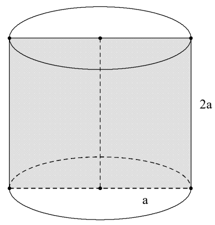
A. $V = \pi R^2 h$. **B.** $V = \pi R h^2$. **C.** $V = \pi^2 R h$. **D.** $V = 2\pi R h$.

✍ Hướng dẫn giải: Áp dụng công thức thể tích khối trụ, đáp án là $V = \pi R^2 h$.

Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

✍ Hướng dẫn giải:



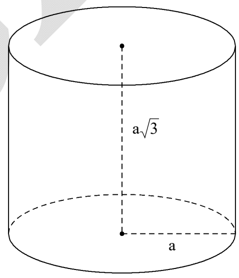
Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông nên chiều cao hình trụ bằng $2a$. Do đó diện tích xung quanh hình trụ là

$S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$. **D.** $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$.

✍ Hướng dẫn giải:



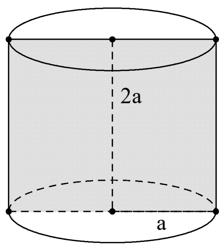
Ta có: $S_{xq} = 2\pi a.a\sqrt{3} = 2\pi a^2\sqrt{3}$; $S_{day} = \pi a^2$.

Do đó $S_{tp} = 2\pi a^2\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi a^2(1+\sqrt{3})$.

Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** πa^3.

✍ Hướng dẫn giải:



Theo bài ra thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên hình trụ có bán kính đáy là a, chiều cao $2a$. Do đó thể tích khối trụ là:

$V = \pi R^2 h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

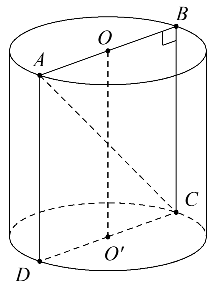
Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng 6π (cm) và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 10 (cm).

A. $48\pi\,(\text{cm}^3)$. **B.** $24\pi\,(\text{cm}^3)$. **C.** $72\pi\,(\text{cm}^3)$. **D.** $18\pi\sqrt{34}72\pi\,(\text{cm}^3)$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi O, O' là hai tâm của đáy hình trụ và thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$.

Do chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi\,(\text{cm})$ nên bán kính đáy của hình trụ là $R = \dfrac{C}{2\pi} = \dfrac{6\pi}{2\pi} = 3\,(\text{cm})$.



Vì thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật ABCD có $AC = 10$ (cm) và $AB = 2R = 6\,(\text{cm})$ nên chiều cao của hình trụ là:

$h = OO' = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (cm).

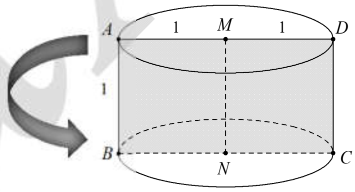
Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.3^2.8 = 72\pi\,(\text{cm}^3)$.

Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 6\pi$. **B.** $S_{tp} = 2\pi$. **C.** $S_{tp} = 4\pi$. **D.** $S_{tp} = 10\pi$.

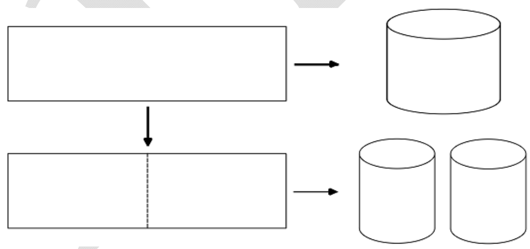
✍ Hướng dẫn giải:

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + S_{2day} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R(h + R)$.



Hình trụ đã cho có chiều cao là $h = MN = AB = 1$ và bán kính đáy $R = \dfrac{AD}{2} = 1$. Do đó diện tích toàn phần hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi(1 + 1) = 4\pi$

Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50cm x 240cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi R và r lần lượt là bán kính đáy của mỗi thùng đựng nước hình trụ được làm theo cách 1 và cách 2.

Gọi C_1 và C_2 lần lượt là chu vi đáy của mỗi thùng đựng nước hình trụ được làm theo cách 1 và cách 2.

Ta có: $\begin{cases} C_1 = 2\pi R \\ C_2 = 2\pi r \end{cases} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{R}{r} = 2$ (vì cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau nên $C_1 = 2C_2$).

Thùng làm theo cả hai cách đều có cùng chiều cao h nên ta có: $\begin{cases} V_1 = \pi R^2 h \\ V_2 = 2\pi r^2 h \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2 = 2.$

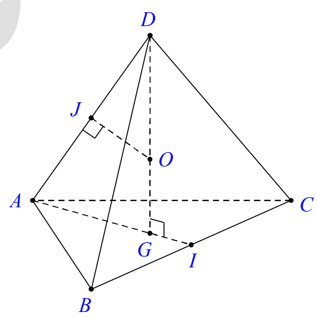
VẬN DỤNG THẤP

Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đều cạnh a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a. Gọi I là trung điểm cạnh BC, G là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và DG là trục của tam giác ABC.



Trong mp(DAG) kẻ trung trực của DA cắt DG tại O thì $OD = OA = OB = OC$ nên O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Bán kính R của mặt cầu bằng độ dài đoạn OD.

Trong tam giác ADG vuông tại G, ta có:

$$DA^2 = DG^2 + GA^2 \Rightarrow DG^2 = DA^2 - GA^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{6a^2}{9} \Rightarrow DG = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

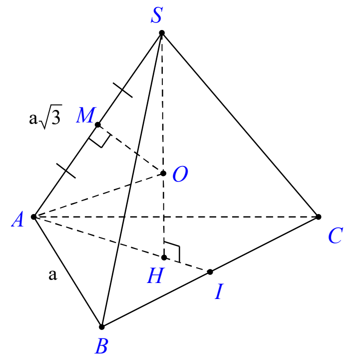
Mặt khác do tứ giác $AGOI$ nội tiếp nên ta có: $DJ.DA = DO.DG \Rightarrow DO = \frac{DA^2}{2DG} \Rightarrow R = DO = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$

Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a, cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC, ta có $SH \perp (ABC)$ nên SH là trục của tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của SA, trong mp(SAH) kẻ trung trực của SA cắt SH tại O thì $OS = OA = OB = OC$ nên O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Bán kính mặt cầu là $R = SO$.



Vì hai tam giác SMO và SHA đồng dạng nên ta có $\frac{SO}{SA} = \frac{SM}{SH}$.

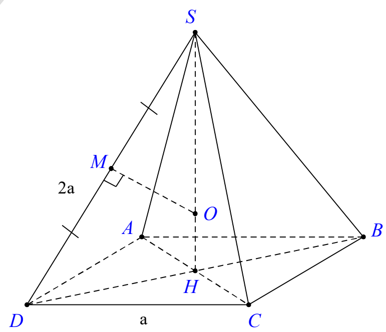
Suy ra $R = SO = \frac{SM.SA}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}$.

Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$.

A. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{2}}{7}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là tâm đáy thì SH là trục của hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của SD, trong mp (SDH) kẻ trung trực của đoạn SD cắt SH tại O thì $OS = OA = OB = OC = OD$ nên O chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Bán kính mặt cầu là $R = SO$.



Ta có $\Delta SMO \backsim \Delta SHD \Rightarrow \frac{SO}{SD} = \frac{SM}{SH} \Rightarrow R = SO = \frac{SD.SM}{SH} = \frac{SD^2}{2SH}$.

Với $SH^2 = SD^2 - HD^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{7a^2}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$.

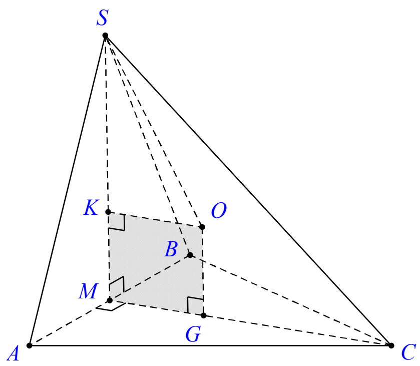
Vậy $R = \frac{SD^2}{2SH} = \frac{2a\sqrt{14}}{7}$.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{5\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **C.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm của AB thì $SM \perp AB$ (vì tam giác SAB đều). Mặt khác do $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SM \perp (ABC)$.



Tương tự: $CM \perp (SAB)$.

Gọi G và K lần lượt là tâm của các tam giác ABC và SAB.

Trong mặt phẳng (SMC), kẻ đường thẳng $Gx // SM$ và kẻ đường thẳng $Ky // SM$. Gọi $O = Gx \cap Ky$, thì ta có: $\begin{cases} OG \perp (SAB) \\ OK \perp (ABC) \end{cases}$

Suy ra OG, OK lần lượt là trục của tam giác ABC và SAB.

Do đó ta có: $OA = OB = OC = OD = OS$ hay O chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Tứ giác $OKMN$ là hình chữ nhật có $MK = MG = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ nên $OKMN$ là hình vuông. Do đó $OK = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Mặt khác $SK = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Xét tam giác SKO vuông tại K có $OS = \sqrt{OK^2 + SK^2} = \sqrt{\dfrac{3}{36} + \dfrac{3}{9}} = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$.

Suy ra bán kính mặt cầu cần tìm là $R = OS = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$. Vậy thể tích khối cầu cần tìm là:

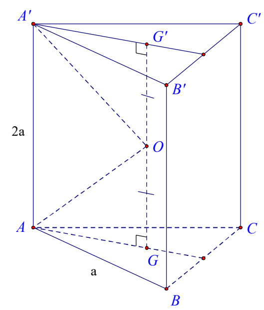
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$

Một hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\dfrac{a\sqrt{39}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{12}}{6}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a}{\sqrt{3}}$.

✍ Hướng dẫn giải:

Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là tâm của hai đáy ABC và $A'B'C'$. Ta có GG' chính là trục của các tam giác ABC và $A'B'C'$.



Gọi O là trung điểm của GG' thì O cách đều 6 đỉnh của hình lăng trụ nên là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ. Bán kính mặt cầu là $R = OA$.

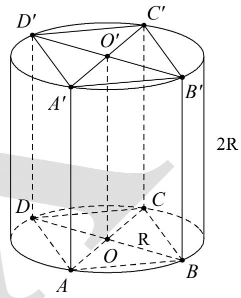
Xét tam giác OAG vuông tại G, ta có: $OA = \sqrt{AG^2 + GO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + a^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

. Vậy bán kính mặt cầu cần tìm là $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Cho hình trụ có bán kính đáy là R, thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ đã cho theo R.

A. $4R^3$. **B.** $2\sqrt{2}R^3$. **C.** $4\sqrt{2}R^3$. **D.** $8R^3$.

✍ Hướng dẫn giải:



Giả sử $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ thì $BDD'B'$ là thiết diện qua trục của hình trụ đã cho nên $BD = BB' = 2R$ và cạnh đáy hình lăng trụ là $R\sqrt{2}$. Do đó thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

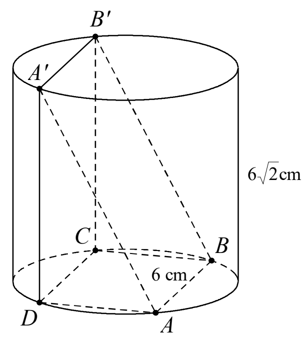
$V = \left(R\sqrt{2}\right)^2.2R = 4R^3$.

Cho hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6\,\text{cm}$ (hình vẽ). Biết diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2. Tính chiều cao của hình trụ đã cho.

A. $6\sqrt{2}$ cm. **B.** $4\sqrt{3}$ cm. **C.** $8\sqrt{2}$ cm. **D.** $5\sqrt{3}$ cm.

✍ Hướng dẫn giải:

Dựng đường sinh $B'C$ và $A'D$, ta có tứ giác $A'B'CD$ là hình chữ nhật nên $CD // A'B'$ và $CD = A'B' = 6\,\text{cm}$. Vậy $CD // AB$ và $CD = AB = 6\,\text{cm}$. Do đó tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và nội tiếp được nên là hình chữ nhật. Từ đó $AB \perp BC$, mặt khác $AB \perp B'C$ nên $AB \perp (BCB') \Rightarrow AB \perp BB'$



Vậy $ABB'C'$ là hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật. Ta có $S_{ABB'A'} = AB.BB'$ nên $BB' = \frac{60}{6} = 10\,\text{cm}$. Xét tam giác $BB'C$ vuông tại C có $B'C^2 = BB'^2 - BC^2$ mà $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 64 - 36 = 28$ nên $B'C^2 = 100 - 28 = 72 \Rightarrow B'C = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$.

Vậy chiều cao hình trụ là $6\sqrt{2}\,\text{cm}$.

Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. Tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60^0. Khi đó, diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ và thể tích V của khối trụ tương ứng là:

A. $S_{xq} = \dfrac{4\pi R^2}{7}; V = \dfrac{2\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

B. $S_{xq} = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}; V = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

C. $S_{xq} = \dfrac{3\pi R^2}{\sqrt{7}}; V = \dfrac{2\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

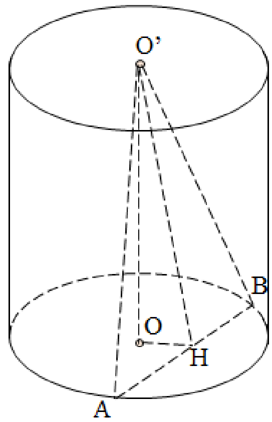
D. $S_{xq} = \dfrac{3\pi R^2\sqrt{7}}{7}; V = \dfrac{\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

✍ Hướng dẫn giải:

* Ta có: $OO' \perp (OAB)$. Gọi H là trung điểm của AB thì $OH \perp AB$, $O'H \perp AB$

$\Rightarrow \widehat{OHO'} = 60^0$.

* Giả sử $OH = x$. Khi đó: $0 < x < R$ và $OO' = x\tan 60^0 = x\sqrt{3}$.



* Xét ΔOAH, ta có: $AH^2 = R^2 - x^2$.

* Vì $\Delta O'AB$ đều nên: $O'A = AB = 2AH = 2\sqrt{R^2 - x^2}$ (1).

* Mặt khác, $\Delta AOO'$ vuông tại O nên:

$AO'^2 = OO'^2 + R^2 = 3x^2 + R^2$ (2).

* Từ $(1),(2) \Rightarrow 4\left(R^2 - x^2\right) = 3x^2 + R^2 \Rightarrow x^2 = \dfrac{3R^2}{7}$.

$\Rightarrow h = OO' = x\sqrt{3} = \dfrac{3R\sqrt{7}}{7}$.

* Vậy, nếu kí hiệu S là diện tích xung quanh và V là thể tích của hình trụ thì, ta có:

$S = 2\pi Rh = \dfrac{6\pi R^2\sqrt{7}}{7}$; $V = \pi R^2 h = \dfrac{3\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45^0. Diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ và thể tích V của khối trụ là:

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}; V = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.

B. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}; V = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{32}$.

C. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}; V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

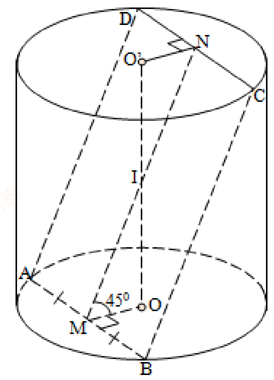
D. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}; V = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

✍ Hướng dẫn giải:

* Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Khi đó: $OM \perp AB$ và $O'N \perp DC$

.

Giả sử I là giao điểm của MN và OO'. Đặt $R = OA,\ h = OO'$.



* Trong ΔIOM vuông cân tại I nên: $OM = OI = \dfrac{\sqrt{2}}{2} IM$.

$\Rightarrow \dfrac{h}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} . \dfrac{a}{2} \Leftrightarrow h = \dfrac{\sqrt{2}}{2} a$.

* Ta có: $R^2 = OA^2 + AM^2 + MO^2$

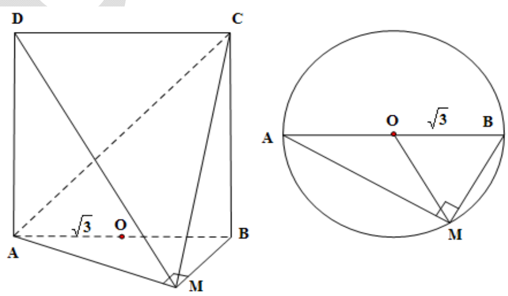
$= \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{a^2}{8} = \dfrac{3a^2}{8}$.

$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} . \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$; $V = \pi R^2 h = \pi \dfrac{3a^2}{8} . \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh $2\sqrt{3}$ cm với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O. Gọi M là điểm thuộc cung $\overset{\frown}{AB}$ sao cho $\widehat{ABM} = 60^0$. Khi đó, thể tích V của khối tứ diện $ACDM$ là:

A. $V = 6\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$. **B.** $V = 2\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$. **C.** $V = 6\,(\text{cm}^3)$. **D.** $V = 3\,(\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $BM \perp AD, BM \perp AM \Rightarrow BM \perp (ADM)$

$BC // AD \Rightarrow BC // (ADM)$

$\Rightarrow d[C,(ADM)] = d[B,(ADM)] = BM$

$\Rightarrow V = \dfrac{1}{3}.BM.S_{\Delta ADM} = \dfrac{1}{6}.BM.AM.AD$ (1).

Vì ΔOBM đều

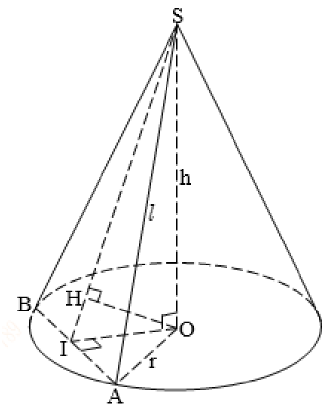
$\Rightarrow BM = \sqrt{3} \Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 3$ (cm)

$(1) \Rightarrow V = \dfrac{1}{6}.\sqrt{3}.3.2\sqrt{3} = 3\,(\text{cm}^3)$.

Một hình nón có chiều cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Một thiết diện đi qua đỉnh có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Tính diện tích thiết diện đó.

A. $450\sqrt{2}$ cm^2. **B.** $500\sqrt{2}$ cm^2. **C.** 500 cm^2. **D.** $125\sqrt{34}$ cm^2.

Hướng dẫn giải:



Tính diện tích thiết diện S_{SAB}

+ Ta có $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}AB.SI = \frac{1}{2}2IA.SI = IA.SI$

+ Xét tam giác vuông SOI, ta có:

$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow \frac{1}{12^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{20^2} \Rightarrow OI = 15$ (cm).

+ Mặt khác, xét tam giác vuông SOI thì:

$OI.OS = SI.OH \Rightarrow SI = \frac{OI.OS}{OH} = \frac{20.15}{12} = 25$ (cm).

+ Trong tam giác vuông AIO, ta có:

$IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$ (cm).

+ Từ đó suy ra: $S_{\Delta SAB} = IA.SI = 20.25 = 500$ (cm^2).

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Hãy tính diện tích xung quanh S_{xq} và thể tích V của khối nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

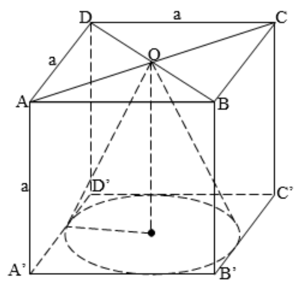
A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}; V = \frac{\pi a^3}{12}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}; V = \frac{\pi a^3}{4}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}; V = \frac{\pi a^3}{6}$.

D. $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{5}; V = \frac{\pi a^3}{4}$.

✍ Hướng dẫn giải:



Khối nón có chiều cao bằng a và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích xung quanh khối nón là

$S_{xq} = \pi rl = \pi.a.\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}$ (đvdt)

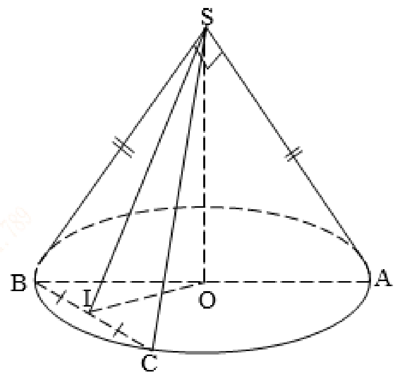
Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 a = \frac{\pi a^3}{12}$ (đvtt)

Thiết diện đi qua trục của hình nón đỉnh S là một tam giác vuông cân có cạnh cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Kẻ dây cung BC của đường tròn đáy hình nón, sao cho mp (SBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60^0. Diện tích tam giác SBC tính theo a là:

A. $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{6}}{3}$.

✍ Hướng dẫn giải:

+ Do thiết diện đi qua trục là tam giác ΔSAB vuông cân tại đỉnh S, có cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$ nên suy ra bán kính đáy hình nón là $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; đường sinh hình nón $l = SA = SB = a$; đường cao hình nón $h = SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



+ Gọi I là trung điểm BC thì $OI \perp BC$ (1)

Ta lại có: $\begin{cases} BC \perp OI \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow \mathrm{BC} \perp \mathrm{SI}$ (2)

Gọi (α) là mặt phẳng chứa đáy thì $(\alpha) \cap (\mathrm{SBC}) = \mathrm{BC}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{((\alpha),(\mathrm{SBC}))} = \widehat{(SI,OI)} = \widehat{SIO} = 60^0$.

Xét tam giác SOI vuông tại O, ta có: $SI = \dfrac{SO}{\sin\widehat{SIO}} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác SIB vuông tại I, ta có: $IB = \sqrt{SB^2 - SI^2} = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow BC = 2IB = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích thiết diện SBC là: $S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2}SI.BC = \dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{6}}{3}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$ (đvdt).

Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S, O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Gọi I là một điểm trên đường cao SO của hình nón sao cho tỉ số $\dfrac{SI}{OI} = \dfrac{1}{3}$. Khi đó, diện tích của thiết diện qua I và vuông góc với trục của hình nón là:

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{18}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2}{18}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2}{36}$.