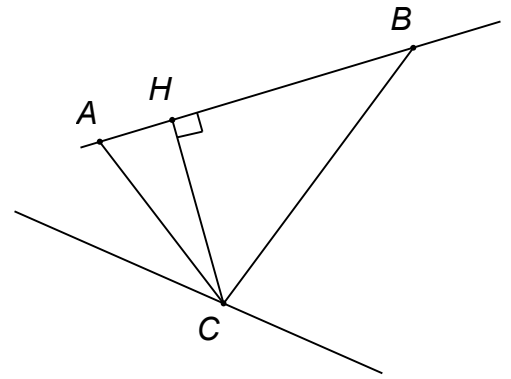


Gọi C là điểm trên d và H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB .

Vì $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \sqrt{11} \cdot CH$ nên S_{ABC} nhỏ nhất

khi CH nhỏ nhất $\Leftrightarrow CH$ là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB và d .

Ta có $C(1; 0; 2) \Rightarrow AC = \sqrt{29}$.



Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(10; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mp (P) là

- A. $\frac{97\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{76\sqrt{790}}{790}$. C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. D. $\frac{3\sqrt{29}}{29}$.

Hướng dẫn giải:

(P) là mặt phẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng d nên (P) chứa đường thẳng d' đi qua điểm A và song song với đường thẳng d .

Gọi H là hình chiếu của A trên d , K là hình chiếu của H trên (P) .

Ta có $d(d, (P)) = HK \leq AH$ (AH không đổi)

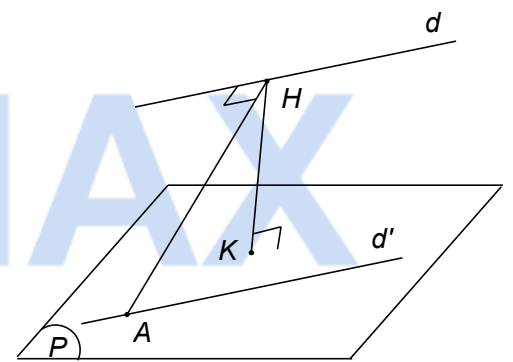
\Rightarrow GTLN của $d(d, (P))$ là AH

$\Rightarrow d(d, (P))$ lớn nhất khi AH vuông góc với (P) .

Khi đó, nếu gọi (Q) là mặt phẳng chứa A và d thì (P) vuông góc với (Q) .

$\Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_d, \vec{n}_Q] = (98; 14; -70)$

$\Rightarrow (P): 7x + y - 5z - 77 = 0 \Rightarrow d(M, (P)) = \frac{97\sqrt{3}}{15}$.



Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -1)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{11\sqrt{18}}{18}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{18}$. D. $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của A trên d ; K là hình chiếu của A trên (P) .

Ta có $d(A,(P)) = AK \leq AH$ (Không đổi)

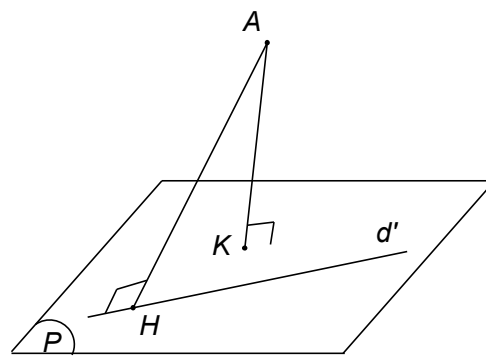
\Rightarrow GTLN của $d(d,(P))$ là AH

$\Rightarrow d(A,(P))$ lớn nhất khi $K \equiv H$.

Ta có $H(3;1;4)$, (P) qua H và $\perp AH$

$\Rightarrow (P): x - 4y + z - 3 = 0$

Vậy $d(M,(P)) = \frac{11\sqrt{18}}{18}$.



Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và

$$\text{hai đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}; d': \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}.$$

Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song song với (P) ; cắt d, d' và tạo với d góc 30° . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, \vec{n}_p là VTPT của mặt phẳng (P) .

Gọi $M(1+t; t; 2+2t)$ là giao điểm của Δ và d ; $M'(3-t'; 1+t'; 1-2t')$ là giao điểm của Δ và d'

Ta có: $\overline{MM'}(2-t'-t; 1+t'-t; -1-2t'-2t)$

$$MM' // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \notin (P) \\ \overline{MM'} \perp \vec{n}_p \end{cases} \Leftrightarrow t' = -2 \Rightarrow \overline{MM'}(4-t; -1-t; 3-2t)$$

$$\text{Ta có } \cos 30^\circ = \cos(\overline{MM'}, \vec{u}_d) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|-6t+9|}{\sqrt{36t^2-108t+156}} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy, có 2 đường thẳng thỏa mãn là } \Delta_1: \begin{cases} x = 5 \\ y = 4+t \\ z = 10+t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x = t' \\ y = -1 \\ z = t' \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{1}{2}.$$

Câu 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;1); B(3;-2;0); C(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng

cách từ B và C đến (P) lớn nhất biết rằng (P) không cắt đoạn BC . Khi đó, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $G(-2;0;3)$. B. $F(3;0;-2)$. C. $E(1;3;1)$. D. $H(0;3;1)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi I là trung điểm đoạn BC ; các điểm B', C', I' lần lượt là hình chiếu của B, C, I trên (P) .

Ta có tứ giác $BCC'B'$ là hình thang và $I'I'$ là đường trung bình.

$$\Rightarrow d(B, (P)) + d(C, (P)) = BB' + CC' = 2I'I'$$

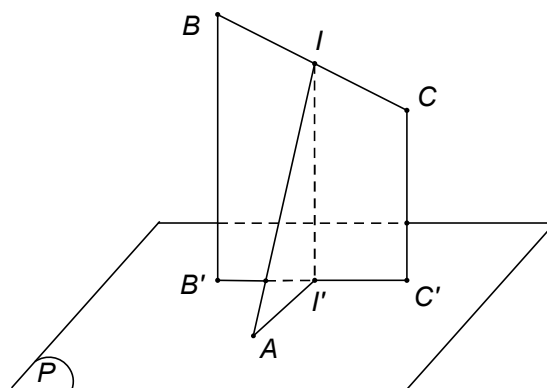
Mà $I'I' \leq IA$ (với IA không đổi)

Do vậy, $d(B, (P)) + d(C, (P))$ lớn nhất khi

$$I' \equiv A$$

$\Rightarrow (P)$ đi qua A và vuông góc \overline{IA} với $I(2;0;-1)$.

$$\Rightarrow (P): -x + 2z - 1 = 0 \Rightarrow E(1;3;1) \in (P).$$



Câu 52. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ trong đó b, c dương và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O, (ABC)) = \frac{1}{3}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $b + c = 1$. B. $2b + c = 1$. C. $b - 3c = 1$. D. $3b + c = 3$.

Hướng dẫn giải:

Ta có phương trình $mp(ABC)$ là $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$(ABC) \perp (P) \Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow b = c \quad (1)$$

$$\text{Ta có } d(O, (ABC)) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 8 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow b = c = \frac{1}{2} \Rightarrow b + c = 1.$$

Câu 53. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;3); B(0;1;1); C(1;0;-2)$

Điểm $M \in (P): x + y + z + 2 = 0$ sao cho giá trị của biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, điểm M cách $(Q): 2x - y - 2z + 3 = 0$ một khoảng bằng

A. $\frac{121}{54}$.

B. 24.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{101}{54}$.

Hướng dẫn giải:Gọi $M(x; y; z)$. Ta có $T = 6x^2 + 6y^2 + 6z^2 - 8x - 8y + 6z + 31$

$$\Rightarrow T = 6 \left[\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 + \left(y - \frac{2}{3} \right)^2 + \left(z + \frac{1}{2} \right)^2 \right] + \frac{145}{6}$$

$$\Rightarrow T = 6MI^2 + \frac{145}{6} \text{ với } I \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{1}{2} \right)$$

 $\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$$\Rightarrow M \left(-\frac{5}{18}; -\frac{5}{18}; -\frac{13}{9} \right).$$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 54. Cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z - 1 = 0$; $(\beta): 5x + 2y + 11z - 3 = 0$. Góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

A. 120° .

B. 30° .

C. 150° .

D. 60° .

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - 3 = 0$. Điểm $H(2; 1; 2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên một mặt phẳng (Q) . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 120° .

Câu 56. Cho vector $|\vec{u}| = 2$; $|\vec{v}| = 1$; $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$. Góc giữa vector \vec{v} và vector $\vec{u} - \vec{v}$ bằng:

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{9} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta: \begin{cases} 2x - 3y - 3z + 9 = 0 \\ x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và đường thẳng Δ bằng

A. 90° .

B. 30° .

C. 0° .

D. 180° .

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 10 = 0$; đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{1-y}{2} = \frac{z+3}{3}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình các đường thẳng qua $A(3; -1; 1)$, nằm trong $(P): x - y + z - 5 = 0$ và hợp với đường thẳng $d:$

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2} \text{ một góc } 45^\circ \text{ là}$$

$$\text{A. } \Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + t, t \in R; \\ z = 1 \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - 2t, t \in R. \\ z = 1 - 5t \end{cases}$$

$$\text{B. } \Delta_1: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 2t, t \in R; \\ z = 1 \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 15t \\ y = -1 + 38t, t \in R. \\ z = 1 + 23t \end{cases}$$

$$\text{C. } \Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + t, t \in R; \\ z = 1 \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 15t \\ y = -1 - 8t, t \in R. \\ z = 1 - 23t \end{cases}$$

$$\text{D. } \Delta_1: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 - t, t \in R; \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 3 + 15t \\ y = -1 - 8t, t \in R. \\ z = 1 - 23t \end{cases}$$

Câu 60. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', BC, DD'$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (MNP) là

- A.** 30° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Câu 61. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases} \text{ và tạo với trục } Ox \text{ góc có số đo lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ}$$

điểm $A(1; -4; 2)$ đến $mp(P)$ là

- A.** $\frac{12\sqrt{35}}{35}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{20\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 62. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -12), N(3; 0; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x + 2y - 3z + 4 = 0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(3; 1; 0)$ cách $mp(P)$ một khoảng là

- A.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{\sqrt{22}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{22}}$.

Câu 63. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + y - z - 7 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}; \Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$.

Gọi M là điểm thuộc đường thẳng Δ_1 , M có tọa độ là các số dương, M cách đều Δ_2 và (P) . Khoảng cách từ điểm M đến $mp(P)$ là

- A.** $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 7. **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

- Câu 64.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;-4;3); B(1;0;5)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 \end{cases}$. Gọi C là điểm trên đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất. Khoảng cách giữa điểm C và gốc tọa độ O là
- A.** $\sqrt{6}$. **B.** 14. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** 6.
- Câu 65.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $B(2;0;-3)$ đến $mp(P)$ là
- A.** $\frac{7\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. **C.** 7. **D.** $\frac{\sqrt{18}}{18}$.
- Câu 66.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $B(-2;1;-3)$ đến mặt phẳng (P) đó.
- A.** $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\sqrt{38}$.
- Câu 67.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;-2); B(-1;2;1); C(-3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến (P) lớn nhất biết rằng (P) không cắt đoạn BC . Khi đó, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?
- A.** $F(-1;2;0)$. **B.** $E(2;-2;1)$. **C.** $G(2;1;-3)$. **D.** $H(1;-3;1)$.
- Câu 68.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0); B(0;2;0); C(0;0;c)$ trong đó a, c dương và mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O, (ABC)) = \frac{2}{\sqrt{21}}$, mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.** $a + 4c = 3$. **B.** $a + 2c = 5$. **C.** $a - c = 1$. **D.** $4a - c = 3$.
- Câu 69.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-2;2;3); B(1;-1;3); C(3;1;-1)$. Điểm $M \in (P): x + 2z - 8 = 0$ sao cho giá trị của

biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, điểm M cách
(Q): $-x + 2y - 2z - 6 = 0$ một khoảng bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 2. C. $\frac{4}{3}$. D. 4.

Câu 70. Tính khoảng cách từ điểm $H(3; -1; -6)$ đến mặt phẳng (α): $x + y - z + 1 = 0$.

- A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. B. 9. C. $3\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 71. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P): $2x + y + 2z = 0$ và (Q)
 $2x + y + 2z + 7 = 0$.

- A. $\frac{7}{9}$. B. 7. C. $\frac{7}{3}$. D. 2.

Câu 72. Khoảng cách từ điểm $K(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 73. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng (α): $2x + y + 2z + 4 = 0$ và đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = -4t \end{cases}$$

- A. $\frac{8}{3}$. B. 0. C. $\frac{4}{3}$. D. 4.

Câu 74. Khoảng cách từ giao điểm A của mặt phẳng (R): $x + y + z - 3 = 0$ với trục Oz đến
mặt phẳng (α): $2x + y + 2z + 1 = 0$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 0.

Câu 75. Cho hai mặt phẳng (P): $x + y + 2z - 1 = 0$, (Q): $2x + y + z = 0$ và đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Gọi $d(d, (P))$, $d(d, (Q))$, $d((P), (Q))$ lần lượt là khoảng cách giữa đường thẳng d và
(P), d và (Q), (P) và (Q). Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**:

- A. $d(d, (P)) = 0$. B. $d(d, (Q)) = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $d((P), (Q)) = 0$. D. $d(d, (Q)) = 0$.

Câu 76. Khoảng cách từ điểm $C(-2; 1; 0)$ đến mặt phẳng (Oyz) và đến đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + t \\ z = 6 + 2t \end{cases}$$

lần lượt là d_1 và d_2 . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $d_1 > d_2$. B. $d_1 = d_2$. C. $d_1 = 0$. D. $d_2 = 1$.

Câu 77. Khoảng cách từ điểm $B(1;1;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $(P): 2x + y - 2z + 6 = 0.$

B. $(P): x + y + z - 3 = 0.$

B. $(P): 2x + y + 2z - 2 = 0.$

D. $(P): x + y + z - 3 = 0.$

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z + 5 = 0$. Tập hợp các điểm M cách đều mặt phẳng (α) và (β) là

A. $2x - y + 2z + 3 = 0.$

B. $2x - y - 2z + 3 = 0.$

C. $2x - y + 2z - 3 = 0.$

D. $2x + y + 2z + 3 = 0.$

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Tập hợp các điểm cách đều mặt phẳng (α) và (β) là

A. $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 3x + 3y + 4z + 4 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 3x - 3y + 4z + 4 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ 3x - 3y + 4z + 4 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ 3x - 3y + 4z + 4 = 0 \end{cases}$

