Câu 68. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$y' = x^2 - 2mx + m + 1$

$y'' = 2x - 2m$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ khi : $\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4m + m + 1 = 0 \\ 4 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m > 2 \end{cases}$

(không tồn tại m).

Câu 69. Chọn C

Câu 70. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y' = mx^2 + 4x + m$

ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$

Câu 71. Chọn B

$y' = x^2 + 2mx + m + 6$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 3 \end{array}\right.$$

Câu 72. Chọn A

$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 + 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3;1) \setminus \{-2\}$$

Câu 73. Chọn D

$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $-1 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1) > 0 \\ x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 1 \end{array}\right. \\ m > -\dfrac{7}{2} \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{7}{2} < m < -3$$

Câu 74. Chọn B

$y' = x^2 + 2(m^2 - m + 2)x + 3m^2 + 1$

$y'' = 2x + 2(m^2 - m + 2)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ khi:

$$\begin{cases} y'(-2)=0 \\ y''(-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4m-3=0 \\ m^2-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$$

Câu 75. Chọn B

$y'=mx^2-2(m-1)x+3(m-2)$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn: $x_1+2x_2=1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ (m-1)^2-3m(m-2)>0 \\ x_1x_2=\dfrac{3(m-2)}{m} \\ x_1+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m} \\ x_1+2x_2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 1-\dfrac{\sqrt{6}}{2}<m<1+\dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1=\dfrac{3m-4}{m} \\ x_2=\dfrac{2-m}{m} \\ x_1x_2=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 1-\dfrac{\sqrt{6}}{2}<m<1+\dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1=\dfrac{3m-4}{m} \\ x_2=\dfrac{2-m}{m} \\ \left(\dfrac{3m-4}{m}\right)\left(\dfrac{2-m}{m}\right)=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{2}{3} \end{array}\right..$$

Câu 76. Chọn C

Trường hợp 1: $m=0$

Ta có hàm số: $y=-x^2$, hàm số này có 1 cực trị. Vậy $m=0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m\neq 0$

$y'=4mx^3+2(m-1)x$

Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow \dfrac{m-1}{m}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Kết hợp TH1 và TH2, ta có: $\left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq 1 \end{array}\right.$ thỏa mãn.

Câu 77. Chọn C

$y'=4mx^3+2(m^2-4m+3)x$

Hàm số có 3 cực trị

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \dfrac{m^2-4m+3}{m}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\in(-\infty;0)\cup(1;3) \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(1;3).$$

Câu 78. Chọn D

$y'=4x^3-4m^2x$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x(x^2-m^2)=0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là : $A(0;1)$, $B(m;1-m^4)$, $C(-m;1-m^4)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .
Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh

$A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow -m^2+m^8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có: $m=\pm 1$ (thỏa mãn).

<u>*Lưu ý:*</u> có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a}+1=0$.

Câu 79. Chọn B

$y'=4x^3-4(m+1)x$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-m-1\right)=0$

Hàm số có điểm 3 cực trị $\Leftrightarrow m>-1$
Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :

$A\left(0;m^2\right)$, $B\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .
Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$

$\Leftrightarrow -(m+1)+(-m^2-2m-1)^2=0 \Leftrightarrow m^4+4m^3+6m^2+3m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có: $m=0$ (thỏa mãn).
<u>***Lưu ý:***</u> Có thể làm theo cách khác:
+) *Cách 1:* Gọi *M* là trung điểm của *BC*, tìm tọa độ điểm *M*, ΔABC vuông tại đỉnh *A* thì $2AM=BC$.
+) *Cách 2:* Sử dụng định lý Pitago $BC^2=AB^2+AC^2$.
+) *Cách 3:* $\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\cos 45^0$.

+) Hoặc sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a}+1=0$.

Câu 80. Chọn C

$y'=4x^3-4mx$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m>0$
Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :

$A\left(0;m^4+2m\right)$, $B\left(-\sqrt{m};\mathrm{m}^4-m^2+2m\right)$, $C\left(\sqrt{m};\mathrm{m}^4-m^2+2m\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC đều chỉ cần $AB=BC \Leftrightarrow m+m^4=4m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có: $m=\sqrt[3]{3}$ (thỏa mãn).

<u>*Lưu ý:*</u> có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a}+3=0 \Leftrightarrow \frac{(-2m)^3}{8}+3=0$

$\Leftrightarrow m^3=3 \Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}$.

Câu 81. Chọn C

Ta có: $y = x^3 - 3x$

Các điểm cực trị: $A(1;-2);B(-1;2)$. Nên ta có $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 82. Chọn A

Ta có: $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$.

Các điểm cực trị: $A(-2;-1);B(0;3);C(2;-1)$.

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân tại B. $H(0;-1)$ là trung điểm của AC.

Nên $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BH.AC = \frac{1}{2}.4.4 = 8$.

Câu 83. Chọn A

Ta có : $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 84. Chọn A

Để hàm số có ba cực trị thì trước hết hàm số phải là hàm số trùng phương tức $m \neq 0$.

Ta có : $y' = 4mx^3 + 2\left(m^2 - 9\right)x = 4mx(x^2 + \frac{m^2 - 9}{2m})$.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi : y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\frac{m^2 - 9}{2m} < 0$

$\Leftrightarrow$ $m\left(m^2 - 9\right) < 0$ $\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{array}\right.$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là : $\left[\begin{array}{l} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{array}\right.$.

Câu 85. Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m + 1 = 0$ $\Leftrightarrow$ $m = -1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x = 0$) mà không có cực đại $\Rightarrow$ $m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m + 1 \neq 0$ $\Leftrightarrow$ $m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$y' = 4\left(m+1\right)x^3 - 2mx = 4\left(m+1\right)x\left[x^2 - \frac{m}{2\left(m+1\right)}\right]$.

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow$ y' có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow$ $\left\{\begin{array}{l} 4\left(m+1\right) > 0 \\ \frac{m}{2\left(m+1\right)} \leq 0 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow$ $-1 < m \leq 0$.

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 86. Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6mx+m-1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi PT $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

Điều này tương đương $\Delta'=9m^2-3(m-1)>0 \Leftrightarrow 3m^2-m+1>0$ (đúng với mọi m).

Hai điểm cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow \begin{cases} S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m>0 \\ \dfrac{m-1}{3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>1$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m>1$.

Câu 87. Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+3m$.

$y'=0 \Leftrightarrow x^2-m=0(*)$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0(**)$

Khi đó 2 điểm cực trị $A\left(-\sqrt{m};1-2m\sqrt{m}\right)$, $B\left(\sqrt{m};1+2m\sqrt{m}\right)$

Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow 4m^3+m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m=\frac{1}{2}$.

Câu 88. Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+12m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ $(m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\neq 1$ (*). Khi đó hai điểm cực trị là

$A(2;9m),\ B(2m;-4m^3+12m^2-3m+4)$.

ΔABC nhận O làm trọng tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2+2m-1=0 \\ -4m^3+12m^2+6m+4-\dfrac{9}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ (thoả (*).

Câu 89. Chọn C

Ta có : $y'=2x^2-2mx-2\left(3m^2-1\right)=2\left(x^2-mx-3m^2+1\right)$,

$g\left(x\right)=x^2-mx-3m^2+1$ là tam thức bậc hai có $\Delta=13m^2-4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $g\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ $\Delta>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{2\sqrt{13}}{13} \\ m<-\dfrac{2\sqrt{13}}{13} \end{array}\right.$. (1)

x_1, x_2 là các nghiệm của $g\left(x\right)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=-3m^2+1 \end{cases}$.

Do đó $x_1x_2+2(x_1+x_2)=1 \Leftrightarrow -3m^2+2m+1=1 \Leftrightarrow -3m^2+2m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m=\dfrac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 90. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$y'=3x^2-6mx+3(m^2-1)$

Hàm số luôn luôn có cực trị với moi m

Theo định lí Viet : $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1.x_2=m^2-1 \end{cases}$

$x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7 \Leftrightarrow (2m)^2-3(m^2-1)=7 \Leftrightarrow$ m= ±2.

Cách 2 : y'=0 $\Leftrightarrow x^2-2mx+(m^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right.$.

$x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7 \Leftrightarrow (m+1)^2+(m-1)^2-(m-1)(m+1)=7 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 91. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$y'=4(m-1)x^3-6mx=0$ **(*)**

TH1 : Nếu $m=1$, (*) trở thành : $y'=-6x=0$ hay x= 0 , $y''=-6<0$

Vậy $m=1$ hàm số đạt cực đại tại $x=0$

TH2 : Nếu $m\neq 1$

(*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{3m}{2(m-1)} \end{array}\right.$.

Hàm số có cực đại mà ko có cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \dfrac{3m}{2(m-1)}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\leq m<1$.

Kết hợp 2 trường hợp : $m\in[0;1]$.

Câu 92. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$y'=4x^3-4(1-m^2)x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=1-m^2 \end{array}\right.$.

Hàm số có cực đại , cực tiểu khi và chỉ khi : $|m|<1$

Tọa độ điểm cực trị $A(0;m+1)$

$B\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$

$C\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$

$\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{1-m^2};0\right)$

Phương trình đường thẳng BC : $y+m^4-2m^2-m=0$

$d\left(A,\text{BC}\right)=m^4-2m^2+1$, $BC=2\sqrt{1-m^2}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC.d[A,BC]=\sqrt{1-m^2}\left(m^4-2m^2+1\right)=\sqrt{\left(1-m^2\right)^5}\le 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m=0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2-1\right)$

$\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2-1\right)$

Khi đó S = $\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right|$ **=** $\sqrt{1-m^2}\left(m^4-2m^2+1\right)=\sqrt{\left(1-m^2\right)^5}\le 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m=0$.

Câu 93. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$y'=6x^2+6\left(m-3\right)x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=3-m\end{array}\right.$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow m\ne 3$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị $A\left(0;11-3m\right)$

$B\left(3-m;m^3-9m^2+24m-16\right)$

$\overrightarrow{AB}=\left(3-m,\left(3-m\right)^3\right)$.

Phương trình đt AB : $\left(3-m\right)^2x+y-11+3m=0$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB$

Hay : $-1-11+3m=0\Leftrightarrow m=4$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y''}{18a}=2x^3+3\left(y-3\right)x^2+11-3y-\frac{\left(6x^2+6\left(y-3\right)x\right)\left(12x+6\left(y-3\right)\right)}{36}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $-2989-994009i$. Hay : $y=-2989-994009x$

Từ đó : $-2989=-3m+11$, $-994009=-\left(m-3\right)^2$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $\left(3-m\right)^2x+y-11+3m=0$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB$

Hay : $-1-11+3m=0\Leftrightarrow m=4$.

Câu 94. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$y'=3x^2-3m$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{m} \\ x=-\sqrt{m} \end{array}\right.$. Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi : $m>0$

Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $M\left(\sqrt{m};-2m\sqrt{m}+2\right)$

$N\left(-\sqrt{m};2m\sqrt{m}+2\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-2\sqrt{m};4m\sqrt{m}\right)$

Phương trình đt MN : $2mx+y-2=0$

(Học sinh có thể dùng cách lấy y chia cho y')

Ta có : $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB.\sin \widehat{AIB}=\frac{1}{2}\sin \widehat{AIB} \le \frac{1}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $\widehat{AIB}=90^0 \Rightarrow d\left[I,MN\right]=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow m=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y''}{18a}=2x^3-3yx+2-\frac{\left(6x^2-3y\right)\left(12x\right)}{18}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $2-2000i$. Hay : y=$2-2000x$

Từ đó : $-2000=-2m$,

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị A,B là : $y=2-2mx$ hay $2mx+y-2=0$

Giải như tự luận ra kết quả .

Câu 95. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y=6x^2-6\left(m+1\right)x+6m$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=m \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m\ne 1$

Ta có : $A(1;3m-1)$ $B\left(m;-m^3+3m^2\right)$

Hệ số góc đt AB là : $k=-\left(m-1\right)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$ khi và chỉ khi $k=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y''}{18a}=2x^3-3\left(y+1\right)x^2+6yx-\frac{\left(6x^2-6\left(y+1\right)x+6y\right)\left(12x-6\left(y+1\right)\right)}{36}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $1001000-9980001.i$. Hay : $y=1001000-9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $y = m^2 - m - (m-1)^2 x$

Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Câu 96. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 12x + 3(m+2)$

$y' = 0 \Leftrightarrow y' = x^2 - 4x + (m+2) = 0$

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Chia y cho y' ta được : $y = \frac{1}{3}y'(x-2) + (m-2)(2x+1)$

Điểm cực trị tương ứng : $A(x_1;(m-2)(2x_1+1))$ và $B(x_2;(m-2)(2x_2+1))$

Có : $y_1.y_2 = (m-2)^2(4x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 1)$

Với : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m+2 \end{cases}$ nên : $y_1.y_2 = (m-2)^2(4m+17)$

Hai cực trị cùng dấu $\Leftrightarrow y_1.y_2 > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2(4m+17) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-17}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$

Kết hợp đk : $-\frac{17}{4} < m < 2$.

Câu 97. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y' = 6x^2 - 18x + 12$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y(1) = 5 + m \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 4 + m \end{array}\right.$

$A(1;5+m)$ và $B(2;4+m)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$\overrightarrow{OA} = (1;5+m)$, $\overrightarrow{OB} = (2;4+m)$, $\overrightarrow{AB} = (1;-1)$

OAB là 1 tam giác $\Leftrightarrow -4 - m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq -6$

Chu vi của ΔOAB là: $2p = \sqrt{1+(m+5)^2} + \sqrt{4+(m+4)^2} + \sqrt{2}$

Sử dụng tính chất $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ với $\vec{u} = (1;-5-m)$ và $\vec{v} = (2;4+m)$

Từ đó ta có : $\sqrt{1+(m+5)^2} + \sqrt{4+(m+4)^2} + \sqrt{2} \geq \sqrt{3^2 + (-1)^2} + \sqrt{2} = \sqrt{10} + \sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \frac{-5-m}{4+m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{14}{3}$.

Vậy chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng $(\sqrt{10} + \sqrt{2})$ khi $m = -\frac{14}{3}$.

Câu 98. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y' = 4x^3 - 4mx$