

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu

$$\begin{aligned}2x &= 14 \\ x &= 7\end{aligned}$$

Với $y = 3$, ta có: $2x + 5.3 = 19$

$$\begin{aligned}2x &= 4 \\ x &= 2\end{aligned}$$

Vậy với $x = 7$ và $y = 1$; $x = 2$ và $y = 3$

Cách 2: Từ (1) ta có:

$$x = \frac{19 - 15y}{2} = 10 - 3y + \frac{y - 1}{2}$$

Để $x \in \mathbb{N}$ thì $\frac{y-1}{2} \in \mathbb{N}$ hay $y = 2n + 1$ với $n \in \mathbb{N}$, do đó $x = 7 - 5n \geq 0$

$\Rightarrow n = 0$ hoặc $n = 1$. Tương ứng ta được x, y .

Ví dụ 2: Trăm trâu trăm cỏ. Trâu đứng ăn năm, trâu nằm ăn ba, lụ khụ trâu già, ba con một bó. Hỏi số trâu mỗi loại?

Chương III. Phân số

Bài 1. Mở rộng khái niệm về phân số. Hai phân số bằng nhau.

III/ Ví dụ: Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết: $\frac{x}{15} = \frac{3}{y}$ và $x < y < 0$

IV. Bài tập:

258. Trong các số sau, số nào là phân số:

$$\frac{-5}{7}; \quad \frac{43}{1}; \quad \frac{5}{a-3} \quad (a \in \mathbb{Z}); \quad \frac{9}{a^2-5} \quad (a \in \mathbb{Z});$$
$$\frac{7 \cdot 2a}{10} \quad (a \in \mathbb{Z})$$

259. Cho $n \in \mathbb{N}$, hỏi sau n giờ thì kim giờ quay được bao nhiêu vòng? Với giá trị nào của n thì vòng quay là số tự nhiên.

260. Viết các phân số dưới đây dưới dạng phân số có mẫu số dương, biết $a \in \mathbb{Z}$

$$\frac{3}{-4}; \quad \frac{-5}{a-3} \quad \text{với } a < 3; \quad \frac{6}{-a^2-1}$$

261. Từ ba số 2, 10, 50, trong đó có 1 số được dùng hai lần hãy viết các cặp phân số bằng nhau

262. Trong các phân số sau, những phân số nào bằng nhau?

$$\frac{15}{60}; \quad \frac{-17}{5}; \quad \frac{6}{15}; \quad \frac{28}{-20}; \quad \frac{3}{12}$$

263. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết:

$$\text{a) } \frac{111}{37} < x < \frac{91}{13} \quad \text{b) } \frac{-84}{14} < 3x < \frac{108}{9}$$

264. Cho $A = \frac{3n-5}{n+4}$

Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để A có giá trị nguyên.

265. Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để các phân số sau có giá trị nguyên:

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu

$$\frac{12}{n} ; \frac{15}{n-2} ; \frac{8}{n+1}$$

266. Tìm $x \in \mathbb{Z}$, biết :

a) $\frac{x-1}{9} = \frac{8}{3}$

b) $\frac{-x}{9} = \frac{-4}{x}$ c)

$$\frac{x}{4} = \frac{18}{x+1}$$

267. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết:

a) $\frac{x}{7} = \frac{9}{y}$ và $x > y$

b) $\frac{-2}{x} = \frac{y}{5}$ và $x < y < 0$

268. Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết:

$$\frac{x-4}{y-3} = \frac{4}{3} \text{ và } x - y = 5$$

Đ 4. Chuyên đề

Một số phương pháp đặc biệt để so sánh hai phân số

Đ 14. Ôn tập chương

1. Cho $A = \frac{x+5}{x+2}$. Tìm x để :

- a) Có giá trị là một số nguyên b) A có giá trị lớn nhất

2. Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ biết;

a) $\frac{x-1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{y+2}$ b) $\frac{3x+1}{18} + \frac{2y}{12} = \frac{2}{9}$ và $x - y = -1$

3. Cho $A = \frac{2x+5}{2x-1}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để:

- a) A là phân số ? b) A là một số nguyên
c) Tìm x để A có giá trị lớn nhất, nhỏ nhất?

4. Tìm số nguyên x biết;

a) $-\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} + \frac{x+1}{4} + \frac{2x+1}{6} = \frac{3}{8}$ b) $\frac{3}{2x+1} + \frac{10}{4x+2} - \frac{6}{6x+3} = \frac{12}{26}$

5. Chứng minh

a) $\frac{1}{2} < \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100} < 1$ b) $\frac{7}{12} < \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \dots + \frac{1}{40} < \frac{5}{6}$

6. Cho $S = \frac{6}{15} + \frac{6}{16} + \dots + \frac{6}{19}$

- a) Chứng minh rằng $1 < S < 2$
b) Từ câu a hãy suy ra $S \notin \mathbb{Z}$

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu

7. Cho $A = \frac{4n+1}{2n+3}$. Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để:

- A là một số nguyên
- Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của A?

8. Tìm hai số nguyên a và b biết rằng :

$$\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+1}$$

9. a) Chứng minh: $\frac{1}{a} - \frac{1}{a+n} = \frac{n}{a(a+n)}$

$$S_1 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{99.100}$$

$$S_2 = \frac{4}{1.5} + \frac{4}{5.9} + \dots + \frac{4}{2001.2005}$$

$$S_3 = \frac{2}{10.12} + \frac{2}{12.14} + \dots + \frac{2}{999.1000}$$

10. Tìm $x \in \mathbb{N}$ sao cho

$$\frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \dots + \frac{5}{(5x+1)(5x+6)} = \frac{2005}{2006}$$

11. Cho $P = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$

Chứng minh $P < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

12. a) Chứng minh $\forall n \in \mathbb{N}, n > 1$ ta có $\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} > \frac{1}{n^2} > \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n}$

b) áp dụng câu (a) hãy chứng minh $\frac{99}{100} > \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} > \frac{99}{202}$

13. Tính giá trị biểu thức : $S = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \dots + \frac{1}{2002.2005}$

áp dụng tính:

$$P = \frac{3}{1.6} + \frac{3}{6.11} + \dots + \frac{3}{96.101}$$

$$Q = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{98.99.100}$$

14. Tính giá trị biểu thức sau:

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2006}}$$

$$B = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{100}} - \frac{1}{3^{101}}$$

$$C = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{999}}{\frac{1}{1.999} + \frac{1}{3.997} + \dots + \frac{1}{997.3} + \frac{1}{999.1}}$$

15. Chứng minh rằng:

$$a) \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^3} + \dots + \frac{1}{2007^2} < \frac{1}{4}$$

$$b) \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^3} + \dots + \frac{1}{2007^2} > \frac{1}{5}$$

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu

Phòng GD
Quận Cầu giấy

Đề KTCL Học sinh giỏi vòng II năm 2005 - 2006
Môn Toán 6 - thời gian 120 phút

Bài 1 (4đ):

Tính nhanh:

$$A = 1 + 3 - 5 - 7 + 9 + 11 \dots - 397 - 399$$

$$B = 2^{100} - 2^{99} - 2^{98} - \dots - 2^2 - 2^1 - 1$$

Bài 2 (4đ):

Số 36 chia cho số nguyên a rồi trừ đi a. Lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a. Lại lấy kết quả này chia cho a rồi trừ đi a. Cuối cùng được số -a. Tìm số a?

Bài 3(3đ):

Cho biết $a + 4b$ chia hết cho 13, ($a, b \in \mathbb{N}$). Chứng minh $10a + b$ chia hết cho 13.

Bài 4 (3đ):

Cho phân số $\frac{57643}{85357}$. Hãy tìm một số nguyên sao cho khi tử số cộng với số đó

và mẫu số trừ đi số đó ta được phân số bằng $\frac{7}{6}$.

Bài 5 (6đ):

Cho góc BOC bằng 75° . A là một điểm nằm trong góc BOC. Biết góc BOA bằng 40° .

a) Tính góc AOC.

b) Vẽ OD là tia đối của OA. So sánh hai góc BOD và COD.

1) Cho biểu thức $A = \frac{2n+2}{2n-4}$ với $n \in \mathbb{Z}$.

a) Với giá trị nào của A thì A là phân số.

b) Tìm giá trị của A để A là số nguyên.

2. Rút gọn phân số :

$$a) M = \frac{9^4 \cdot 27^5 \cdot 3^6 \cdot 3^4}{3^8 \cdot 81^4 \cdot 234 \cdot 8^2}$$

$$b) N = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$$

3. Cho hai phân số $\frac{1}{n}$ và $\frac{1}{n+1}$ ($n \in \mathbb{Z}$ $n > 0$). Chứng tỏ rằng;

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

áp dụng tính:

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu

a) $\frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} \dots \frac{1}{99.100}$

b) $B = \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}$

Luyện thi AMAX