

A. $\frac{142}{5}$

B. $\frac{143}{5}$

C. $\frac{144}{5}$

D. $\frac{141}{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \in [0; 3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx + \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx$$

$$= \left[\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right]_0^2 + \left[\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right]_2^3 = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

Câu 17. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x=2$ là

A. $3+2\ln 2$

B. $3 - \ln 2$

C. $3 - 2\ln 2$

D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

Ta có $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ nên $S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx = \left[(x - \ln|x+2|) \right]_{-1}^2 = 3 - 2\ln 2$

Câu 18. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y=2-x^2$ và đường thẳng $y=-x$ là

A. $\frac{7}{2}$

B. $\frac{9}{4}$

C. 3

D. $\frac{9}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $2-x^2 = -x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1$ và $x = 2$ nên $S = \int_{-1}^2 (2-x^2+x) dx = \left[2x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^2 = \frac{9}{2}$

$$\text{Nên } S = \int_{-1}^2 (2+x-x^2) dx = \left[2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Câu 19. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=\frac{p}{2}$ là

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{p}{4}$ và $x = \frac{3p}{4}$

$$\text{Nên } S = \int_0^{\frac{p}{2}} |\cos 2x| dx = \int_0^{\frac{p}{4}} \cos 2x dx + \int_{\frac{p}{4}}^{\frac{p}{2}} -\cos 2x dx = \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\frac{p}{4}} + \left[-\frac{1}{2} \sin 2x \right]_{\frac{p}{4}}^{\frac{p}{2}} = 1$$

- Câu 20.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=3$ là
- A. $\frac{71}{5}$ B. $\frac{73}{5}$ C. $\frac{72}{5}$ D. 14

Hướng dẫn giải

Ta có $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \in [0; 3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx + \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx$$

$$= \left[\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right]_0^2 + \left[\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right]_2^3 = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

- Câu 21.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x=2$ là
- A. $3+2\ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2\ln 2$ D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

Ta có $x+1=0 \Rightarrow x = -1$ nên

$$S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx = \left[(x - \ln|x+2|) \right]_{-1}^2 = 3 - 2\ln 2$$

- Câu 22.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là
- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $2 - x^2 = -x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ và $x = 1$ nên

$$S = \int_{-2}^1 (2 + x - x^2) dx = \left[2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^1 = \frac{9}{2}$$

- Câu 23.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x = \frac{p}{2}$ là
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{p}{4} \in [0; \frac{p}{2}]$

Nên

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \left| \frac{1}{2} \sin 2x \right|_0^{\frac{\pi}{4}} + \left| \frac{1}{2} \sin 2x \right|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

Câu 24. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{1}{15}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt{x} = \sqrt[3]{x} \hat{U} \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$

Nên $S = \int_0^1 |\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}| dx = \int_0^1 (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx = \left| \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \right|_0^1 = \frac{1}{12}$

Câu 25. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ là

- A. $\frac{37}{13}$ B. $\frac{37}{12}$ C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

Ta có $2x^3 - 3x^2 + 1 = x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \hat{U} \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Nên $S = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right|_{-2}^0 + \left| \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right|_0^1 = \frac{37}{12}$

Câu 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, đường thẳng $x = 3$, trục tung và trục hoành là

- A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{23}{3}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $-x^2 + 4 = 0$ trên đoạn $[0; 3]$ có nghiệm $x = 2$

Suy ra $S = \int_0^2 (-x^2 + 4) dx + \int_2^3 (-x^2 + 4) dx = \frac{23}{3}$

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 4$ là

- A. $\frac{202}{3}$ B. $\frac{203}{4}$ C. $\frac{201}{5}$ D. $\frac{201}{4}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $x^3 - 4x = 0$ trên đoạn $[-3; 4]$ có nghiệm $x = -2$; $x = 0$; $x = 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-3}^{-2} |x^3 - 4x| dx + \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^4 |x^3 - 4x| dx = \frac{201}{4}$$

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là

- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$ B. $\frac{e^2 + 1}{2}$ C. $\frac{e^2 - 1}{4}$ D. $\frac{e^2 + 1}{4}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $x \ln x = 0$ trên nửa khoảng $(0; e]$ có nghiệm $x = 1$

$$\text{Suy ra } S = \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$$

Câu 29. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{87}{5}$ B. $\frac{87}{4}$ C. $\frac{87}{3}$ D. $\frac{87}{5}$

Hướng dẫn giải

Xét phương trình $(x^2 + x - 2) - (x + 2) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx = \frac{87}{3}$$

Câu 30. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = (1 + e^x)x$, $y = (1 + e)x$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{e - 1}{2}$ B. $\frac{e - 2}{2}$ C. $\frac{e - 2}{2}$ D. $\frac{e + 1}{2}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $(1 + e^x)x - (1 + e)x = 0$ có nghiệm $x = 0, x = 1$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^1 |x(e - e^x)| dx = \int_0^1 x(e - e^x) dx = \frac{e - 2}{2}$$

VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO

Câu 31. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 1|$, $y = |x| + 5$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{71}{3}$ B. $\frac{73}{3}$ C. $\frac{70}{3}$ D. $\frac{74}{3}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $|x^2 - 1| = |x| + 5$ có nghiệm $x = -3, x = 3$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-3}^3 (|x^2 - 1| - (|x| + 5)) dx = 2 \int_0^3 (|x^2 - 1| - (x + 5)) dx$$

Bảng xét dấu $x^2 - 1$ trên đoạn $[0; 3]$

| | | | |
|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|

| | | | |
|-----------|---|---|---|
| $x^2 - 1$ | - | 0 | + |
|-----------|---|---|---|

Vậy $S = 2 \int_0^1 (-x^2 - x - 4) dx + \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx = \frac{73}{3}$

- Câu 32.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{108}{5}$ B. $\frac{109}{5}$ **C. $\frac{109}{6}$** D. $\frac{119}{6}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $|x^2 - 4x + 3| = x + 3$ có nghiệm $x = 0, x = 5$

Suy ra $S = \int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx = \frac{109}{6}$

- Câu 33.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P): $y = x^2 + 3$, tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 2$ và trục tung bằng
- A. $\frac{8}{3}$** B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{7}{3}$

Hướng dẫn giải

PTTT của (P) tại $x = 2$ là $y = 4x + 3$

Xét pt $(x^2 + 3) - (4x + 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \hat{x} = 0 \\ \hat{x} = 2 \end{cases}$

Suy ra $S = \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx = \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right]_0^2 = \frac{8}{3}$

- Câu 34.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y^2 - 2y + x = 0$, $x + y = 0$ là
- A. $\frac{9}{4}$ **B. $\frac{9}{2}$** C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Hướng dẫn giải

Biến đổi về hàm số theo biến số y là $x = -y^2 + 2y$, $x = -y$

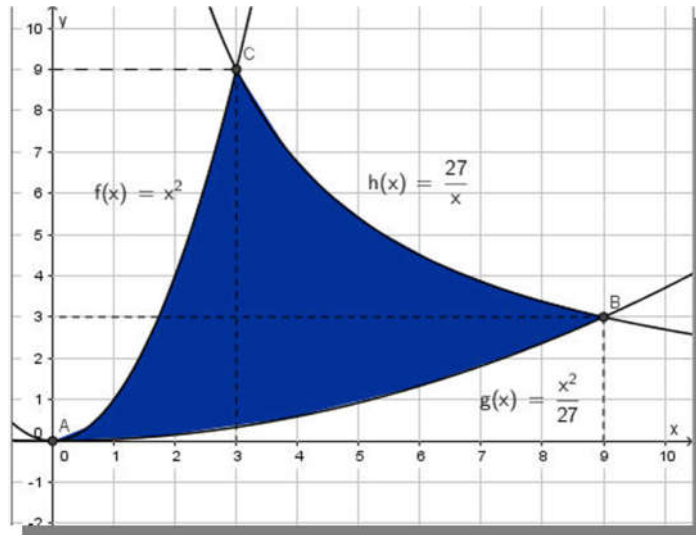
Xét pt tung độ giao điểm $(-y^2 + 2y) - (-y) = 0$ có nghiệm $y = 0, y = 3$

Vậy $S = \int_0^3 |-y^2 + 3y| dy = \int_0^3 (-y^2 + 3y) dy = \frac{9}{2}$

- Câu 35.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$; $y = \frac{1}{27}x^2$; $y = \frac{27}{x}$ bằng
- A. $27 \ln 2$ **B. $27 \ln 3$** C. $28 \ln 3$ D. $29 \ln 3$

Hướng dẫn giải

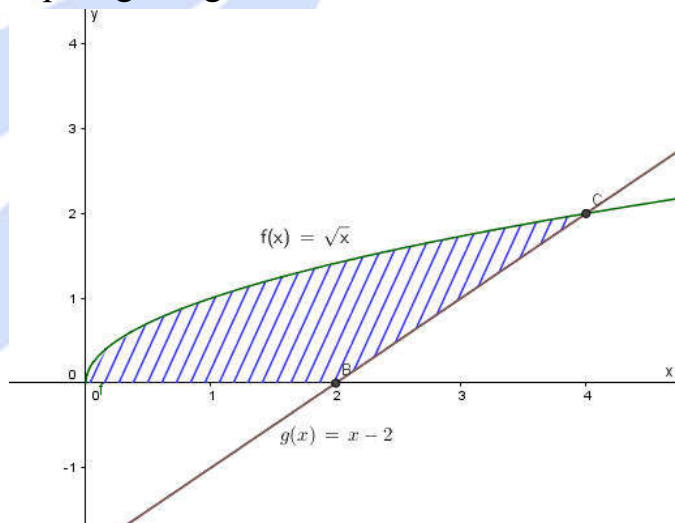
Xét các pthđgđ $x^2 - \frac{x^2}{27} = 0 \Rightarrow x = 0; x^2 - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 3; \frac{x^2}{27} - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 9$



Suy ra

$$S = \int_0^9 x^2 - \frac{27}{x} dx = 27 \ln 3$$

Câu 36. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{11}{3}$

C. $\frac{7}{3}$

D. $\frac{10}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $y^2 = y + 2 \Rightarrow y = -1$ hoặc $y = 2$, Nên $S = \int_0^2 (y + 2 - y^2) dy = \frac{10}{3}$

Câu 37. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x, y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 68

B. 67

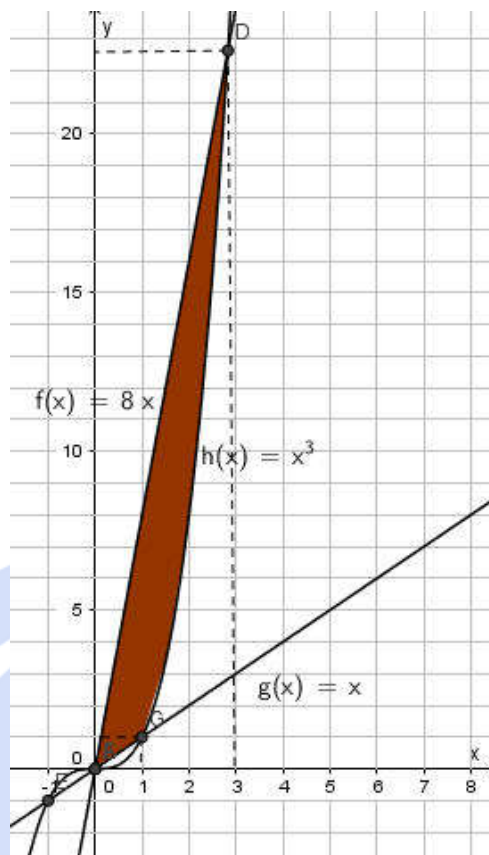
C. 66

D. 65

Hướng dẫn giải

Ta có

$$8x - x = 0 \Rightarrow x = 0; 8x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \hat{x} = 0 \\ \hat{x} = 2\sqrt{2} \end{cases}; x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \hat{x} = 0 \\ \hat{x} = 1 \end{cases}$$



$$\text{Nên } S = \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx = \frac{63}{4}$$

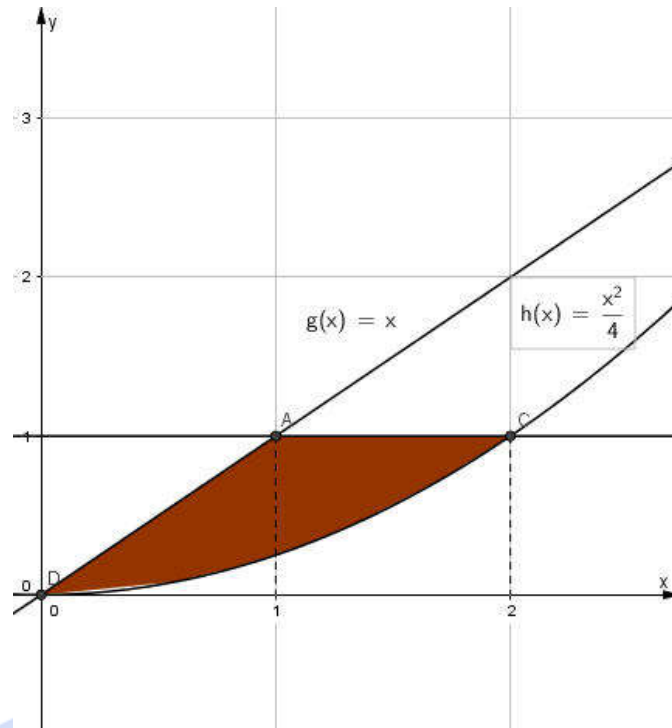
Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=1, y=x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x^3 \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 4 B. 2 C. 3 **D. 1**

Hướng dẫn giải

Ta có

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1; x - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 0; 1 - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 2$$



Nên $S = \int_0^1 x - \frac{x^2}{4} dx + \int_1^2 \frac{x^2}{4} - x dx = \frac{5}{6}$

- Câu 39.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 2$, $n\tilde{O}u x \leq 1$ và $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $n\tilde{O}u x > 1$ và $y = \frac{10}{3}x - x^2$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a+2b$ bằng
- A. 16 B. 15 **C. 17** D. 18

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có

$$\frac{10}{3}x - x^2 = -x \quad \text{P} \quad x = 0$$

$$\frac{10}{3}x - x^2 = x - 2 \quad \text{P} \quad x = 3$$

Nên $S = \int_0^1 \frac{10}{3}x - x^2 + x dx + \int_1^3 \frac{10}{3}x - x^2 - x + 2 dx = \frac{13}{2}$

- Câu 40.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$, tiệm cận xiêm của (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = a$ ($a < 0$) có diện tích bằng 5. Khi đó a bằng
- A.** $1 - e^5$ B. $1 + e^5$ C. $1 + 2e^5$ D. $1 - 2e^5$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có

$$TCX : y = -x + 3$$

$$\text{Nên } S(a) = \int_a^0 \frac{1}{x-1} dx = \int_0^a \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| \Big|_0^a = \ln(1-a)$$

$$\text{Suy ra } \ln(1-a) = 5 \Rightarrow a = 1 - e^5$$

II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

. Tính thể tích khối tròn xoay:

Trường hợp 1. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$,

$y = 0$, $x = a$ và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Trường hợp 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$ và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 41. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = \frac{4}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quanh trục ox là:

A. 6π

B. 6π

C. 12π

D. 6π

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^4 \pi \left(\frac{4}{x}\right)^2 dx = 12\pi.$$

Câu 42. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung

quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{\pi^2}{2}$

B. $\frac{\pi^2}{16}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\left(\frac{\pi+1}{16}\right)\pi$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \pi \cos^2 4x dx = \frac{\pi^2}{16}.$$

Câu 43. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, Ox, $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng: