quả $F(x)=\int\dfrac{x}{\cos^2 x}dx=x\tan x-\int\tan x dx=x\tan x+\ln|\cos x|+C$.

Vì $F(\pi)=2017$ nên $C=2017$. Vậy $F(x)=x\tan x+\ln|\cos x|+2017$.

Câu 151. Tính $F(x)=\int x(1+\sin 2x)dx=Ax^2+Bx\cos 2x+C\sin 2x+D$. Giá trị của biểu thức $A+B+C$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Cách 2: Sử dụng phương pháp bảng với $u=x, dv=(1+\sin 2x)dx$ ta được

$F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}x\cos 2x+\dfrac{1}{4}\sin 2x+D$. Vậy $A+B+C=\dfrac{1}{4}$.

Câu 152. Tính $F(x)=\int\dfrac{1+x\sin x}{\cos^2 x}dx$. Chọn kết quả đúng

A. $F(x)=\tan x+\dfrac{x}{\cos x}+\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|+C$.

B. $F(x)=\tan x-\dfrac{x}{\cos x}+\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|+C$.

C. $F(x)=\tan x+\dfrac{x}{\cos x}-\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|+C$.

D. $F(x)=\tan x-\dfrac{x}{\cos x}-\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|+C$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Biến đổi $F(x)=\int\frac{dx}{\cos^2 x}+\int\frac{x\sin x}{\cos^2 x}dx=\tan x+I(x)$

Tính $I(x)$ bằng cách đặt $u=x;dv=\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$ ta được $I(x)=\frac{x}{\cos x}-\int\frac{dx}{\cos x}$

Tính $J(x)=-\int\frac{dx}{\cos x}=\int\frac{\cos xdx}{\sin^2 x-1}=\int\frac{d(\sin x)}{(\sin x-1)(\sin x+1)}=\ln\left|\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|+C$

Kết quả $F(x)=\tan x+\frac{x}{\cos x}+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|+C$

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng máy tính kiểm tra $\frac{d}{dx}(F(x))-f(x)=0$ tại một số điểm ngẫu nhiên x_0.

4.1.6. ÔN TẬP

Câu 153. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\frac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $F(x)=-\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$.

B. $F(x)=\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$.

C. $F(x)=-\cos x+\tan x+1-\sqrt{2}$.

D. $F(x)=-\cos x+\tan x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\int\left(\sin x+\frac{1}{\cos^2 x}\right)dx=-\cos x+\tan x+C\Rightarrow F(x)=-\cos x+\tan x+C$

$F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow C=\sqrt{2}-1$. Vậy $F(x)=-\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$

Câu 154. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2\sin 5x+\sqrt{x}+\frac{3}{5}$ thỏa mãn đồ thị của hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung là

A. $F(x)=-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+1$.

B. $F(x)=\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+1$.

C. $F(x)=10\cos 5x+\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{3}{5}x+1$.

D. $F(x)=-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x)=-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+C$ và $F(0)=f(0)\Leftrightarrow C=1$

Vậy $F(x)=-\frac{2}{5}\cos 5x+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+\frac{3}{5}x+1$

Câu 155. Hàm số $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2e^x$ thì $a+b+c$ bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Ta có $F'(x)=f(x)\Leftrightarrow ax^2+(2a+b)x+b+c=x^2\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\2a+b=0\\b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\\c=2\end{cases}$

Vậy $a+b+c=1$

Câu 156. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=a+b\cos 2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{\pi}{2}$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{6}$, $F\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\pi}{3}$ là

A. $F(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{7\pi}{9}\sin 2x+\frac{\pi}{2}$.

B. $F(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{7\pi}{9}\sin 2x$.

C. $F(x)=-\frac{2}{3}x-\frac{7\pi}{9}\sin 2x+\frac{\pi}{2}$.

D. $F(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{7\pi}{9}\sin 2x-\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x)=ax+\frac{b}{2}\sin 2x+C$ và $\begin{cases}F(0)=\frac{\pi}{2}\\F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{6}\\F\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\pi}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\b=\frac{7\pi}{9}\\C=\frac{\pi}{2}\end{cases}$

Vậy $F(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{7\pi}{9}\sin 2x+\frac{\pi}{2}$

Câu 157. Cho hàm số $F(x)=ax^3+bx^2+cx+1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=2,\ f(2)=3, f(3)=4$. Hàm số $F(x)$ là

A. $F(x)=\frac{1}{2}x^2+x+1$.

B. $F(x)=-\frac{1}{2}x^2+x+1$.

C. $F(x)=-\frac{1}{2}x^2-x+1$.

D. $F(x)=\frac{1}{2}x^2-x+1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x)=F'(x)=3ax^2+2bx+c$ và $\begin{cases}f(1)=2\\f(2)=3\\f(3)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a+2b+c=2\\12a+4b+c=3\\27a+6b+c=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=\frac{1}{2}\\c=1\end{cases}$

Vậy $F(x)=\frac{1}{2}x^2+x+1$.

Câu 158. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\tan x.\sin 2x$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ là

A. $F(x)=x-\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}$.

B. $F(x)=x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\pi}{4}-1$.

C. $F(x)=\frac{2}{3}\cos^3 x+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $x+\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\int \tan x.\sin 2xdx = \int (1-\cos 2x)dx = x - \frac{1}{2}\sin 2x + C \Rightarrow F(x) = x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$

và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$

Vậy $F(x) = x - \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$.

Câu 159. Cho hàm số $f(x) = \tan^2 x$ có nguyên hàm là $F(x)$. Đồ thị hàm số $y = F(x)$ cắt trục tung tại điểm $A(0;2)$. Khi đó $F(x)$ là

A. $F(x) = \tan x - x + 2$.
B. $F(x) = \tan x + 2$.
C. $F(x) = \frac{1}{3}\tan^3 x + 2$.
D. $F(x) = \cot x - x + 2$.

Hướng dẫn giải

$F(x) = \int f(x)dx = \int \tan^2 xdx = \tan x - x + C$.

Vì đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$ nên $C = 2$.

Vậy $F(x) = \tan x - x + 2$.

Câu 160. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0)$ bằng

A. $1 - \frac{\pi}{4}$.
B. $\frac{\pi}{4}$.
C. $1 + \frac{\pi}{4}$.
D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải: $F(x) = \tan x - x + C \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) = 1 - \frac{\pi}{4}$.