

C. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R=1$ và đường thẳng $y=1$.

D. Đường thẳng $y=1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a,b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

. Ta có: $\begin{cases} |z|=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn là giao điểm của

đường tròn tâm O , bán kính $R=1$ và đường thẳng $y=1$. \Rightarrow **Đáp án C**

Câu 27. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| = |z - \bar{z}|$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Giao điểm M của 2 đường thẳng d_1, d_2 có tọa độ là:

A. $(0,0)$.

B. $(1,1)$.

C. $(1,2)$.

D. $(0,3)$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $|z + \bar{z}| = |z - \bar{z}| \Leftrightarrow |2x| = |2yi| \Rightarrow y = \pm x \Rightarrow M(0,0) \Rightarrow$ **Đáp án A**

Câu 28. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2+z| > |z-2|$. Tập hợp những điểm M là ?

A. Nửa mặt phẳng ở bên dưới trục Ox .

B. Nửa mặt phẳng ở bên trái trục Oy .

C. Nửa mặt phẳng ở bên trên trục Ox .

D. Nửa mặt phẳng ở bên phải trục Oy .

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Gọi $A(-2;0)$ là điểm biểu diễn số phức -2

Gọi $B(2;0)$ là điểm biểu diễn số phức 2

Ta có: $|2+z| > |z-2| \Leftrightarrow MA > MB \Rightarrow M$ thuộc nửa mặt phẳng ở bên phải trục ảo Oy

Vậy đáp án D

Câu 29. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thực âm là:

A. Trục Ox .

B. Trục Ox trừ gốc tọa độ.

C. Trục Oy .

D. Trục Oy trừ gốc tọa độ.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a,b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: z^2 là số thực âm $\Rightarrow (a+bi)^2$ là số thực âm. Mà $z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ab=0 \\ a^2-b^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ a^2-b^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0; -b^2 < 0 \\ b=0; a^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Rightarrow M(0;b) \text{ với } b \neq 0 \Rightarrow \text{Tập}$$

hợp điểm M là trục Oy trừ gốc tọa độ \Rightarrow **Đáp án D.**

Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $|z-2| < 1$ là:

- A.** Một hình tròn. **B.** Một đường tròn.
C. Một hình vuông. **D.** Một parabol

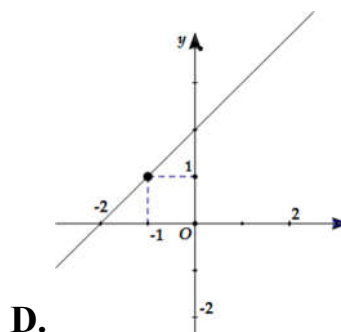
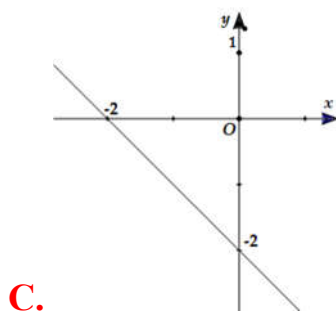
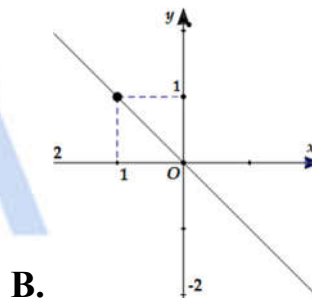
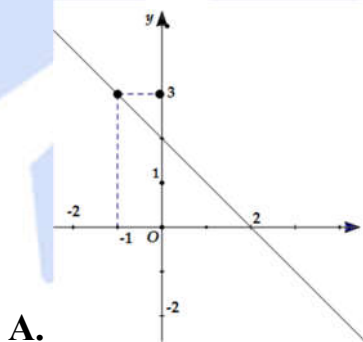
Hướng dẫn giải

Gọi $M(a,b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z-2| < 1 \Rightarrow |a+bi-2| < 1 \Rightarrow (a-2)^2 + b^2 < 1 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

VẬN DỤNG THẤP

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i| = |\bar{z}+1-2i|$, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình:



Hướng dẫn giải

Gọi số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$ trên mặt phẳng tọa độ

Theo đề bài ta có: $|z-1+i| = |\bar{z}+1-2i| \Leftrightarrow |x-1+(y+1)i| = |x+1+(-y-3)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (-y-3)^2}$$

$$\Leftrightarrow -4x - 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 2$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là đường thẳng $y = -x - 2$

Nhìn vào đồ thị (Sử dụng phương trình đoạn chắn) ta viết ra được phương trình đường thẳng của các đáp án

- A. $y = -x - 2$ B. $y = -x$ C. $y = -x + 2$ D. $y = x + 2$

Vậy **Đáp án C**

Ở câu này học sinh cần phải nhớ lại các dạng phương trình đường thẳng và cách viết phương trình đường thẳng nhanh nhất khi nhìn vào đồ thị (có thể sử dụng phương trình đoạn chắn hoặc phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm)

Câu 32. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + \bar{z} + 3| = 4$

- A. Đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$.
- B. Đường thẳng $x = \frac{13}{2}$.
- C. Hai đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với $\left(x < -\frac{3}{2}\right)$, đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2}\right)$.
- D. Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có : $|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - yi + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \left(x \geq -\frac{3}{2}\right) \\ x = -\frac{7}{2} & \left(x < -\frac{3}{2}\right) \end{cases}$$

Vậy tập hợp điểm $M(x, y)$ cần tìm là đường thẳng đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với

$\left(x < -\frac{3}{2}\right)$ và đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2}\right)$

Đáp án C

Ở câu này học sinh có thể biến đổi sai để có kết quả là đáp án B hoặc kết luận không đúng tập hợp điểm M dẫn đến đáp án C hoặc D

Câu 33. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+i|=|z-i|$.

- A. Trục Oy . **B.** Trục Ox . C. $y = x$. D. $y = -x$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức ($x, y \in R$).

Theo đề bài ta có $|z+i|=|z-i| \Leftrightarrow |x+(y+1)i|=|x+(y-1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+1)^2} = \sqrt{x^2+(y-1)^2} \Leftrightarrow y = 0$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng $y = 0$ hay trục **Ox**

Vậy chọn Đáp án B.

HS dễ mắc sai lầm và cho $y = 0$ là trục Oy và chọn đáp án B

Hoặc lúng túng và biến đổi sai dẫn đến chọn đáp án C và D

Câu 34. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z}+1-i| \leq 1$.

- A. Đường tròn tâm $I(-1;-1)$, bán kính $R = 1$.
B. Hình tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R = 1$.
C. Hình tròn tâm $I(-1;-1)$, bán kính $R = 1$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).
D. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R = 1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trên mặt phẳng phức ($x, y \in R$).

Theo đề bài ta có $|\bar{z}+1-i| \leq 1 \Leftrightarrow |(x+1)+(-y-1)i| \leq 1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2 \leq 1 \text{ (Hình tròn tâm } I(-1;-1) \text{ bán kính } R = 1 \text{ và kể cả đường tròn đó)}$$

Đáp án C.

Trong câu này hs dễ nhầm trong quá trình xác định tọa độ tâm đường tròn và hay quên dấu bằng xảy ra.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là:

- A. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.
B. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (kể cả biên).
C. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (không kể biên).
D. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ bỏ đi một điểm $(0,1)$

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có: } \frac{z+i}{z-i} = \frac{a+(b+1)i}{a+(b-1)i} = \frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} + \frac{2a}{a^2+(b-1)^2}i$$

$$\text{Để } \frac{z+i}{z-i} \text{ là số thuần ảo thì } \frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a^2+(b-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a \neq 0, b \neq 1 \end{cases}$$

$$\frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Rightarrow a^2+b^2-1=0 \Rightarrow a^2+b^2=1 \Rightarrow \text{Tập hợp các điểm M là đường tròn}$$

tâm O, bán kính $R=1 \Rightarrow$ **Đáp án D.**

Cách 2: Sử dụng Casio:

Mode 2 (CMPLX), nhập $\frac{A+Bi+i}{A+Bi-i} \cdot |A+Bi-i|^2$. CALC A = 1000, B = 100.

$$\text{Ra kết quả: } 1009999 + 2000i = (1000^2 + 100^2 - 1) + (2 \cdot 1000)i = (a^2 + b^2 - 1) + 2ai$$

Chú ý đối với cách 2 câu này chỉ loại được 2 đáp án và học sinh có thể chọn ngay đáp án D

Nên nhớ Casio chỉ dùng khi các em đã hiểu và làm thành thạo ở cách 1

Câu 36. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2|=|i-z|$ là đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}. \quad \text{B. } d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{5}. \quad \text{C. } d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{20}. \quad \text{D. } d(O, d) = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trên mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } |z+2|=|i-z| \Leftrightarrow |x+2+yi|=|-x+i(1-y)|.$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = x^2 + (1-y)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0$$

$$\Rightarrow d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

Cách 2: Sử dụng Casio:

Mode 2, nhập $|A+Bi+2|^2 - |i-(A+Bi)|^2$. CALC A = 1000, B = 100

Ra kết quả $4203 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 3 = 4x + 2y + 3$. Suy ra $d: 4x + 2y + 3 = 0$

$$\Rightarrow d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

Ta chọn đáp án A

Muốn giải được câu này học sinh dù sử dụng cách 1 hay cách 2 cần phải nhớ công thức tính

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|a.x_0 + b.y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ Với } M_0(x_0; y_0), \Delta: ax + by + c = 0$$

Câu 37. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho số phức z thỏa lần lượt một trong bốn điều kiện (I): $|z + \bar{z}| = 2$; (II): $z.\bar{z} = 5$; (III): $|z - 2i| = 4$, (IV): $|i(z - 4i)| = 3$. Hỏi điều kiện nào để số phức Z có tập hợp biểu diễn là đường thẳng.

A. (II), (III), (IV). **B.** (I), (II). **C.** (I), (IV). **D.** (I).

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

$$(I): |z + \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow |2x| = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1; \quad (\text{Đường thẳng})$$

$$(II): z.\bar{z} = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5 \quad (\text{Đường tròn})$$

$$(III): |z - 2i| = 4 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 16; \quad (\text{Đường tròn})$$

$$(IV): |i(z - 4i)| = 3 \Leftrightarrow |4 + iz| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (y - 4)^2 = 9 \quad (\text{Đường tròn})$$

Vậy đáp án **D**.

Ở câu này học sinh cần nắm vững các dạng phương trình của các đường đã học và cách xác định mô đun số phức để tránh nhầm lẫn và chọn sai đáp án

Câu 38. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo là hai đường thẳng d_1, d_2 . Góc α giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?

A. $\alpha = 45^\circ$. **B.** $\alpha = 60^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 30^\circ$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

$$\text{Ta có : } z^2 = (x^2 - y^2) + 2xyi \text{ là số thuần ảo } \Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \wedge xy \neq 0 \Rightarrow y = \pm x \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Ta chọn đáp án **C**.

Lưu ý điều kiện để một số phức là số thuần ảo thì phần thực phải bằng 0, nhưng học sinh hay nhầm khi thấy $x^2 - y^2 = 0$ đã kết luận luôn là $\begin{cases} x = y = 0 \\ x = y \end{cases}$ dẫn đến kết quả không đúng

Câu 39. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là parabol (P). Đỉnh của (P) có tọa độ là ?

- A.**(0,0). **B.**(-1,3). **C.**(0,1). **D.**(-1,0).

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Ta có : $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(2y+2)^2} \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4}$.

Vậy đỉnh parabol là $O(0,0)$ nên đáp án A

Lưu ý công thức xác định tọa độ đỉnh của parabol $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

Câu 40. Trong mặt phẳng phức Oxy . tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left|z^2 - z(\bar{z} + i) - i\right| = 3$ là đường tròn (C) . Khoảng cách từ tâm I của đường tròn (C) đến trục tung bằng bao nhiêu ?

- A.** $d(I, Oy) = 1$. **B.** $d(I, Oy) = 2$. **C.** $d(I, Oy) = 0$. **D.** $d(I, Oy) = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$.

Ta có : $\left|z^2 - z(\bar{z} + i) - i\right| = 3 \Leftrightarrow |-iz - i| = 3 \Leftrightarrow |y + i(-x-1)| = 3 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = 9$

$\Rightarrow I(-1,0)$ là tâm đường tròn $(C) \Rightarrow d(I, Oy) = |x_I| = 1$. Ta chọn đáp án A

Chú ý biến đổi xác định tọa độ tâm của đường tròn để không nhầm dấu.

VẬN DỤNG CAO

Câu 41. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2\right| = 16$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu ?

- A.** $d(d_1, d_2) = 2$. **B.** $d(d_1, d_2) = 4$. **C.** $d(d_1, d_2) = 1$. **D.** $d(d_1, d_2) = 6$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Ta có : $\left|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2\right| = 16 \Leftrightarrow |x^2 + 2xyi - y^2 + x^2 - 2xyi - y^2 + 2x^2 + 2y^2| = 16$

$\Leftrightarrow |4x^2| = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow d(d_1, d_2) = 4$

Ta chọn đáp án B.

Ở đây lưu ý hai đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$ song song với nhau.

Câu 42. Xét 3 điểm A, B, C của mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn 3 số phức phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3|$. Nếu $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ thì tam giác ABC có đặc điểm gì ?

- A. ΔABC cân. B. ΔABC vuông. C. ΔABC có góc 120° . D. ΔABC đều.

Hướng dẫn giải

Ta có : $|z_1| = |z_2| = |z_3| \Rightarrow |\overline{OA}| = |\overline{OB}| = |\overline{OC}|$ nên 3 điểm A, B, C thuộc đường tròn tâm O

$$\text{Mà : } z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Leftrightarrow \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 0$$

$\Leftrightarrow 3\overline{OG} = 0 \Leftrightarrow G \equiv O \Rightarrow \Delta ABC$ đều vì tâm đường tròn ngoại tiếp trùng với trọng tâm G

\Rightarrow Đáp án D.

Chú ý tính chất của tam giác đều trọng tâm cũng chính là tâm đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác.

Câu 43. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z|^2 + z + \bar{z} = 0$ là đường tròn (C) . Diện tích S của đường tròn (C) bằng bao nhiêu ?

- A. $S = 4\pi$. B. $S = 2\pi$. C. $S = 3\pi$. D. $S = \pi$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

$$\text{Ta có : } |z|^2 + z + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x + yi + x - yi = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow \text{bán kính } R = 1 \Rightarrow S = \pi R^2 = \pi$$

Sử dụng Casio: làm tương tự trên, ra đáp số : 1012000 =

$$1000^2 + 100^2 + 2 \cdot 1000 = x^2 + y^2 + 2x$$

\Rightarrow Đáp án D.

Lưu ý công thức tính diện tích hình tròn, cách xác định tâm và bán kính đường tròn.

Câu 44. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa $1 \leq |z+1-i| \leq 2$ là hình vành khăn. Chu vi P của hình vành khăn là bao nhiêu ?

- A. $P = 4\pi$. B. $P = \pi$. C. $P = 2\pi$. D. $P = 3\pi$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

Gọi $A(-1, 1)$ là điểm biểu diễn số phức $-1 + i$

$1 \leq |z+1-i| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq MA \leq 2$. Tập hợp điểm biểu diễn là hình vành khăn giới hạn bởi 2 đường tròn đồng tâm có bán kính lần lượt là $R_1 = 2, R_2 = 1$
 $\Rightarrow P = P_1 - P_2 = 2\pi(R_1 - R_2) = 2\pi$

\Rightarrow Đáp án C.

Lưu ý cần nắm vững lý thuyết và hình vẽ của dạng bài này khi học trên lớp tránh nhầm lẫn sang tính diện tích hình tròn.

Câu 45. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z+2|+|z-2|=8$. Tập hợp những điểm M là ?

A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

B. $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $(T): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$.

D. $(T): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Gọi A là điểm biểu diễn số phức -2

Gọi B là điểm biểu diễn số phức 2

Ta có : $|z+2|+|z-2|=8 \Leftrightarrow MA+MB=8$ và $AB=4 \Rightarrow$ Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là elip với 2 tiêu điểm là A, B và độ dài trục lớn là $8 \Rightarrow$ Đáp án A.

Ôn lại dạng phương trình (Elip) đã học ở lớp 10 tránh nhầm với đường tròn hoặc Parabol.

Câu 46. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4$.

A. Là hai đường hyperbol $(H_1): y = \frac{1}{x}$ và $(H_2) y = -\frac{1}{x}$.

B. Là đường hyperbol $(H_1): y = \frac{1}{x}$.

C. Là đường hyperbol $(H_2): y = -\frac{1}{x}$.

D. Là đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = 4$.

Hướng dẫn giải

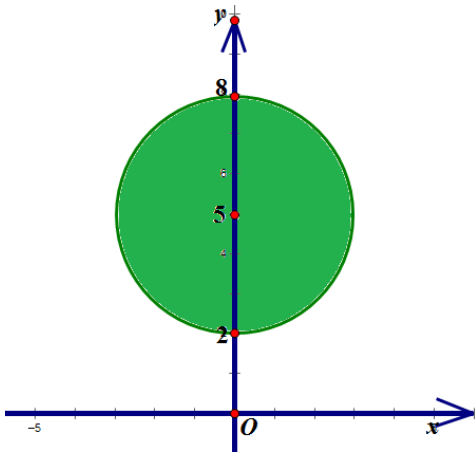
Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Ta có : $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4 \Leftrightarrow |4xyi| = 4 \Leftrightarrow x^2y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{x} \Rightarrow$ Đáp án A.

Câu 47. Trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa $|z-5i| \leq 3$. Nếu số phức z có môđun nhỏ nhất thì phần ảo bằng bao nhiêu ?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải



Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$. Gọi $E(0;5)$ là điểm biểu diễn số phức $5i$
 Ta có: $|z-5i| \leq 3 \Rightarrow MA \leq 3$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức Z là hình tròn tâm $A(0,5), R=3$ như hình vẽ
 Số phức z có môđun nhỏ nhất $\Leftrightarrow OM$ nhỏ nhất. Dựa vào hình vẽ, ta thấy $z = 2i$. Suy ra phần ảo bằng 2
 \Rightarrow Đáp án A.

Lưu ý vẽ hình để nhận dạng đây chỉ là dạng bài toán

GTLN-GTNN thông thường.

Câu 48. Trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa $|z+2i-1|=|z+i|$. Tìm số phức z được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1,3)$.

- A. $3+i$. B. $1+3i$. C. $2-3i$. D. $-2+3i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Gọi $E(1, -2)$ là điểm biểu diễn số phức $1-2i$

Gọi $F(0, -1)$ là điểm biểu diễn số phức $-i$

Ta có : $|z+2i-1|=|z+i| \Leftrightarrow ME = MF \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường trung trực $EF : x - y - 2 = 0$.

Để MA ngắn nhất khi $MA \perp EF$ tại $M \Leftrightarrow M(3,1) \Rightarrow z = 3+i \Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 49. Trong mặt phẳng phức Oxy , trong các số phức z thỏa $|z+1-i| \leq 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu ?

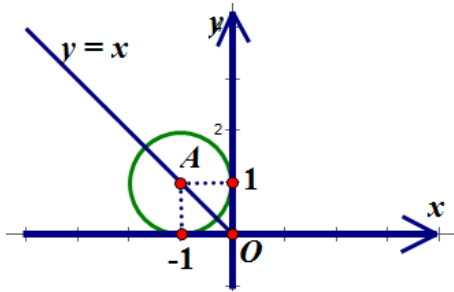
- A. $\frac{-\sqrt{2}-2}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$. C. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $-1+i$

Ta có : $|z+1-i| \leq 1 \Leftrightarrow MA \leq 1$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là hình tròn tâm $A(-1,1), R=1$ như hình vẽ



Để $\max|z| \Leftrightarrow \max(OM)$

$$\Rightarrow M \text{ thỏa hệ : } \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ y = -x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}-2}{2}, x = -\frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

\Rightarrow **Đáp án A.**

Câu 50. Tìm nghiệm phức z thỏa mãn hệ phương trình phức : $\begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases}$

A. $z = 2+i$.

B. $z = 1-i$.

C. $z = 2-i$.

D. $z = 1+i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn số phức 1 và i

Gọi C, D lần lượt là điểm biểu diễn số phức $-i$ và $3i$

Ta có : $|z-1| = |z-i| \Leftrightarrow MA = MB$ với $A(1,0); B(0,1) \Rightarrow M$ thuộc đường trung trực Δ_1 của AB

$$\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z+i| = |z-3i| \Leftrightarrow MC = MD \text{ với } C(0,-1); D(0,3) \Rightarrow M \text{ thuộc}$$

đường trung trực Δ_2 của CD

M là giao điểm của $\Delta_1; \Delta_2 \Rightarrow M$ thỏa hệ : $\begin{cases} y = x \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow M(1,1) \Rightarrow z = 1+i$

\Rightarrow **Đáp án D.**