

Do đó phần thực của z là 7.

Ta chọn đáp án A.

Câu 34. Tập nghiệm trong \square của phương trình $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ là:

A. $\{-i; i; 1; -1\}$

B. $\{-i; i; 1\}$

C. $\{-i; -1\}$

D. $\{-i; i; -1\}$

Hướng dẫn giải:

$$z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow (z+1)(z^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = \pm i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 35. Trên tập số phức, phương trình bậc hai có hai nghiệm $\alpha = 4 + 3i; \beta = -2 + i$ là:

A. $z^2 + (2 + 4i)z - (11 + 2i) = 0$

B. $z^2 - (2 + 4i)z - (11 + 2i) = 0$

C. $z^2 - (2 + 4i)z + (11 + 2i) = 0$

D. $z^2 + (2 + 4i)z + (11 + 2i) = 0$

Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý Viet, ta có: $\begin{cases} S = \alpha + \beta = 2 + 4i \\ P = \alpha \cdot \beta = -11 - 2i \end{cases}$

Do đó α, β là hai nghiệm của phương trình:

$$z^2 - Sz + P = 0 \Leftrightarrow z^2 - (2 + 4i)z - (11 + 2i) = 0$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 36. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Hướng dẫn giải:

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \square$) là số phức thỏa mãn điều kiện trên. Ta có:

$$z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 + a - bi \Leftrightarrow a + 2b^2 - bi - 2abi = 0 \Leftrightarrow (a + 2b^2) + (-b - 2ab)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b^2 = 0 \\ b + 2ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b^2 = 0 \\ b = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ a = -\frac{1}{2} \\ b = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta chọn đáp án A.

Câu 37. Phương trình $(2 + i)z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \square$) có hai nghiệm là $3 + i$ và $1 - 2i$. Khi đó

$a = ?$

A. $-9 - 2i$

B. $15 + 5i$

C. $9 + 2i$

D. $15 - 5i$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có:

$$S = z_1 + z_2 = -\frac{a}{2 + i} = 4 - i \Leftrightarrow a = (i - 4)(i + 2) \Leftrightarrow a = -9 - 2i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tính $\left| z + \frac{6}{z + i} \right|$

- A. $\sqrt{17}$ và 4 B. $\sqrt{17}$ và 5 C. $\sqrt{17}$ và 3 D. $\sqrt{17}$ và 2

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow (z-3)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z = 3 \pm 2i$$

+) Nếu $z = 3 + 2i$:

$$z + \frac{6}{z+i} = 3 + 2i + \frac{6}{3+3i} = \frac{9+15i}{3+3i} = \frac{-18+72i}{18} = -1+4i$$

$$\Rightarrow \left| z + \frac{6}{z+i} \right| = |-1+4i| = \sqrt{17}$$

+) Nếu $z = 3 - 2i$:

$$z + \frac{6}{z+i} = 3 - 2i + \frac{6}{3-i} = \frac{13-9i}{3-i} = \frac{30-40i}{10} = 3-4i$$

$$\Rightarrow \left| z + \frac{6}{z+i} \right| = |3-4i| = 5$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 39. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1-3i)z - 2(1+i) = 0$. Khi đó

$w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2$ là số phức có môđun là:

- A. 2 B. $\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{13}$ D. $\sqrt{20}$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có:
$$\begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -1+3i \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = -2(1+i) \end{cases}$$

$$w = z_1^2 + z_2^2 - 3z_1z_2 = S^2 - 5P = (-1+3i)^2 + 10(1+i) = 2+4i$$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 40. Số nghiệm của phương trình với ẩn số phức z : $4z^2 + 8|z|^2 - 3 = 0$ là:

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Hướng dẫn giải:

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là nghiệm của phương trình. Ta có:

$$4(a+bi)^2 + 8(a^2+b^2) - 3 = 0 \Leftrightarrow 4(a^2 - b^2 + 2abi) + 8(a^2 + b^2) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12a^2 + 4b^2 + 8abi - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12a^2 + 4b^2 = 3 \\ ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2 + b^2 = 1 \\ ab = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a^2 + 4ab + b^2 = 1 \\ ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2a+b)^2 = 1 \\ \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=\pm 1 \\ a=\pm \frac{1}{4} \\ b=0 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 4 nghiệm phức

Ta chọn đáp án A.

Câu 41. Tìm số phức z để $z - \bar{z} = z^2$.

A. $z = 0; z = 1 - i$

B. $z = 0; z = 1 + i$

C. $z = 0; z = 1 + i; z = 1 - i$

D. $z = 1 + i; z = 1 - i$

Hướng dẫn giải:

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn đẳng thức trên. Ta có:

$$z - \bar{z} = z^2 \Leftrightarrow a + bi - a - bi = (a + bi)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \pm 1 \\ a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = 1 + i \\ z = 1 - i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 42. Với mọi số ảo z , số $z^2 + |z|^2$ là:

A. Số thực âm

B. Số 0

C. Số thực dương

D. Số ảo khác 0

Hướng dẫn giải:

Do z là số ảo nên z có dạng: $z = bi (b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $z^2 + |z|^2 = (bi)^2 + b^2 = -b^2 + b^2 = 0$.

Ta chọn đáp án A.

Câu 43. Trong trường số phức phương trình $z^3 + 1 = 0$ có mấy nghiệm?

A. 2

B. 3

C. 1

D. 0

Hướng dẫn giải:

$$z^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)(z^2 - z + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có ba nghiệm trong trường số phức.

Ta chọn đáp án A.

Câu 44. Giá trị của các số thực b, c để phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm một nghiệm là:

A. $\begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} b = -2 \\ c = -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Do $z = 1 + i$ là một nghiệm của $z^2 + bz + c = 0$ nên ta có:

$$(1 + i)^2 + b(1 + i) + c = 0 \Leftrightarrow b + c + bi + 2i = 0 \Rightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, phương trình $z^2 + 7z + 15 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Giá trị biểu thức $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ là:

A. -7

B. 8

C. 15

D. 22

Hướng dẫn giải:

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -7 \\ P = z_1 z_2 = \frac{c}{a} = 15 \end{cases} \Rightarrow z_1 + z_2 + z_1 z_2 = S + P = -7 + 15 = 8$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 46. Tìm số nguyên x, y sao cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

$$z^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow (x + yi)^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow x^3 + 3x^2yi - 3xy^2 - y^3i = 18 + 26i$$

$$\Leftrightarrow (x^3 - 3xy^2) + (3x^2y - y^3)i = 18 + 26i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x^2 - 3y^2) = 18 \\ y(3x^2 - y^2) = 26 \end{cases}$$

Do x, y nguyên nên

$$x(x^2 - 3y^2) = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3 \\ x^2 - 3y^2 = 6 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 6 \\ x^2 - 3y^2 = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 6 \\ y = \pm\sqrt{11} \text{ (loại)} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Mà } y(3x^2 - y^2) = 26 \Rightarrow x = 3; y = 1$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 47. Trên tập số phức, cho phương trình sau: $(z + i)^4 + 4z^2 = 0$. Có bao nhiêu nhận xét đúng trong số các nhận xét sau?

1. Phương trình vô nghiệm trên trường số thực \square .
2. Phương trình vô nghiệm trên trường số phức \square .
3. Phương trình không có nghiệm thuộc tập số thực.
4. Phương trình có bốn nghiệm thuộc tập số phức.
5. Phương trình chỉ có hai nghiệm là số phức.
6. Phương trình có hai nghiệm là số thực

A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Hướng dẫn giải:

$$(z + i)^4 + 4z^2 = 0 \Leftrightarrow (z + i)^4 = -4z^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (z + i)^2 = 2iz \\ (z + i)^2 = -2iz \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 - 1 = 0 \\ z^2 + 4iz - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ (z + 2i)^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ z = (-2 \pm \sqrt{3})i \end{cases}$$

Do đó phương trình có 2 nghiệm thực và 4 nghiệm phức. Vậy nhận xét 4, 6 đúng.

Ta chọn đáp án A.

Câu 48. Phương trình $z^6 - 9z^3 + 8 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên tập số phức?

A. 3 B. 4 C. 2 D. 6

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$z^6 - 9z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z-2)(z^2+z+1)(z^2+2z+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z=1 \\ z=2 \\ z=\pm\sqrt[3]{-1} \\ -1\pm i\sqrt{3} \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 49. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I(1;1)$ B. $I(-1;0)$ C. $I(0;1)$ D. $I(1;0)$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm 2i$$

$$\Rightarrow A(1;2); B(1;-2)$$

Do đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(1;0)$.

Ta chọn đáp án A.

Câu 50. Cho phương trình $z^2 + mz - 6i = 0$. Để phương trình có tổng bình phương hai nghiệm bằng 5 thì m có dạng $m = \pm(a+bi)$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị $a+2b$ là:

A. 0 B. 1 C. -2 D. -1

Hướng dẫn giải:

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -m \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = -6i \end{cases}$$

Theo bài cho, tổng bình phương hai nghiệm bằng 5. Ta có:

$$z_1^2 + z_2^2 = S^2 - 2P = m^2 + 12i = 5 \Leftrightarrow m^2 = 5 - 12i \Leftrightarrow m^2 = (3 - 2i)^2$$

$$\Rightarrow m = \pm(3 - 2i)$$

$$\Rightarrow a = 3; b = -2 \Rightarrow a + 2b = 3 - 4 = -1$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 51. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Giá trị của

$P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$ là:

A. $\frac{17}{8}$ B. $\frac{17}{9}$ C. $\frac{9}{17}$ D. $\frac{17i}{9}$

Hướng dẫn giải:

Với mọi $z \neq \frac{i}{2}$, ta có:

$$\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z-1}{2z-i} = \pm 1 \\ \frac{z-1}{2z-i} = \pm i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1+i \\ z = \frac{1+i}{3} \\ z = \frac{2+4i}{5} \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P &= (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1) = [(-1+i)^2 + 1] \left[\frac{(1+i)^2}{9} + 1 \right] \left[\frac{(2+4i)^2}{25} + 1 \right] \\ &= (1-2i) \frac{9+2i}{9} \cdot \frac{13+16i}{25} = \frac{425}{9 \cdot 25} = \frac{17}{9} \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 52. Trong tập số phức, giá trị của m để phương trình bậc hai $z^2 + mz + i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $-4i$ là:

- A.** $\pm(1-i)$ **B.** $(1-i)$ **C.** $\pm(1+i)$ **D.** $-1-i$

Hướng dẫn giải:

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình.

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -m \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = i \end{cases} \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = S^2 - 2P = m^2 - 2i$$

$$\text{Ta có: } m^2 - 2i = -4i \Leftrightarrow m^2 = -2i \Leftrightarrow m^2 = (1-i)^2 \Leftrightarrow m = \pm(1-i)$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 53. Cho phương trình $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$ trong đó m là tham số phức. Giá trị của m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = -10$ là:

- A.** $m = 2 \pm 2\sqrt{2}i$ **B.** $m = 2 + 2\sqrt{2}i$ **C.** $m = 2 - 2\sqrt{2}i$ **D.** $m = -2 - 2\sqrt{2}i$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = m \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 2m - 1 \end{cases}$$

$$z_1^2 + z_2^2 = -10 \Leftrightarrow S^2 - 2P = -10 \Leftrightarrow m^2 - 2(2m - 1) = -10 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 54. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 8 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Giá trị của số phức $w = (2z_1 + z_2)\overline{z_1}$ là:

- A.** $12 + 6i$ **B.** 10 **C.** 8 **D.** $12 - 6i$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 + 2z + 8 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 + 7 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm \sqrt{7}i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + \sqrt{7}i \\ z_2 = -1 - \sqrt{7}i \end{cases}$$

$$w = (2z_1 + z_2)\bar{z}_1 = [2(-1 + \sqrt{7}i) + (-1 - \sqrt{7}i)](-1 - \sqrt{7}i) = (-1 + \sqrt{7}i)(-1 - \sqrt{7}i) = 1 + 7 = 8$$

Câu 55. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $z^4 - 1 = 0$ trên tập số phức là bao nhiêu?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Hướng dẫn giải:

$$z^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ z = \pm i \end{cases}$$

Do đó tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $1 - 1 = 0$

Ta chọn đáp án A.

Câu 56. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 6 = 0$. Trong đó z_1 có phần ảo âm. Giá trị biểu thức $M = |z_1| + |3z_1 - z_2|$ là:

- A. $\sqrt{6} - 2\sqrt{21}$ B. $\sqrt{6} + 2\sqrt{21}$ C. $\sqrt{6} + 4\sqrt{21}$ D. $\sqrt{6} - 4\sqrt{21}$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 2z + 6 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{5}i$$

$$\Rightarrow z_1 = 1 - \sqrt{5}i; z_2 = 1 + \sqrt{5}i$$

$$\Rightarrow M = |z_1| + |3z_1 - z_2| = |1 - \sqrt{5}i| + |2 - 4\sqrt{5}i| = \sqrt{6} + \sqrt{84} = \sqrt{6} + 2\sqrt{21}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 57. Phương trình $x^4 + 2x^2 - 24x + 72 = 0$ trên tập số phức có các nghiệm là:

- A. $2 + i\sqrt{2}$ hoặc $-2 + 2i\sqrt{2}$ B. $2 + i\sqrt{2}$ hoặc $1 + 2i\sqrt{2}$
C. $1 + 2i\sqrt{2}$ hoặc $-2 + 2i\sqrt{2}$ D. $-1 + 2i\sqrt{2}$ hoặc $-2 + 2i\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

$$x^4 + 2x^2 - 24x + 72 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 6)(x^2 + 4x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 6 = 0 \\ x^2 + 4x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + 2 = 0 \\ (x+2)^2 + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \pm \sqrt{2}i \\ x = -2 \pm 2\sqrt{2}i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 58. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + 7 = 0$. Khi đó $A = z_1^4 + z_2^4$ có giá trị là:

- A. 23 B. $\sqrt{23}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$

Hướng dẫn giải:

Theo Viet, ta có:
$$\begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -\sqrt{3} \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 7 \end{cases}$$

$$A = z_1^4 + z_2^4 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2 = (3 - 2 \cdot 7)^2 - 2 \cdot 49 = 23$$

Ta chọn đáp án A.