

Vậy $a+b+c = \frac{2}{7}$.

Câu 82. Tính $F(x) = \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx$. Chọn kết quả đúng:

A. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + C$.

C. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \sqrt{1+x^2} + C$.

D. $F(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - x\sqrt{1+x^2} + C$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với $u = \ln(x + \sqrt{1+x^2}); dv = dx$

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
$\ln(x + \sqrt{1+x^2})$	1
$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ (Chuyển $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ qua dv)	x
1	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ (Nhận $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ từ u)
0	$\sqrt{1+x^2}$

Câu 83. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 e^{x^2}$ và đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua gốc tọa độ O . Chọn kết quả đúng:

A. $f(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2} e^{x^2} + \frac{1}{2}$.

B. $f(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} + \frac{1}{2} e^{x^2} - \frac{1}{2}$.

C. $f(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2} e^{x^2} - \frac{1}{2}$.

D. $f(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} + \frac{1}{2} e^{x^2} + \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Đặt $u = x^2, dv = x e^{x^2}$ chọn $du = 2x dx, v = \frac{1}{2} e^{x^2}$ ta được

$f(x) = \frac{1}{2} x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2} e^{x^2} + C$. Đồ thị đi qua $O(0;0)$ nên $C = \frac{1}{2}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
x^2	$x e^{x^2}$
$2x$ (chuyển $2x$ qua dv)	$\frac{1}{2} e^{x^2}$
1	$x e^{x^2}$ (nhận $2x$ từ u)

0	$\frac{1}{2}e^{x^2}$
---	----------------------

$f(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + C$. Đồ thị đi qua $O(0;0)$ nên $C = \frac{1}{2}$.

Câu 84. Tính $F(x) = \int \sqrt{x^2-1} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$. **B.**

$F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} + \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln|x - \sqrt{x^2-1}| + C$. **D.**

$F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} + \frac{1}{2}\ln|x - \sqrt{x^2-1}| + C$.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Sử dụng định nghĩa $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$

Nhập máy tính $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$. CALC x tại một số giá trị ngẫu nhiên trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

Cách 2: Đặt $u = \sqrt{x^2-1}$, $dv = dx$ ta được $F(x) = x\sqrt{x^2-1} - F(x) - J(x)$

với $J(x) = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$, bằng cách đặt $u = x + \sqrt{x^2-1}$ ta được $J(x) = \ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2-1}| + C$.

4.1.6. ÔN TẬP

Câu 85. Kết quả của $\int \sin^2 x \cos x dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$. **B.** $\sin^3 x + C$. **C.** $-\frac{1}{3} \sin^3 x + C$. **D.** $-\sin^3 x + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \sin^2 x \cos x dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = -\frac{1}{3} \sin^3 x + C$.

Câu 86. Tính $\int \cos^2 x \sin x dx$ bằng

- A.** $-\frac{1}{3} \cos^3 x + C$. **B.** $-\cos^3 x + C$. **C.** $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$. **D.** $\cos^3 x + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \cos^2 x \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{1}{3} \cos^3 x + C$.

Câu 87. Kết quả của $\int \sin^3 x dx$ bằng

- A.** $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$. **B.** $-\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C$.
C. $3 \sin^2 x \cdot \cos x + C$. **D.** $\frac{\cos^3 x}{6} - \cos x + C$.

Hướng

dẫn

giải:

$$\int \sin^3 x dx = \int (1 - \cos^2 x) \sin x dx = -\int (1 - \cos^2 x) d(\cos x) = \frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C.$$

Câu 88. Kết quả của $\int \cos^3 x dx$ bằng

- A.** $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$. **B.** $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$.
C. $3 \sin^2 x \cdot \cos x + C$. **D.** $-\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$.

Hướng

dẫn

giải:

$$\int \cos^3 x dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) d(\sin x) = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C.$$

Câu 89. Kết quả của $\int \sin^4 x \cos x dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{5} \sin^5 x + C$. **B.** $-\frac{1}{5} \sin^5 x + C$. **C.** $\sin^5 x + C$. **D.** $-\sin^5 x + C$.

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \sin^4 x \cos x dx = \int \sin^4 x d(\sin x) = \frac{1}{5} \sin^5 x + C$.

Câu 90. Tính $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$ bằng

- A.** $e^{\tan x} + C$. **B.** $\tan x \cdot e^{\tan x} + C$. **C.** $e^{-\tan x} + C$. **D.** $-e^{\tan x} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = \int e^{\tan x} d(\tan x) = e^{\tan x} + C$.

Câu 91. Tính $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx$ bằng:

- A.** $2 \tan \sqrt{x} + C$. **B.** $\tan \sqrt{x} + C$. **C.** $\tan^2 \sqrt{x} + C$. **D.** $\frac{1}{2} \tan \sqrt{x} + C$.

Hướng dẫn giải: $\int \frac{1}{\sqrt{x} \cos^2 \sqrt{x}} dx = 2 \int \frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}} d(\sqrt{x}) = 2 \tan \sqrt{x} + C.$

Câu 92. Tính $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx$ bằng

- A.** $\ln|x^3+1|+C.$ **B.** $\frac{4x^3}{x^4+4x}+C.$ **C.** $\ln(x^3+1)+C.$ **D.** $\frac{x^3}{x^4+x}+C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx = \int \frac{1}{x^3+1} d(x^3+1) = \ln|x^3+1|+C.$

Câu 93. Tính $\int \frac{6x^2-12x}{x^3-3x^2+6} dx$ bằng

- A.** $2 \ln|x^3-3x^2+6|+C.$ **B.** $\ln|x^3-3x^2+6|+C.$
C. $\frac{1}{2} \ln|x^3-3x^2+6|+C.$ **D.** $2 \ln(x^3-3x^2+6)+C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{6x^2-12x}{x^3-3x^2+6} dx = 2 \int \frac{1}{x^3-3x^2+6} d(x^3-3x^2+6) = 2 \ln|x^3-3x^2+6|+C.$

Câu 94. Tính $\int \frac{4x^3+2x}{x^4+x^2+3} dx$ bằng

- A.** $\ln|x^4+x^2+3|+C.$ **B.** $2 \ln|x^4+x^2+3|+C.$
C. $\frac{1}{2} \ln|x^4+x^2+3|+C.$ **D.** $-2 \ln(x^4+x^2+3)+C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{4x^3+2x}{x^4+x^2+3} dx = \int \frac{1}{x^4+x^2+3} d(x^4+x^2+3) = \ln|x^4+x^2+3|+C.$

Câu 95. Tính $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x-1} dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{3} \ln|x^3+3x-1|+C.$ **B.** $\ln|x^3+3x-1|+C.$
C. $\ln|x^3+3x-1|+C.$ **D.** $\frac{1}{3} \ln(x^3+3x-1)+C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x-1} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{x^3+3x-1} d(x^3+3x-1) = \frac{1}{3} \ln|x^3+3x-1|+C.$

Câu 96. Tính $\int e^{6x-5} dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{6} e^{6x-5} + C.$ **B.** $e^{6x-5} + C.$ **C.** $6e^{6x-5} + C.$ **D.** $e^{6x+5} - C.$

Hướng dẫn giải: $\int e^{6x-5} dx = \frac{1}{6} \int e^{6x-5} d(6x-5) = \frac{1}{6} e^{6x-5} + C.$

Câu 97. Tính $\int e^{-x-5} dx$ bằng

- A.** $-e^{-x-5} + C.$ **B.** $e^{-x-5} + C.$ **C.** $e^{x+5} + C.$ **D.** $-e^{x+5} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int e^{-x-5} dx = -\int e^{-x-5} d(-x-5) = -e^{-x-5} + C.$

Câu 98. Tính $\int (5-9x)^{12} dx$ bằng

A. $-\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C.$ **B.** $\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C.$ **C.** $\frac{(5-9x)^{13}}{13} + C.$ **D.** $\frac{(5-9x)^{13}}{9} + C.$

Hướng dẫn giải: $\int (5-9x)^{12} dx = -\frac{1}{9} \int (5-9x)^{12} d(5-9x) = -\frac{(5-9x)^{13}}{117} + C.$

Câu 99. Tính $\int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) dx$ bằng

A. $\frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

B. $\sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

C. $-5 \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D. $-\frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) dx = \frac{1}{5} \int \cos\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) d\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{5} \sin\left(5x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Câu 100. Tính $\int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx$ bằng

A. $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

B. $4 \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

C. $-\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D. $\frac{1}{4} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \int \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} d\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Câu 101. Tính $\int \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

B. $\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

C. $-\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

D. $-\frac{1}{4} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C.$

Hướng dẫn giải

$\int \frac{1}{(\cos x + \sin x)^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} d\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

Câu 102. Tính $\int \frac{12x+5}{3x+1} dx$ bằng

A. $4x + \frac{1}{3} \ln|3x+1| + C.$

B. $\frac{6x^2+5x}{x^3+x} + C.$

C. $4x + \ln|3x+1| + C.$

D. $4x + \frac{1}{3} \ln(3x+1) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{12x+5}{3x+1} dx = \int \left(4 + \frac{1}{3x+1}\right) dx = 4x + \frac{1}{3} \ln|3x+1| + C.$

Câu 103. Tính $\int \frac{2x^2+x}{2x-1} dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \ln|2x-1| + C.$

B. $\frac{x^2}{2} + x + \ln|2x-1| + C.$

C. $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} \ln(2x-1) + C.$

D. $\frac{x^2}{2} + x + 2 \ln(2x-1) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{2x^2+x}{2x-1} dx = \int \left(x+1 + \frac{1}{2x-1} \right) dx = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{2} |2x-1| + C.$

Câu 104. Tính $\int \frac{-x}{(x+1)^2} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C.$

B. $\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C.$

C. $-\frac{1}{x+1} + \ln|x+1| + C.$

D. $-\frac{1}{x+1} - \ln(x+1) + C.$

Hướng dẫn giải: $\int \frac{-x}{(x+1)^2} dx = \int \left(\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} \right) dx = -\frac{1}{x+1} - \ln|x+1| + C.$

Câu 105. Tính $\int \sin x(2 + \cos x) dx$ bằng

A. $-2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

B. $2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$

C. $2 \cos x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

D. $2 \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Hướng dẫn giải: $\int \sin x(2 + \cos x) dx = \int (2 \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x) dx = -2 \cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + C.$

Câu 106. Tính $\int x \cdot 2^x dx$ bằng:

A. $\frac{x \cdot 2^x}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln^2 2} + C.$

B. $\frac{2^x(x-1)}{\ln 2} + C.$

C. $2^x(x+1) + C.$

D. $2^x(x-1) + C.$

Hướng dẫn giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = 2^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{2^x}{\ln 2} \end{cases}$. Ta có $\int x \cdot 2^x dx = \frac{x \cdot 2^x}{\ln 2} - \int \frac{2^x}{\ln 2} dx = \frac{x \cdot 2^x}{\ln 2} - \frac{2^x}{\ln^2 2} + C.$

Câu 107. Tính $\int \ln x dx$ bằng:

A. $x \ln x - x + C.$

B. $x \ln x - \frac{x^2}{2} \ln x + C.$

C. $\frac{1}{x} \ln x - x + C.$

D. $x \ln x - \frac{1}{x} + C.$

Hướng dẫn giải

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$. Ta có $\int \ln x dx = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C.$

Câu 108. Tính $\int 2x \ln(x-1) dx$ bằng:

A. $(x^2 - 1)\ln(x - 1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

B. $x^2 \ln(x - 1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

C. $(x^2 + 1)\ln(x - 1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

D. $(x^2 - 1)\ln(x - 1) - \frac{x^2}{2} + x + C.$

Hướng dẫn giải

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x - 1) \\ dv = 2xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x - 1} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$

Ta có $\int 2x \ln(x - 1) dx = (x^2 - 1)\ln(x - 1) - \int (x + 1) dx = (x^2 - 1)\ln(x - 1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

Câu 109. Tính $\int \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx$ bằng:

A. $-\cos x + \tan x + C.$

B. $\cos x + \tan x + C.$

C. $\cos x - \tan x + C.$

D. $-\cos x - \frac{1}{\cos x} + C.$

Hướng dẫn giải: Ta có $\int \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\cos x + \tan x + C$

Câu 110. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - \cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$

B. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}.$

C. $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}.$

D. $f(x) = \frac{1}{|\sin x - \cos x|}.$

Hướng dẫn giải: Ta có $F'(x) = \frac{(\sin x - \cos x)'}{\sin x - \cos x} = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}.$

Câu 111. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$ thỏa mãn điều kiện $F(-2) = 3$ là:

A. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x - \frac{37}{3}.$

B. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + C.$

C. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x.$

D. $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + \frac{37}{3}.$

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x) = \int (3x^3 - 2x^2 + 1) dx = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x + C$ và $F(-2) = 3 \Leftrightarrow C = -\frac{37}{3}$

Vậy $F(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x - \frac{37}{3}.$

VẬN DỤNG CAO

4.1.1. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC, PHÂN THỨC.

Câu 112. Kết quả tích $\int \frac{-x^3 + 5x + 2}{4 - x^2} dx$ bằng

A. $\frac{x^2}{2} - \ln|2 - x| + C.$

B. $\frac{x^2}{2} + \ln|2 - x| + C.$

C. $\frac{x^3}{3} - \ln|2 - x| + C.$

D. $\frac{x^3}{3} + \ln|x - 2| + C.$

Hướng dẫn giải

$$\frac{-x^3 + 5x + 2}{4 - x^2} = \frac{x^3 - 5x - 2}{x^2 - 4} = \frac{(x + 2)(x^2 - 2x - 1)}{(x + 2)(x - 2)} = x - \frac{1}{x - 2}. \text{ Sử dụng bảng nguyên hàm.}$$

Câu 113. Họ nguyên hàm của $f(x) = x^2(x^3 + 1)^5$ là

A. $F(x) = \frac{1}{18}(x^3 + 1)^6 + C.$

B. $F(x) = 18(x^3 + 1)^6 + C.$

C. $F(x) = (x^3 + 1)^6 + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{9}(x^3 + 1)^6 + C.$

Hướng dẫn giải: Đặt $t = x^3 + 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$. Khi đó

$$\int x^2(x^3 + 1)^5 dx = \frac{1}{3} \int t^5 dt = \frac{1}{18} t^6 + C = \frac{1}{18}(x^3 + 1)^6 + C.$$

Câu 114. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + x^3 + 1}{x^3}$ là hàm số nào?

A. $F(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + x - \frac{1}{2x^2} + C.$

B. $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + x - \frac{1}{2x^2} + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

Hướng dẫn giải: $f(x) = \frac{x^2 + x + x^3 + 1}{x^3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 1 + \frac{1}{x^3}$. Sử dụng bảng nguyên hàm.

Câu 115. Giá trị m để hàm số $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$ là:

A. $m = 1.$

B. $m = 0.$

C. $m = 2.$

D. $m = 3.$

Hướng dẫn giải: $\int (3x^2 + 10x - 4) dx = x^3 + 5x^2 - 4x + C$, nên $m = 1$.

Câu 116. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4(2x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{8}$. Khi đó

$F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{3}{8}(x + 1) - \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{64} \sin 8x.$

B. $F(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{64} \sin 8x.$

C. $F(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8} \sin 2x + \frac{1}{64} \sin 4x + \frac{3}{8}.$

D. $F(x) = x - \sin 4x + \sin 6x + \frac{3}{8}.$

Hướng dẫn giải

$$\sin^4(2x) = \left(\frac{1 - \cos 4x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos 4x + \cos^2 4x) = \frac{1}{4}\left(1 - 2\cos 4x + \frac{1 + \cos 8x}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos 8x}{8}$$

Nên $\int \sin^4(2x)dx = \int \left(\frac{3}{8} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos 8x}{8}\right)dx = \frac{3}{8}x - \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 8x}{64} + C.$

Vì $F(0) = \frac{3}{8}$ nên suy ra đáp án.

Câu 117. Biết hàm số $f(x) = (6x+1)^2$ có một nguyên hàm là $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = 20$. Tính tổng $a + b + c + d$.

- A.** 46. **B.** 44. **C.** 36. **D.** 54.

Hướng dẫn giải

$$\int (6x+1)^2 dx = \int (36x^2 + 12x + 1)dx = 12x^3 + 6x^2 + x + C \text{ nên } a = 12; b = 6; c = 1$$

Thay $F(-1) = 20$. $d = 27$, cộng lại và chọn đáp án.

Câu 118. Hàm số $f(x) = x\sqrt{x+1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $F(0) = 2$ thì $F(3)$ bằng

- A.** $\frac{146}{15}$. **B.** $\frac{116}{15}$. **C.** $\frac{886}{105}$. **D.** $\frac{105}{886}$.

Hướng dẫn giải: Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow 2tdt = dx$

$$\int x\sqrt{x+1}dx = \int (2t^4 - 2t^2)dt = \frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + C = \frac{2}{5}(\sqrt{x+1})^5 - \frac{2}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$$

Vì $F(0) = 2$ nên $C = \frac{34}{15}$. Thay $x = 3$ ta được đáp án.

Câu 119. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cos x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Khi đó phát biểu nào sau đây đúng?

- A.** $F(x)$ là hàm số chẵn.
B. $F(x)$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $F(x)$ tuần hoàn với chu kỳ là 2π .
D. Hàm số $F(x)$ không là hàm số chẵn cũng không là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải

$$\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$F(0) = 1$ nên $C = 0$. Do đó $F(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 120. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3}$ thỏa mãn $F(0) = 0$ là

- A.** $\ln \left| 1 + \frac{\sin^2 x}{3} \right|$. **B.** $\ln |1 + \sin^2 x|$. **C.** $\frac{\ln |2 + \sin^2 x|}{3}$. **D.** $\ln |\cos^2 x|$.

Hướng dẫn giải: Đặt $t = \sin^2 x + 3 \Rightarrow dt = 2 \sin x \cos x dx$

$$\int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln |t| + C = \ln |\sin^2 x + 3| + C$$

vì $F(0) = 0$ nên $C = -\ln 3$. Chọn đáp án.

Câu 121. Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn

$$F(0) = 1 \text{ và } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}.$$

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $-\frac{4}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải: $\int \left(\frac{4m}{\pi} + \sin^2 x\right) dx = \frac{4m}{\pi}x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$ vì $F(0) = 1$ nên $C = 1$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8} \text{ nên tính được } m = -\frac{3}{4}$$

4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

Câu 122. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$. **B.** $\int f(x) dx = \ln|\sin x| + \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$. **D.**

$$\int f(x) dx = -\ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C.$$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos x} &= \int \frac{\cos x dx}{\sin x \cdot \cos^2 x} = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x \cdot (1 - \sin^2 x)} = \frac{1}{2} \int \frac{d(\sin x)}{1 - \sin x} + \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} - \frac{1}{2} \int \frac{d(\sin x)}{1 + \sin x} \\ &= \frac{-1}{2} \ln|1 - \sin x| + \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 + \sin x| + C = \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C \end{aligned}$$

Câu 123. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2 \sin^3 x}{1 + \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \cos^2 x - 2 \cos x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos^2 x - 2 \cos x + C$.

C. $\int f(x) dx = \cos^2 x + \cos x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos^2 x + 2 \cos x + C$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \int \frac{2 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx &= \int \frac{2 \sin^2 x}{1 + \cos x} \cdot \sin x dx = \int \frac{2 \cos^2 x - 2}{1 + \cos x} d(\cos x) \\ &= \int 2(\cos x - 1) d(\cos x) = \cos^2 x - 2 \cos x + C \end{aligned}$$

Câu 124. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{-\cot^4 x}{4} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{\cot^4 x}{4} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{\cot^2 x}{2} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{\tan^4 x}{4} + C$.