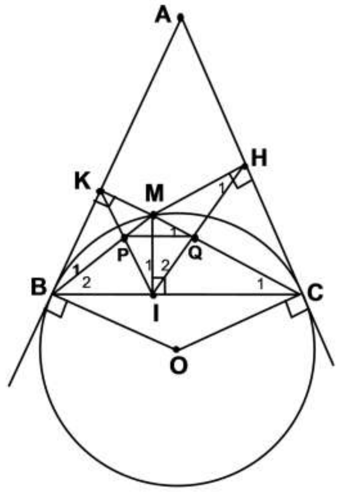
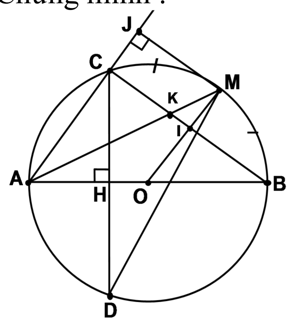


4. Theo trên ta có $\angle I_1 = \angle C_1$; cũng chứng minh tương tự ta có $\angle I_2 = \angle B_2$ mà $\angle C_1 + \angle B_2 + \angle BMC = 180^0$ => $\angle I_1 + \angle I_2 + \angle BMC = 180^0$ hay $\angle PIQ + \angle PMQ = 180^0$ mà đây là hai góc đối => tứ giác PMQI nội tiếp => $\angle Q_1 = \angle I_1$ mà $\angle I_1 = \angle C_1$ => $\angle Q_1 = \angle C_1$ => PQ // BC (vì có hai góc đồng vị bằng nhau) . Theo giả thiết MI ⊥BC nên suy ra IM ⊥ PQ.

Bài 26. Cho đường tròn (O), đường kính AB = 2R. Vẽ dây cung CD ⊥ AB ở H. Gọi M là điểm chính giữa của cung CB, I là giao điểm của CB và OM. K là giao điểm của AM và CB. Chứng minh :

1. $\frac{KC}{KB} = \frac{AC}{AB}$ **2**. AM là tia phân giác của ∠CMD. **3**. Tứ giác OHCI nội tiếp

4. Chứng minh đường vuông góc kẻ từ M đến AC cũng là tiếp tuyến của đường tròn tại M.



Lời giải: **1**. Theo giả thiết M là trung điểm của $\overset{\frown}{BC}$ => $\overset{\frown}{MB} = \overset{\frown}{MC}$ => ∠CAM = ∠BAM (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau) => AK là tia phân giác của góc CAB => $\frac{KC}{KB} = \frac{AC}{AB}$ (t/c tia phân giác của tam giác)

2. (***HD***) Theo giả thiết CD ⊥ AB => A là trung điểm của $\overset{\frown}{CD}$ => ∠CMA = ∠DMA => MA là tia phân giác của góc CMD.

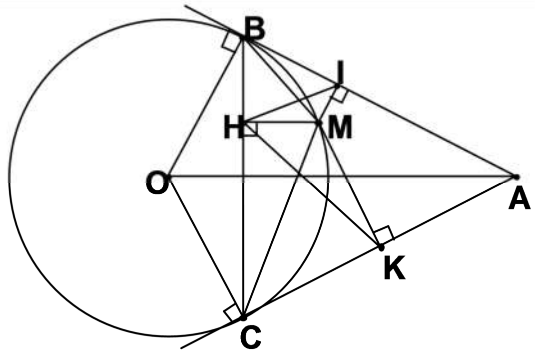
3. (***HD***) Theo giả thiết M là trung điểm của $\overset{\frown}{BC}$ => OM ⊥ BC tại I => $\angle OIC = 90^0$; CD ⊥ AB tại H => $\angle OHC = 90^0$ => $\angle OIC + \angle OHC = 180^0$ mà đây là hai góc đối => tứ giác OHCI nội tiếp

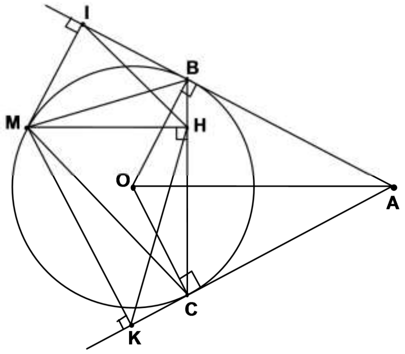
4. Kẻ MJ ⊥ AC ta có MJ // BC (vì cùng vuông góc với AC). Theo trên OM ⊥ BC => OM ⊥ MJ tại J suy ra MJ là tiếp tuyến của đường tròn tại M.

Bài 27 Cho đường tròn (O) và một điểm A ở ngoài đường tròn . Các tiếp tuyến với đường tròn (O) kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn (O) tại B và C. Gọi M là điểm tuỳ ý trên đường tròn (M khác B, C), từ M kẻ MH ⊥ BC, MK ⊥ CA, MI ⊥ AB. Chứng minh :

1. Tứ giác ABOC nội tiếp. **2**. ∠BAO = ∠ BCO. **3**. ΔMIH ~ ΔMHK. **4**. $MI.MK = MH^2$.

Lời giải:





1. (*HS tự giải*)
2. Tứ giác ABOC nội tiếp => ∠BAO = ∠ BCO (nội tiếp cùng chắn cung BO).
3. Theo giả thiết MH ⊥ BC => ∠MHC = 90^0; MK ⊥ CA => ∠MKC = 90^0

=> ∠MHC + ∠MKC = 180^0 mà đây là hai góc đối => tứ giác MHCK nội tiếp => ∠HCM = ∠HKM (nội tiếp cùng chắn cung HM).

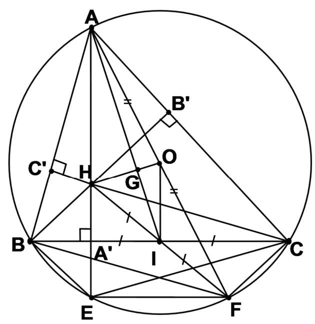
Chứng minh tương tự ta có tứ giác MHBI nội tiếp => ∠MHI = ∠MBI (nội tiếp cùng chắn cung IM).

Mà ∠HCM = ∠MBI (= 1/2 sđ $\overset{\frown}{BM}$) => ∠HKM = ∠MHI (1). Chứng minh tương tự ta cũng có ∠KHM = ∠HIM (2). Từ (1) và (2) => Δ HIM ~ Δ KHM.

4. Theo trên Δ HIM ~ Δ KHM => $\frac{MI}{MH} = \frac{MH}{MK}$ => MI.MK = MH^2

Bài 28 Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC; E là điểm đối xứng của H qua BC; F là điểm đối xứng của H qua trung điểm I của BC.

1. Chứng minh tứ giác BHCF là hình bình hành.
2. E, F nằm trên đường tròn (O).
3. Chứng minh tứ giác BCFE là hình thang cân.
4. Gọi G là giao điểm của AI và OH. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.



Lời giải:

1. Theo giả thiết F là điểm đối xứng của H qua trung điểm I của BC => I là trung điểm BC và HE => BHCF là hình bình hành vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường .

2. (***HD***) Tứ giác AB'HC' nội tiếp => ∠BAC + ∠B'HC' = 180^0 mà ∠BHC = ∠B'HC' (đối đỉnh) => ∠BAC + ∠BHC = 180^0. Theo trên BHCF là hình bình hành => ∠BHC = ∠BFC => ∠BFC + ∠BAC = 180^0

=> Tứ giác ABFC nội tiếp => F thuộc (O).

* H và E đối xứng nhau qua BC => ΔBHC = ΔBEC (c.c.c) => ∠BHC = ∠BEC => ∠ BEC + ∠BAC = 180^0 => ABEC nội tiếp => E thuộc (O) .

3. Ta có H và E đối xứng nhau qua BC => BC ⊥ HE (1) và IH = IE mà I là trung điểm của của HF => EI = 1/2 HE => tam giác HEF vuông tại E hay FE ⊥ HE (2)

Từ (1) và (2) => EF // BC => BEFC là hình thang. (3)

Theo trên E ∈(O) => ∠CBE = ∠CAE (nội tiếp cùng chắn cung CE) (4).

Theo trên F ∈(O) và ∠FEA =90^0 => AF là đường kính của (O) => ∠ACF = 90^0 => ∠BCF = ∠CAE (vì cùng phụ ∠ACB) (5).

Từ (4) và (5) => ∠BCF = ∠CBE (6).

Từ (3) và (6) => tứ giác BEFC là hình thang cân.

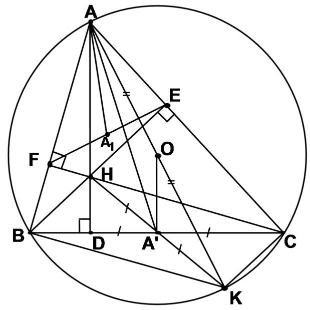
4. Theo trên AF là đường kính của (O) => O là trung điểm của AF; BHCF là hình bình hành => I là trung điểm của HF => OI là đường trung bình của tam giác AHF => OI = 1/ 2 AH.

Theo giả thiết I là trung điểm của BC => OI ⊥ BC (Quan hệ đường kính và dây cung) => ∠OIG = ∠HAG (vì so le trong); lại có ∠OGI = ∠ HGA (đối đỉnh) => ΔOGI ~ ΔHGA => $\frac{GI}{GA}=\frac{OI}{HA}$ mà OI = $\frac{1}{2}$ AH

=> $\frac{GI}{GA}=\frac{1}{2}$ mà AI là trung tuyến của Δ ABC (do I là trung điểm của BC) => G là trọng tâm của Δ ABC.

Bài 29 BC là một dây cung của đường tròn (O; R) (BC ≠ 2R). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho O luôn nằm trong tam giác ABC. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

1. Chứng minh tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.
2. Gọi A' là trung điểm của BC, Chứng minh AH = 2OA'.
3. Gọi A_1 là trung điểm của EF, Chứng minh R.AA_1 = AA'. OA'.
4. Chứng minh R(EF + FD + DE) = $2S_{ABC}$ suy ra vị trí của A để tổng EF + FD + DE đạt giá trị lớn nhất.



Lời giải: ***(HD)***

1. Tứ giác BFEC nội tiếp => ∠AEF = ∠ACB (cùng bù ∠BFE)

∠AEF = ∠ABC (cùng bù ∠CEF) => Δ AEF ~ Δ ABC.

2. Vẽ đường kính AK => KB // CH (cùng vuông góc AB); KC // BH (cùng vuông góc AC) => BHKC là hình bình hành => A' là trung điểm của HK => OK là đường trung bình của ΔAHK => AH = 2OA'

3. Áp dụng tính chất : *nếu hai tam giác đồng dạng thì tỉ số giữa hia trung tuyến, tỉ số giữa hai bán kính các đường tròn ngoại tiếp bằng tỉ số đồng dạng*. ta có :

Δ AEF ~ Δ ABC => $\frac{R}{R'}=\frac{AA'}{AA_1}$ (1) trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC; R' là bán kính đường tròn ngoại tiếp Δ AEF; AA' là trung tuyến của ΔABC; AA_1 là trung tuyến của ΔAEF.

Tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn đường kính AH nên đây cũng là đường tròn ngoại tiếp ΔAEF

Từ (1) => R.AA_1 = AA'. R' = AA' $\frac{AH}{2}$ = AA' . $\frac{2A'O}{2}$

Vậy R . AA_1 = AA' . A'O (2)

4. Gọi B', C'lần lượt là trung điểm của AC, AB, ta có OB'⊥AC ; OC'⊥AB (bán kính đi qua trung điểm của một dây không qua tâm) => OA', OB', OC' lần lượt là các đường cao của các tam giác OBC, OCA, OAB.

$S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OCA} + S_{OAB} = \frac{1}{2}$ (OA' . BC' + OB' . AC + OC' . AB)

$2S_{ABC}$ = OA' . BC + OB' . AC' + OC' . AB (3)

Theo (2) => OA' = R . $\frac{AA_1}{AA'}$ mà $\frac{AA_1}{AA'}$ là tỉ số giữa 2 trung tuyến của hai tam giác đồng dạng AEF và ABC nên $\frac{AA_1}{AA'} = \frac{EF}{BC}$. Tương tự ta có : OB' = R . $\frac{FD}{AC}$; OC' = R . $\frac{ED}{AB}$ Thay vào (3) ta được

$2S_{ABC}$ = R ($\frac{EF}{BC}.BC+\frac{FD}{AC}.AC+\frac{ED}{AB}.AB$) ⇔ $2S_{ABC}$ = R(EF + FD + DE)

* R(EF + FD + DE) = $2S_{ABC}$ mà R không đổi nên (EF + FD + DE) đạt gí trị lớn nhất khi S_{ABC}.

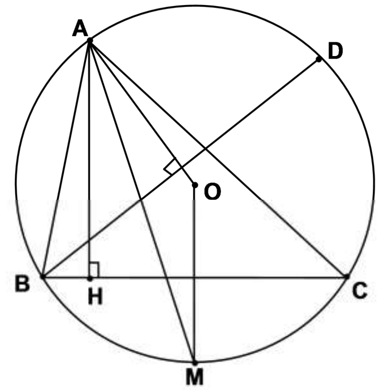
Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}$ AD.BC do BC không đổi nên S_{ABC} lớn nhất khi AD lớn nhất, mà AD lớn nhất khi A là điểm chính giữa của cung lớn BC.

Bài 30 Cho tam giác ABC nội tiếp (O; R), tia phân giác của góc BAC cắt (O) tại M. Vẽ đường cao AH và bán kính OA.

1. Chứng minh AM là phân giác của góc OAH.
2. Giả sử ∠B > ∠C. Chứng minh ∠OAH = ∠B - ∠C.
3. Cho ∠BAC = 60^0 và ∠OAH = 20^0. Tính:

a) ∠B và ∠C của tam giác ABC.

b) Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC theo R



Lời giải: ***(HD)***

1. AM là phân giác của ∠BAC => ∠BAM = ∠CAM => $\overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{CM}$ => M là trung điểm của cung BC => OM ⊥ BC; Theo giả thiết AH ⊥ BC => OM // AH => ∠HAM = ∠OMA (so le). Mà ∠OMA = ∠OAM (vì tam giác OAM cân tại O do có OM = OA = R) => ∠HAM = OAM => AM là tia phân giác của góc OAH.

2. Vẽ dây BD ⊥ OA => $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD}$ => ∠ABD = ∠ACB.

Ta có ∠OAH = ∠ DBC (góc có cạnh tương ứng vuông góc cùng nhọn) => ∠OAH = ∠ABC - ∠ABD => ∠OAH = ∠ABC - ∠ACB hay ∠OAH = ∠B - ∠C.

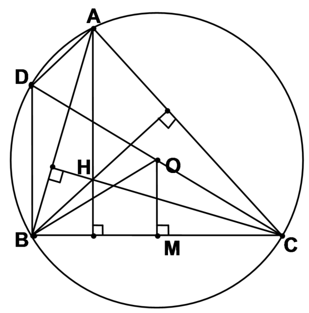
3. a) Theo giả thiết ∠BAC = 60^0 => ∠B + ∠C = 120^0 ; theo trên ∠B ∠C = ∠OAH => ∠B - ∠C = 20^0 .

$$=> \begin{cases} \angle B + \angle C = 120^0 \\ \angle B - \angle C = 20^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \angle B = 70^0 \\ \angle C = 50^0 \end{cases}$$

b) $S_{vp} = S_{qBOC} - S_{\triangle BOC} = \dfrac{\pi.R^2.120^2}{360^0} - \dfrac{1}{2}R.\sqrt{3}.\dfrac{R}{2} = \dfrac{\pi.R^2}{3} - \dfrac{R^2.\sqrt{3}}{4} = \dfrac{R^2.(4\pi - 3\sqrt{3})}{12}$

Bài 31 Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp (O; R), biết ∠BAC = 60^0.

1. Tính số đo góc BOC và độ dài BC theo R.
2. Vẽ đường kính CD của (O; R); gọi H là giao điểm của ba đường cao của tam giác ABC Chứng minh BD // AH và AD // BH.
3. Tính AH theo R.



Lời giải:

1. Theo giả thiết ∠BAC = 60^0 => sđ $\overset{\frown}{BC}$ = 120^0 (t/c góc nội tiếp)
=> ∠BOC = 120^0 (t/c góc ở tâm) .

* Theo trên sđ $\overset{\frown}{BC}$ = 120^0 => BC là cạnh của một tam giác đều nội tiếp (O; R)
=> BC = R$\sqrt{3}$.

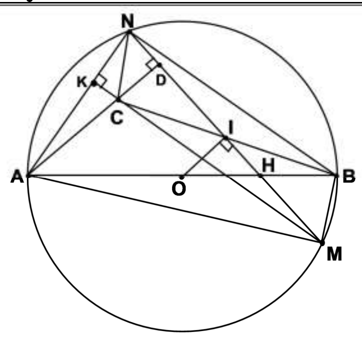
2. CD là đường kính => ∠DBC = 90^0 hay DB ⊥ BC; theo giả thiết AH là đường cao => AH ⊥ BC => BD // AH. *Chứng minh tương tự ta cũng được AD // BH.*

3. Theo trên ∠DBC = 90^0 => ΔDBC vuông tại B có BC = R$\sqrt{3}$; CD = 2R.
=> $BD^2 = CD^2 – BC^2$ => $BD^2 = (2R)^2 – (R\sqrt{3})^2 = 4R^2 – 3R^2 = R^2$ => BD = R.
Theo trên BD // AH; AD // BH => BDAH là hình bình hành => AH = BD => AH = R.

Bài 32 Cho đường tròn (O), đường kính AB = 2R. Một cát tuyến MN quay quanh trung điểm H của OB.

1. Chứng minh khi MN di động , trung điểm I của MN luôn nằm trên một đường tròn cố định.
2. Từ A kẻ Ax ⊥ MN, tia BI cắt Ax tại C. Chứng minh tứ giác CMBN là hình bình hành.
3. Chứng minh C là trực tâm của tam giác AMN.
4. Khi MN quay quanh H thì C di động trên đường nào.

ιo AM. AN = $3R^2$, AN = R$\sqrt{3}$.
nh diện tích phần hình tròn (O)
m ngoài tam giác AMN.
i: (***HD***)



1. I là trung điểm của MN => OI ⊥ MN tại I (quan hệ đường kính và dây cung) = > ∠OIH = 90^0 .

OH cố đ(ịmh nên khi MN di động thì I cũng di động nhưng luôn nhìn OH cố định dưới một góc 90^0 do đó I di động trên đường tròn đường kính OH. Vậy khi MN di động , trung điểm I của MN luôn nằm trên một đường tròn cố định.

2. Theo giả thiết Ax ⊥ MN; theo trên OI ⊥ MN tại I => OI // Ax hay OI // AC mà O là trung điểm của AB => I là trung điểm của BC, lại có I là trung điểm của MN (gt) => CMBN là hình bình hành (Vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường).

3. CMBN là hình bình hành => MC // BN mà BN ⊥ AN (vì ∠ANB = 90^0 do là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) => MC ⊥ AN; theo trên AC ⊥ MN => C là trực tâm của tam giác AMN.

4. Ta có H là trung điểm của OB; I là trung điểm của BC => IH là đường tung bình của ΔOBC => IH // OC Theo giả thiết Ax ⊥ MN hay IH ⊥ Ax => OC ⊥ Ax tại C => ∠OCA = 90^0 => C thuộc đường tròn đường kính OA cố định. Vậy khi MN quay quanh H thì C di động trên đường tròn đường kính OA cố định.

5. Ta có AM. AN = $3R^2$, AN = $R\sqrt{3}$. => AM =AN = $R\sqrt{3}$ => ΔAMN cân tại A. (1)

Xét ΔABN vuông tại N ta có AB = 2R; AN = $R\sqrt{3}$ => BN = R => ∠ABN = 60^0 .

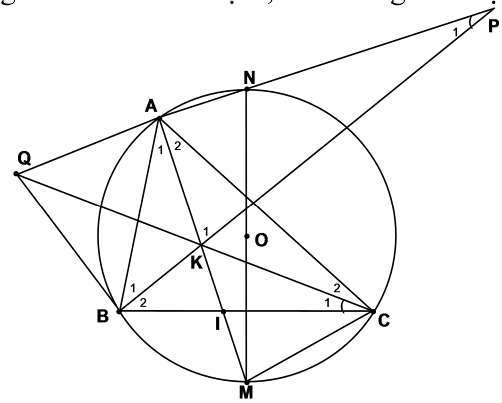
∠ABN = ∠AMN (nội tiếp cùng chắn cung AN) => ∠AMN = 60^0 (2).

Từ (1) và (2) => ΔAMN là tam giác đều => $S_{\Delta AMN} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$.

=> $S = S_{(O)} - S_{\Delta AMN} = \pi R^2 - \frac{3R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{R^2(4\pi - 3\sqrt{3}}{4}$

<u>Bài 33</u> Cho tam giác ABC nội tiếp (O; R), tia phân giác của góc BAC cắt BC tại I, cắt đường tròn tại M.

1. Chứng minh OM ⊥ BC.
2. Chứng minh MC^2 = MI.MA.
3. Kẻ đường kính MN, các tia phân giác của góc B và C cắt đường thẳng AN tại P và Q. Chứng minh bốn điểm P, C , B, Q cùng thuộc một đường tròn .



<u>Lời giải:</u>

1. AM là phân giác của ∠BAC => ∠BAM = ∠CAM => $\overset{\frown}{BM} = \overset{\frown}{CM}$ => M là trung điểm của cung BC => OM ⊥ BC

2. Xét ΔMCI và ΔMAC có ∠MCI =∠MAC (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau); ∠M là góc chung

=> ΔMCI ~ ΔMAC => $\frac{MC}{MA} = \frac{MI}{MC}$ => MC^2 = MI.MA.

3. (*HD*) ∠MAN = 90^0 (nội tiếp chắn nửa đường tròn) => $\angle P_1 = 90^0 - \angle K_1$ mà $\angle K_1$ là góc ngoài của tam giác AKB nên $\angle K_1 = \angle A_1 + \angle B_1 = \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2}$ (t/c phân giác của một góc) => $\angle P_1 = 90^0 - (\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2})$.(1)

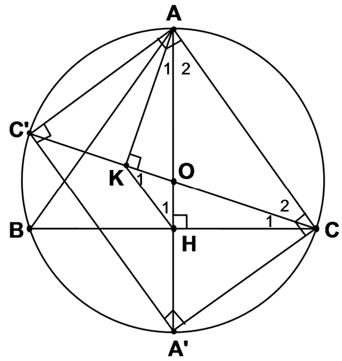
CQ là tia phân giác của góc ACB => $\angle C_1 = \frac{\angle C}{2} = \frac{1}{2}(180^0 - \angle A - \angle B) = 90^0 - (\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2})$. (2).

Từ (1) và (2) => $\angle P_1 = \angle C_1$ hay $\angle QPB = \angle QCB$ mà P và C nằm cùng về một nửa mặt phẳng bờ BQ nên cùng nằm trên cung chứa góc $90^0 - (\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2})$ dựng trên BQ.

Vậy bốn điểm P, C, B, Q cùng thuộc một đường tròn .

Bài 34 Cho tam giác ABC cân (AB = AC), BC = 6 Cm, chiều cao AH = 4 Cm, nội tiếp đường tròn (O) đường kính AA'.

1. Tính bán kính của đường tròn (O).
2. Kẻ đường kính CC', tứ giác CAC'A' là hình gì? Tại sao?
3. Kẻ AK ⊥ CC' tứ giác AKHC là hình gì? Tại sao?
4. Tính diện tích phần hình tròn (O) nằm ngoài tam giác ABC.



Lời giải:

1. *(HD)* Vì ΔABC cân tại A nên đường kính AA' của đường tròn ngoại tiếp và đường cao AH xuất phát từ đỉnh A trùng nhau, tức là AA'đi qua H.

=> ΔACA' vuông tại C có đường cao CH = $\frac{BC}{2} = \frac{6}{2} =$ 3cm; AH = 4cm => $CH^2 = AH.A'H$ => A'H = $\frac{CH^2}{AH} = \frac{3^2}{4} = \frac{9}{4} = 2,5$ => AA'

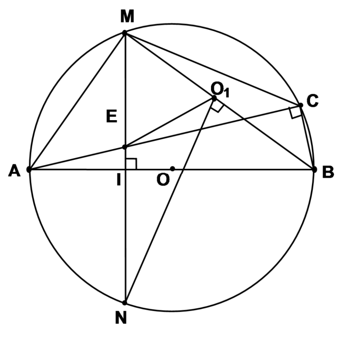
=> AA' = AH + HA' = 4 + 2,5 = 6,5 9cm) => R = AA' : 2 = 6,5 : 2 = 3,25 (cm) .

2. Vì AA' và CC' là hai đường kính nên cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường => ACA'C' là hình bình hành. Lại có $\angle ACA' = 90^0$ (nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên suy ra tứ giác ACA'C' là hình chữ nhật.

3. Theo giả thiết AH ⊥ BC; AK ⊥ CC' => K và H cùng nhìn AC dưới một góc bằng 90^0 nên cùng nằm trên đường tròn đường kính AC hay tứ giác ACHK nội tiếp (**1**) => $\angle C_2 = \angle H_1$ (nội tiếp cung chắn cung AK) ; ΔAOC cân tại O (vì OA=OC=R) => $\angle C_2 = \angle A_2$ => $\angle A_2 = \angle H_1$ => HK // AC (vì có hai góc so le trong bằng nhau) => tứ giác ACHK là hình thang (2).Từ (1) và (2) suy ra tứ giác ACHK là hình thang cân.

Bài 35 Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho AI = 2/3 AO. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I, gọi C là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

1. Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp .
2. Chứng minh tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM.
3. Chứng minh $AM^2 = AE.AC$.
4. Chứng minh AE. AC - AI.IB = AI^2 .
5. Hãy xác định vị trí của C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.



Lời giải:

1. Theo giả thiết MN ⊥AB tại I => $\angle EIB = 90^0$; $\angle$ ACB nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\angle ACB = 90^0$ hay $\angle ECB = 90^0$

=> $\angle EIB + \angle ECB = 180^0$ mà đây là hai góc đối của tứ giác IECB nên tứ giác IECB là tứ giác nội tiếp .

2. Theo giả thiết MN ⊥AB => A là trung điểm của cung MN => $\angle AMN = \angle ACM$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau) hay $\angle AME = \angle ACM$. Lại thấy $\angle CAM$ là góc chung của hai tam giác AME và AMC do đó tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM.

3. Theo trên ΔAME ~ Δ ACM => $\frac{AM}{AC} = \frac{AE}{AM}$ => $AM^2 = AE.AC$

4. $\angle AMB = 90^0$ (nội tiếp chắn nửa đường tròn); MN $\perp$AB tại I => ΔAMB vuông tại M có MI là đường cao => MI^2 = AI.BI (hệ thức giữa cạnh và đường cao trong tam giác vuông) .

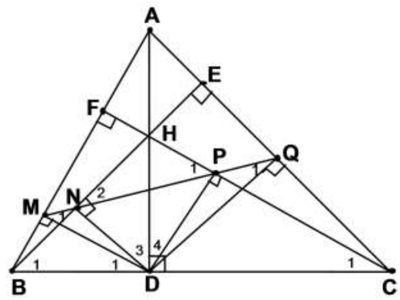
Áp dụng định lí Pitago trong tam giác AIM vuông tại I ta có $AI^2 = AM^2 - MI^2$ => AI^2 = AE.AC - AI.BI .

5. Theo trên $\angle AMN = \angle ACM$ => AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp Δ ECM; Nối MB ta có $\angle AMB = 90^0$, do đó tâm O_1 của đường tròn ngoại tiếp Δ ECM phải nằm trên BM. Ta thấy NO_1 nhỏ nhất khi NO_1 là khoảng cách từ N đến BM => $NO_1 \perp BM$.

Gọi O_1 là chân đường vuông góc kẻ từ N đến BM ta được O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ECM có bán kính là O_1M. Do đó để khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất thì C phải là giao điểm của đường tròn tâm O_1 bán kính O_1M với đường tròn (O) trong đó O_1 là hình chiếu vuông góc của N trên BM.

Bài 36 Cho tam giác nhọn ABC , Kẻ các đường cao AD, BE, CF. Gọi H là trực tâm của tam giác. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các hình chiếu vuông góc của D lên AB, BE, CF, AC. Chứng minh :

1. Các tứ giác DMFP, DNEQ là hình chữ nhật.
2. Các tứ giác BMND; DNHP; DPQC nội tiếp .
3. Hai tam giác HNP và HCB đồng dạng.
4. Bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.



Lời giải: ***1. & 2. (HS tự làm)***

3. Theo chứng minh trên DNHP nội tiếp => $\angle N_2 = \angle D_4$ (nội tiếp cùng chắn cung HP); ΔHDC có $\angle HDC = 90^0$ (do AH là đường cao) Δ HDP có $\angle HPD = 90^0$ (do DP $\perp$ HC) => $\angle C_1 = \angle D_4$ (cùng phụ với $\angle$DHC)=>$\angle C_1 = \angle N_2$ (1)

chứng minh tương tự ta có $\angle B_1 = \angle P_1$ (2)

Từ (1) và (2) => ΔHNP ~ Δ HCB

4. Theo chứng minh trên DNMB nội tiếp => $\angle N_1 = \angle D_1$ (nội tiếp cùng chắn cung BM).(3)

DM // CF (cùng vuông góc với AB) => $\angle C_1 = \angle D_1$ (hai góc đồng vị).(4)

Theo chứng minh trên $\angle C_1 = \angle N_2$ (5)

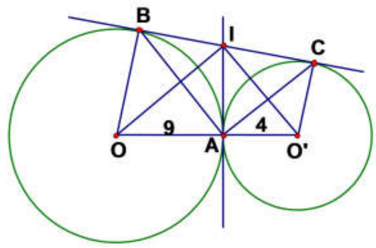
Từ (3), (4), (5) => $\angle N_1 = \angle N_2$ mà B, N, H thẳng hàng => M, N, P thẳng hàng. (6)

Chứng minh tương tự ta cung có N, P, Q thẳng hàng . (7)

Từ (6), (7) => Bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng

Bài 37 Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC, B $\in$ (O), C $\in$ (O') . Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở I.

1. Chứng minh các tứ giác OBIA, AICO' nội tiếp .
2. Chứng minh $\angle$ BAC = 90^0 .
3. Tính số đo góc OIO'.
4. Tính độ dài BC biết OA = 9cm, O'A = 4cm.



Lời giải:

1. *(HS tự làm)*
2. Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có IB = IA , IA = IC

ρABC có AI = $\frac{1}{2}$BC =>ρABC vuông tại A hay $\angle BAC = 90^0$

3. Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có IO là tia phân giác $\angle$BIA; I0'là tia phân giác $\angle$CIA . mà hai góc BIA và CIA là hai góc kề bù => I0 $\perp$ I0'=> $\angle 0I0' = 90^0$

4. Theo trên ta có ρ0I0' vuông tại I có IA là đường cao (do AI là tiếp tuyến chung nên AI $\perp$OO')

=> IA^2 = A0.A0' = 9. 4 = 36 => IA = 6 => BC = 2. IA = 2. 6 = 12(cm)