

$$|z| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1; \quad \bar{z} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad z\bar{z} = 1$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 36. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $3x + y + 5xi = 2y - (x - y)i$:

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = -\frac{4}{7} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = \frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$

Hướng dẫn giải

$$3x + y + 5xi = 2y - (x - y)i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 2y \\ 5x = y - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 37. Cho số phức $z = -1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{z^2}$ **B.** $z^{-1} = 1 + 2i$.
C. $z.z^{-1} = 0$. **D.** $z^{-1} = \frac{-1}{5} + \frac{2}{5}i$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } z^{-1} = \frac{1}{-1-2i} = \frac{-1+2i}{5} = \frac{-1}{5} + \frac{2}{5}i; \quad z.z^{-1} = 5; \quad z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 38. Cho số phức $z = \frac{1}{3} - 3i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\bar{z} = \frac{\sqrt{82}}{3}$. **B.** $|z| = 3i + \frac{1}{3}$.
C. $|z| = \frac{\sqrt{82}}{3}$. **D.** $\bar{z} = \frac{-1}{3} + 3i$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{\frac{1}{9} + 9} = \frac{\sqrt{82}}{3}; \quad \bar{z} = \frac{1}{3} + 3i$$

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 39. Cho số phức $z = 2i - 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A.** Phần thực của số phức z là -1 .
B. Phần ảo của số phức z là -1 .
C. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 2i + 1$.

D. $z\bar{z} = 4$.

Câu 40. Cho số phức $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. Phần thực, phần ảo của số phức z^2 có giá trị lần lượt là :

A. $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\frac{-1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 41. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = -35 + 23i$.

A. $(x; y) = (-3; 4)$.

B. $(x; y) = (3; 4)$.

C. $(x; y) = (3; -4)$.

D. $(x; y) = (-3; -4)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(1-2i)^3 = -11 + 2i$

Vậy ta có $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = -35 + 23i \Leftrightarrow (3x-11y) + (5x+2y)i = -35 + 23i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y = -35 \\ 5x+2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 42. Giá trị của $i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$ là ?

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Hướng dẫn giải

$$i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34} = i^{4.26+1} + i^{4.5+3} + i^{4.5} - i^{4.8+2} = i - i + 1 + 1 = 2$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 43. Tìm số phức z , biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$.

A. $z = -2+i$.

B. $z = -2-i$.

C. $z = 2+i$.

D. $z = 2-i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có :

$$z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i \Leftrightarrow a+bi - (2+3i)(a-bi) = 1-9i$$

$$\Leftrightarrow -a-3b - (3a-3b)i = 1-9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b = 1 \\ 3a-3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $z = 2-i$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$. Giá trị của $|z|$ là ?

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có :

$$(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i \Leftrightarrow [(2a-1)+2bi](1+i) + [(a+1)-bi](1-i) = 2-2i$$

$$\Leftrightarrow (2a-2b-1) + (2a+2b-1)i = (a-b+1) - (a+b+1)i = 2-2i$$

$$\Leftrightarrow (3a-3b) + (a+b-2) = 2-2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-3b=2 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $|z| = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 45. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn : $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$. Giá trị của $ab+1$ là :

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Hướng dẫn giải

$z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) . Vậy ta có

$$a + bi - (2+3i)(a-bi) = 1-9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ 3a-3b=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow ab+1 = -1$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) . Ta có $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ và $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

Yêu cầu của bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 1 \end{cases}$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn điều kiện bài toán

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 51. Cho số phức z có phần thực và phần ảo là các số dương thỏa mãn $z + (1-i)^5 \cdot \bar{z} - \frac{(2-i)^3}{i^6} = 3 + 20i$. Khi đó môđun của số phức $w = 1 + z + z^2 + z^3$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 25. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ tìm được $z = 1 + i$ Suy ra $w = 5i$.

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 52. Cho số phức z thỏa mãn $z^4 = 476 + 480i$ và z có phần thực và phần ảo là các số dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $z = \sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480}$. B. $z^2 = 26$.
 C. $|z| = \sqrt{26}$. D. $z = \pm(\sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480})$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công cụ tìm căn bậc n trên MTCT, ta tìm được $z = 5 + i$.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 53. Cho số phức $z = \left(\frac{2i}{1+i}\right)^8 - (1+i)^5 - 12$. Số phức $z + z^2 + z^3 + z^4$ là số phức nào sau đây?

- A. $-8060 - 4530i$. B. $-8060 + 4530i$. C. $8060 + 4530i$. D. $8060 - 4530i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính bỏ túi tính được $z = -8 + 6i$. Thay vào được kết quả là $-8060 + 4530i$.

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 54. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. $(1+i)^{2016} = 2^{1008}$. B. $\left|\frac{(1+i)^{2016}}{2^{1007}} - i\right| = \sqrt{5}$.
 C. $|(1+i)^{2016} - 2^{1008}i| = 2^{1008}$. D. $(1+i)^{2016} = (1-i)^{2016}$.

Hướng dẫn giải

$(1+i)^{2016} = (2i)^{1008} = 2^{1008}$. Do đó $|(1+i)^{2016} - 2^{1008}i| = |2^{1008} - 2^{1018}i| = 2^{1018}\sqrt{2}$. Suy ra A sai.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 55. Cho số phức $z = (2i)^4 - \frac{(1+i)^6}{5i}$. Số phức $\overline{5z + 3i}$ là số phức nào sau đây?

- A. $440 + 3i$. B. $88 + 3i$. C. $440 - 3i$. D. $88 - 3i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính tính được $z = \frac{88}{5} \Rightarrow 5z + 3i = 88 + 3i$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 56. Cho số phức $(\overline{2+i})^5 - (2+i)\overline{z} = -37 - 43i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. z có phần ảo bằng 0.

B. $z\overline{z} = 1$.

C. $z = -i$.

D. z là một số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$$(\overline{2+i})^5 = -38 - 41i \Rightarrow \overline{z} = \frac{1-2i}{-(2+i)} = i. \text{ Do đó A sai.}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 57. Cho số phức $\frac{3-i}{z} + (2-i)^3 = 3 - 13i$. Số phức $\frac{(z+12i)^2}{i} + z^2$ là số phức nào sau đây?

A. $-26 - 170i$.

B. $-26 + 170i$.

C. $26 - 170i$.

D. $26 + 170i$.

Hướng dẫn giải

$$(2-i)^3 = 2 - 11i \Rightarrow z = \frac{3-i}{1-2i} = 1+i.$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 58. Cho 2 số phức $z_1 = \frac{z^2 - \left(\frac{-}{z}\right)^2}{z \cdot z + 1}$; $z_2 = \frac{z^2 + \left(\frac{-}{z}\right)^2}{z \cdot z + 1}$ với $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. z_1 và z_2 là số thuần ảo.

B. z_2 là số thuần ảo.

C. z_1 là số thuần ảo.

D. z_1 và z_2 là số thực.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = x + yi \rightarrow z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$z = x - yi \rightarrow \left(\frac{-}{z}\right)^2 = x^2 - y^2 - 2xyi$$

$$z \cdot \overline{z} = x^2 + y^2$$

$$\text{Khi đó: } z_1 = \frac{4xyi}{x^2 + y^2 + 1}; z_2 = \frac{2(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2 + 1}$$

Suy ra z_1 là số thuần ảo, z_2 là số thực.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 59. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|\frac{z+1}{i-z}\right| = 1$ và $\left|\frac{z-i}{2+z}\right| = 1$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \left|\frac{z+1}{i-z}\right| = 1 \\ \left|\frac{z-i}{2+z}\right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z+1| = |i-z| \\ |z-i| = |2+z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 4x + 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow z = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$$

Vậy chọn đáp án **A**.

