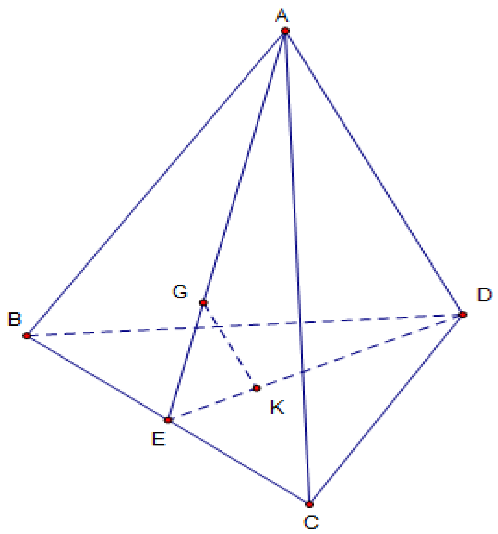
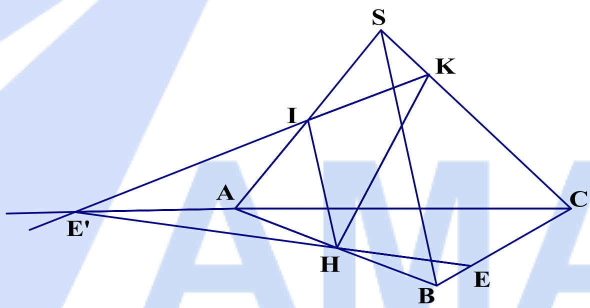



+ Từ giả thiết ta có: $GK // AD, AG \cap DK = E$ với $E$ là trung điểm của $BC$. Từ đó ta có: $\frac{EK}{KD} = \frac{EG}{GA} = \frac{1}{2} \Rightarrow K$ là trọng tâm tam giác $\Delta BCD$

**Câu 40.** Chọn A.




***Cách 1***. (dựng điểm E, chỉ sử dụng kiến thức bài đại cương đường thẳng và mặt phẳng)

Chọn mp phụ $(ABC) \supset BC$

Tìm giao tuyến của $(ABC)$ và $(IHK)$

Trong $(SAC)$, có $IK$ không song song với $AC$. Gọi $E' = IK \cap AC$

$\Rightarrow (ABC) \cap (IHK) = HE'$

Trong $(ABC)$, gọi $E_1 = BC \cap HE'$

$E_1 \in BC, BC \subset (ABC) \Rightarrow E_1 \in (ABC)$

$E_1 \in HE', HE' \subset (IHK) \Rightarrow E_1 \in (IHK)$

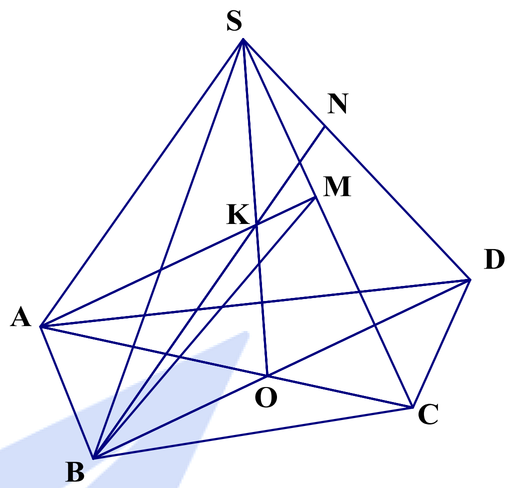
Suy ra: $E_1 = BC \cap (IHK) \Rightarrow E \equiv E_1$

Sau khi dựng xong điểm $E$, ta sẽ quan sát thấy $KE // SB$ (hoặc quan sát kĩ hình hơn sẽ thấy "vai trò" điểm $E$ trong tam giác $ABC$ cũng giống như điểm $K$ trong tam giác $SAC$, do đó tỉ lệ của điểm $E$ chia đoạn $BC$ cũng giống như tỉ lệ điểm $K$ chia đoạn $SC$. Do vậy, áp dụng định lí Ta-let cho tam giác $SBC$ ta có $KE // SB$ ). Vậy chọn đáp án A.

***Cách 2***. (Sử dụng tính chất quan hệ song song của đường thẳng và mặt phẳng)

Ta có: $IH$ là đường trung bình trong tam giác $SAB$ nên song song với $SB$. Do đó hai mặt phẳng $(SBC)$ và $(IHK)$ lần lượt chứa hai đường thẳng $SB$, $IH$ song song với nhau sẽ cắt nhau theo giao tuyến $KE$ song song với $SB$. Vậy chọn đáp án A.

**Câu 41.** Chọn B.




Ta có $B \in (ABM) \cap (SBD)$ (1)

Gọi $O = AC \cap BD, K = AM \cap SO$. Khi đó:

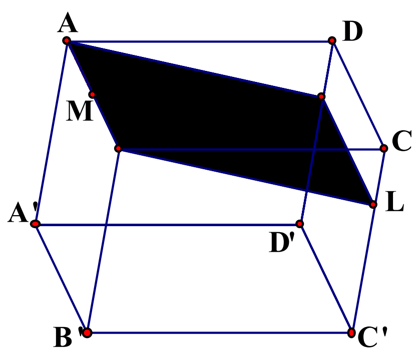
$$\begin{cases} K \in AM \subset (ABM) \\ K \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (ABM) \cap (SBD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(ABM) \cap (SBD) = BK$

Trong mặt phẳng $(SBD)$. Gọi $N = BK \cap SD$. Khi đó:

$$\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = (ABM) \cap SD$$. Dễ thấy $AN = (ABM) \cap (SAD)$

**Câu 42.** Chọn C.




Ta có :

$(MNB) \cap (\mathrm{AA}'B'B) = MB$

$(MNB) \cap (\mathrm{AA}'D'D) = AN$

$(MNB) \cap (\mathrm{DD}'C'C) = NL$

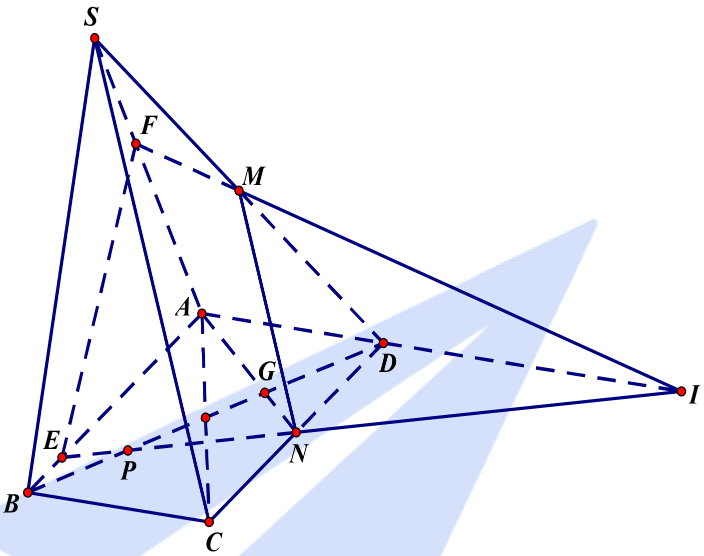
Trong đó $L = x \cap CC', L \in x // CD$, $x$ đi qua $N$

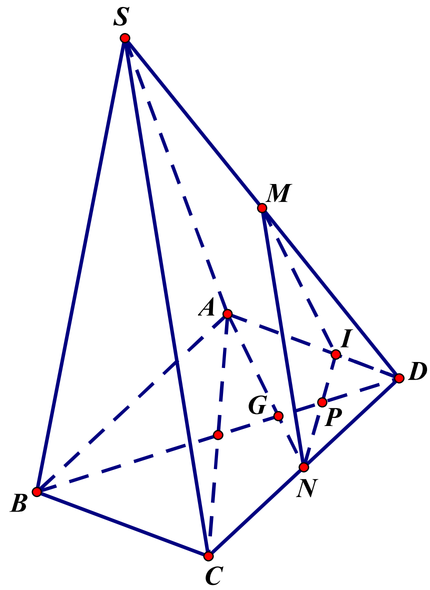
Mà: $(MNB) \cap (BB'C'C) = LB \Rightarrow$ thiết diện là tứ giác $ABLN$ (1)

Mặt khác: $\begin{cases} LN // DC, LN = DC \\ DC // AB, DC = AB \end{cases} \Rightarrow LN // AB, LN = AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra thiết diện cần tìm là hình bình hành

**Câu 43.** Chọn C.



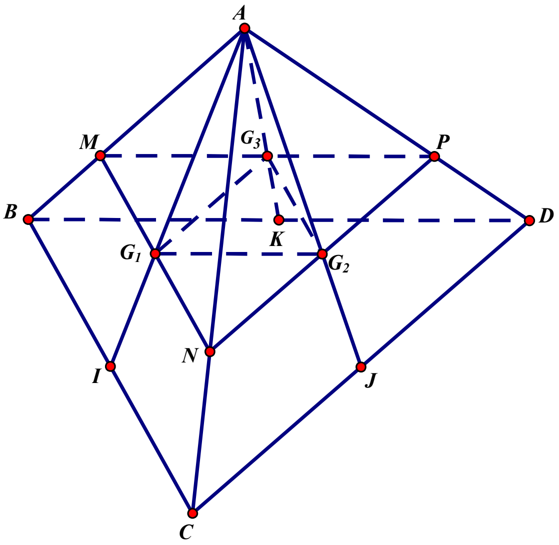




Gọi $G$ là giao điểm của $AN$ và $BD$. Trong $mp(ABCD)$, khi $P$ thay đổi trên đoạn $BG$ $(P \neq G)$, đường thẳng $NP$ luôn cắt đoạn $AB$ tại một điểm $E$ ($E$ thay đổi từ trên $AB$, $E \neq A$), đường thẳng $EN$ cắt đường thẳng $AD$ tại $I$. Trong $mp$(SAD), đường thẳng $IM$ cắt $SA$ tại $F$. Thiết diện là tứ giác $MNEF$.

Khi $P$ chạy từ $G$ đến $D$, đường thẳng $NP$ cắt đoạn $AD$ tại $I$. Thiết diện là tam giác $MNI$.

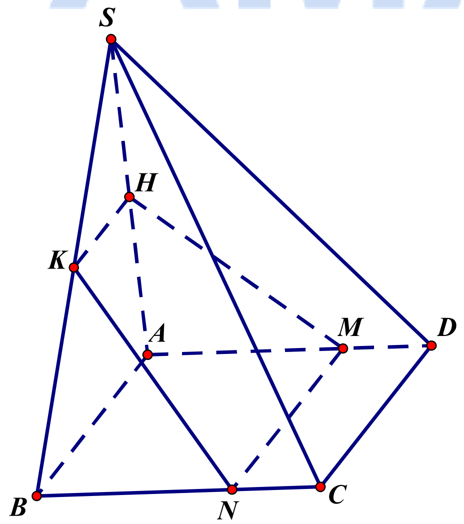
Vậy đáp án là $0 \le k < \dfrac{2}{3}$

**Câu 44.** Chọn A.




Gọi $I,J,K$ lần lượt là trung điểm $BC,CD,DB$. Ta có: $\frac{AG_1}{AI}=\frac{AG_2}{\text{AJ}}=\frac{AG_3}{AK}=\frac{2}{3}$ nên $G_1G_2//\text{IJ}$, $G_1G_3//IK$. Suy ra $(G_1G_2G_3)//(BCD)$. Do vậy, giao tuyến của $(G_1G_2G_3)$ và (ABC) là đường thẳng qua $G_1$ song song với $BC$, đường thẳng này cắt $AB,AC$ lần lượt tại $M,N$ $MG_3\cap AD=P$. Thiết diện là tam giác $MNP$. Tam giác $MNP$ có các cạnh tương ứng song song với các cạnh của tam giác $BCD$ và $\frac{MN}{BC}=\frac{NP}{CD}=\frac{PM}{BD}=\frac{2}{3}$ nên diện tích tam giác $MNP$ bằng $\frac{4}{9}$ lần diện tích tam giác $BCD$ hay $k=\frac{4}{9}$.

**Câu 45.** Chọn a.




Mặt phẳng $(HKM)$ và $(ABCD)$ chứa hai đường thẳng song song $HK$ và $AB$ nên giao tuyến của chúng là $MN$ cũng song song với $HK$ và $AB$. Xét hai tam giác $HAM$ và $KBN$ có:

$BN=AM$ ; $BK=AH$ ; $\widehat{KBN}=\widehat{MAH}$ (do $\Delta SBC=\Delta SAD$ ) nên $\Delta HAM=\Delta KBN$.

Từ đó suy ra: $MH=KN$. $MHKN$ là hình thang cân có hai đáy $MN=a;HK=\frac{a}{2}$.

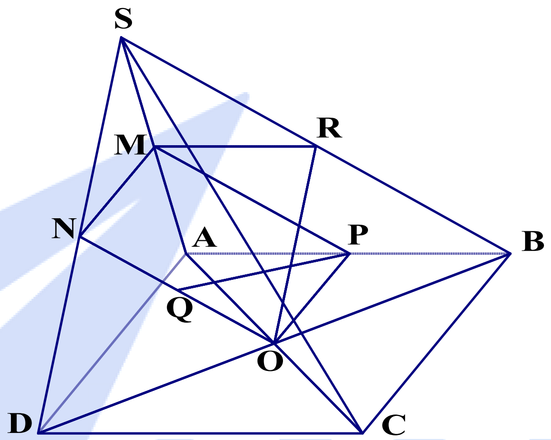
Sử dụng định lý hàm số $\cos$ cho tam giác $SAD$ ta tính được $\cos\widehat{HAD}=-\frac{1}{2}$. Ta tính được:

$HM^2=HA^2+AM^2-2HA.AM.\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{a^2+4x^2+2ax}{4}$.

Đường cao của hình thang cân được tính bằng công thức:

$\sqrt{HM^2-(\frac{MN-HK}{2})^2}=\frac{1}{2}\sqrt{16x^2+8ax+3a^2}$. Do hai đáy có độ dài không đổi nên diện tích thiết diện bé nhất khi đường cao bé nhất đạt khi $x=0$

**Câu 46.** Chọn a.




Hai đáp án A và D trái ngược nhau nên chắc chắn một trong 2 đáp án này sai. Do vậy ta cần kiểm
xem $PQ$ có song song với mặt phẳng $(SBC)$ hay không.

*Chứng minh* $mp(MON)//mp(SBC)$:

Xét tam giác SAC và SDB :

Ta có : $\begin{cases}OM//SC\\ON//SB\end{cases}\Rightarrow(OMN)//(SBC)$

*Chứng minh* : $PQ//mp(SBC)$

Ta có : $\begin{cases}OP//AD\\AD//MN\end{cases}\Rightarrow OP//MN\Rightarrow M,N,P,O$ đồng phẳng $\Rightarrow PQ\subset(MNO)$

Mà $\begin{cases}PQ\subset(MNO)\\(MNO)//(SBC)\end{cases}\Rightarrow PQ//(SBC)$. Do vậy : $PQ//mp(SBC)$

**Câu 47.** Chọn D.

Xét 2 .trường hợp :

a. $M$ ở giữa $C$ và $D$

b. $M$ ở ngoài đoạn $CD$

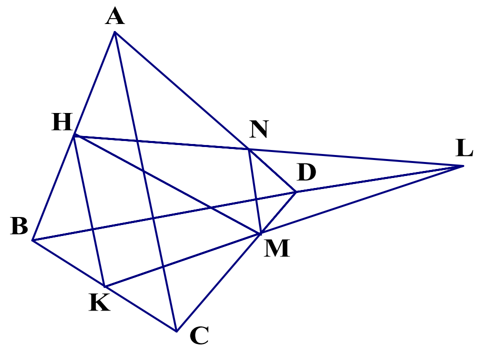
*a. $M$ ở giữa $C$ và $D$:*

Ta có : $HK$, $KM$ là các đoạn giao tuyến của $(HKM)$ với $(ABC)$ và $(BCD)$

Trong $(BCD)$, gọi $L=KM\cap BD$

Trong $(ABD)$, gọi $N = AD \cap HL$

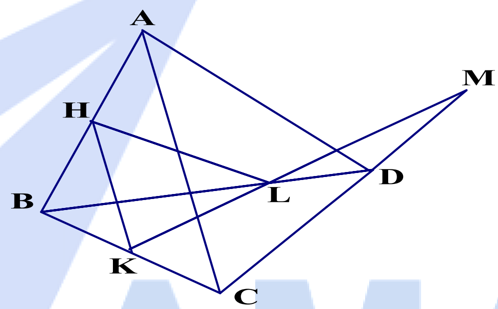
Vậy : thiết diện là tứ giác $HKMN$.




*b. M ở ngoài đoạn CD*:

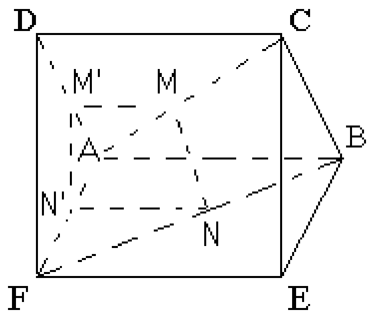
Trong $(BCD)$, gọi $L = KM \cap BD$

Vậy : thiết diện là tam giác $HKL$




Vậy ta chọn đáp án D.

**Câu 48.** Chọn C.




$$\begin{cases}(P)//AB\\(P)\cap(ABCD)=MM'\end{cases} \Rightarrow MM'//AB \Rightarrow MM'//EF\,(1)$$

Tương tự $NN'//\text{EF} \Rightarrow \text{MM'//NN'}$ . Từ đó ta vẽ được các điểm $M', N'$ như hình vẽ và quan sát thấy $MNN'M'$mới là hình thang chưa thể là hình bình hành.

Dễ dàng quan sát thấy $M'N'//DF$ hoặc chứng minh được khẳng định đó như sau:

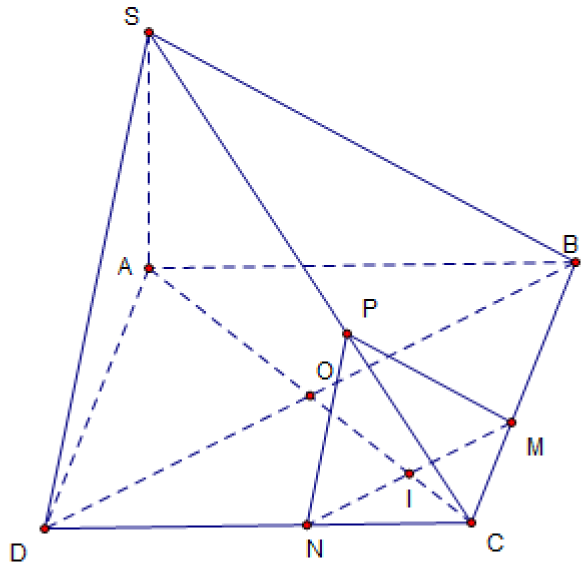
$MM'//CD \Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AM}{AC}$ ; $NN'//AB \Rightarrow \dfrac{AN'}{AF} = \dfrac{BN}{BF}$

Mà $AC = BF$; $AM = BN \Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{BN}{BF}$

$\Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N'//DF\,(2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow (MNN'M')//(\text{DEF}) \Rightarrow MN//(D\text{EF})$. Vậy chọn đáp án A.

**Câu 49.** Chọn D.



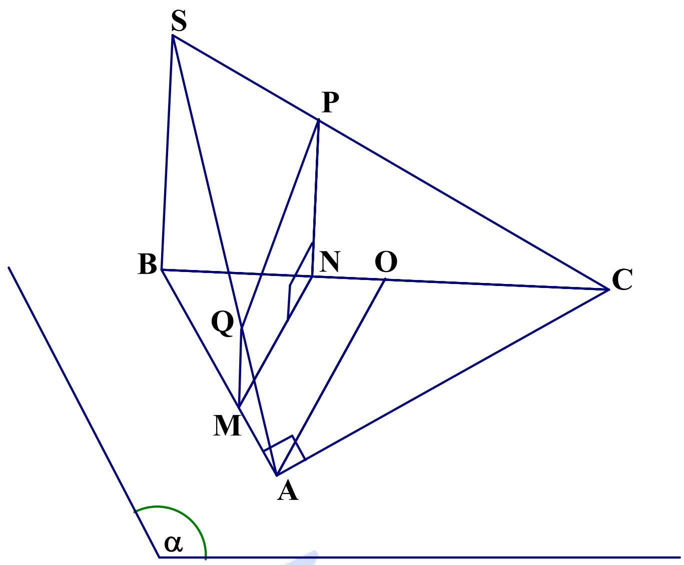

+ $(\alpha)//(SBD)$ nên $(\alpha)$ cắt các mặt phẳng (ABCD), (SBC), (SCD) theo các giao tuyến $MN//BD, MP//SB, NP//SD$. Vậy thiết diện của hình chóp và mặt phẳng $(\alpha)$ là tam giác đều MNP.

+ $S_{SBD} = \frac{BD^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$.

+ $\frac{S_{MNP}}{S_{SBD}} = \left(\frac{MN}{BD}\right)^2 = \left(\frac{CI}{CO}\right)^2 = \left(\frac{AC - AI}{CO}\right)^2 = \frac{(a-x)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \left[\frac{2(a-x)^2}{a}\right]^2$

+ Mà $S_{SBD} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$ nên $S_{SMN} = \frac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$.

**Câu 50.** Chọn D.




+ *Chứng minh MNPQ là hình thang vuông* :

Ta có : $\begin{cases} (\alpha)//OA \\ OA \subset (ABC) \\ MN = (\alpha) \cap (ABC) \end{cases} \Rightarrow MN//OA \quad (1)$

$\begin{cases} (\alpha)//SB \\ SB \subset (SAB) \\ MQ = (\alpha) \cap (SAB) \end{cases} \Rightarrow \quad MQ//SB \quad (2)$

$\begin{cases} (\alpha)//SB \\ SB \subset (SBC) \\ NP = (\alpha) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow \quad NP//SB \quad (3)$

Từ (2) và (3), suy ra $MQ//NP//SB$ (4)

$\Rightarrow MNPQ$ là hình thang

Từ (1) và (4), ta có: $\begin{cases} OA \perp SB \\ MN//OA \\ MQ//NP//SB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \perp MQ \\ MN \perp NP \end{cases}$

Vậy : $MNPQ$ là hình thang vuông , đường cao $MN$ .

+ *Tính diện tích của hình thang theo a và x* .

Ta có : $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MQ + NP).MN$

**Tính** $MN$ **:**

Xét tam giác $ABC$ .

Ta có: $\cos B = \frac{AB}{BC} \quad \Rightarrow \quad BC = \frac{AB}{\cos B}$

$\Rightarrow \quad BC = 2a \Rightarrow BO = a$

Do $\begin{cases} \hat{B} = 60^0 \\ BA = BO \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \Delta ABO$ đều

Có $MN//OA \Rightarrow \dfrac{MN}{AO}=\dfrac{BM}{AB}=\dfrac{BN}{BO} \quad \Rightarrow \quad MN=MB=BN=x$

Tính $MQ$ :

Xét tam giác $SAB$ , ta có: $MQ//SB$

$\Rightarrow \dfrac{MQ}{SB}=\dfrac{AM}{AB} \quad \Rightarrow MQ=AM.\dfrac{SB}{AB}=(a-x).\dfrac{a}{a}=a-x$

Tính $NP$:

Xét tam giác SBC , ta có: $NP//SB$

$\Rightarrow \dfrac{NP}{SB}=\dfrac{CN}{CB} \quad \Rightarrow NP=CN.\dfrac{SB}{CB}=(2a-x).\dfrac{a}{2a}=\dfrac{2a-x}{2}$

Do đó : $S_{MNPQ}=\dfrac{x(4a-3x)}{4}=\dfrac{1}{12}.3x.(4a-3x)$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương $3x$ và $4a-3x$

$3x\left(4a-3x\right)\le\left(\dfrac{3x+4a-3x}{2}\right)^2=4a^2 \le 4a^2$

$\Rightarrow S_{MNPQ}\le\dfrac{1}{12}.4a^2=\dfrac{a^2}{3}$

Đẳng thức xảy ra khi $3x=4a-3x \Leftrightarrow x=\dfrac{2a}{3}$

Vậy : $x=\dfrac{2a}{3}$ thì $S_{MNPQ}$ đạt giá trị lớn nhất.