

Gọi H là trung điểm AB . ΔSAB vuông cân tại S cạnh $AB = a \Rightarrow SH = \frac{a}{2}$.

Ta có: ΔSAB cân $\Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ (vì $(SAB) \perp (ABC)$).

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$.

- A.** $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

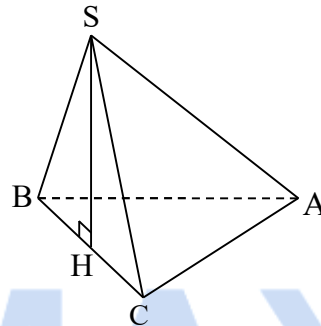
ΔABC vuông tại A

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 2a.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$



Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a . Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $SB = \frac{3a}{2}$.

- A.** $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

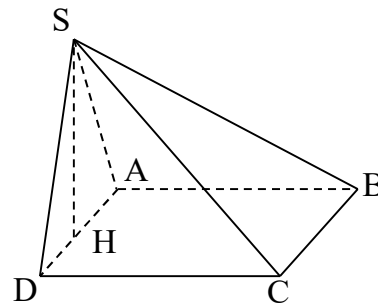
ΔABH vuông tại A

$$\Rightarrow BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a.$$

$$S_{ABCD} = a^2.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}.$$



Câu 17. Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3 2}{3}$.

C. $a^3\sqrt{12}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

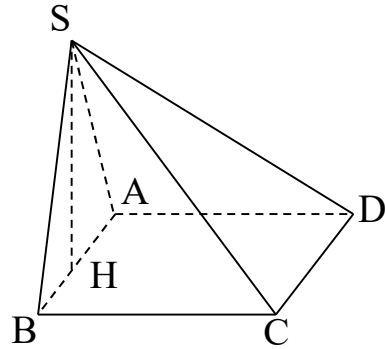
Hướng dẫn giải:

$$S_{ABCD} = a^2$$

$$HD^2 = AH^2 + AD^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\frac{13a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$



Câu 18. Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình thoi, $AB = 2a$, góc BAD bằng 120° . Hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là I giao điểm của 2 đường chéo, biết $SI = \frac{a}{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

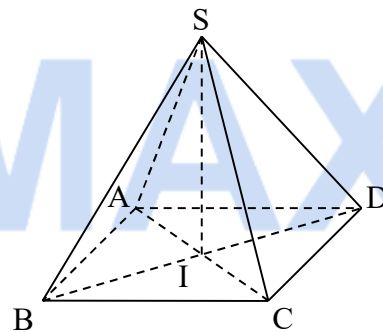
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} SI = \frac{a}{2} \\ S_{ABCD} = AB.AD.\sin BAD = 2\sqrt{3}a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$



Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Tính tỉ số

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$$

A. 4.

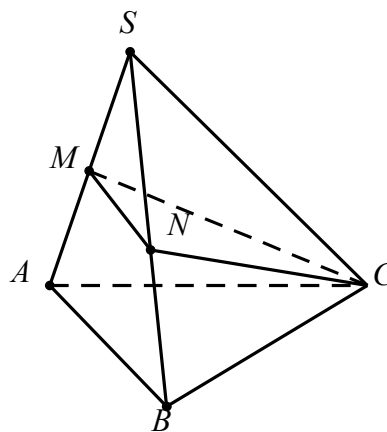
B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA}{SM} \cdot \frac{SB}{SN} = 4$$



Câu 20. Cho khối chóp $O.ABC$. Trên ba cạnh OA, OB, OC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $2OA' = OA, 4OB' = OB, 3OC' = OC$. Tính tỉ số $\frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{O.ABC}}$

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{24}$.

C. $\frac{1}{16}$.

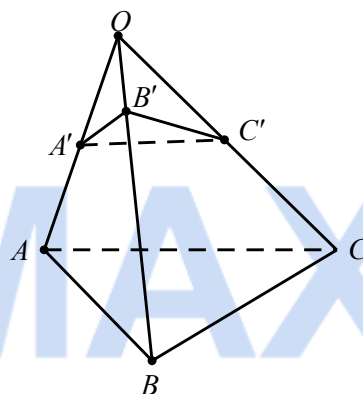
D. $\frac{1}{32}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{1}{2}; \quad \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{4}; \quad \frac{OC'}{OC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{O.A'B'C'}}{V_{O.ABC}} = \frac{OA'}{OA} \cdot \frac{OB'}{OB} \cdot \frac{OC'}{OC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$$



Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi (α) là mặt phẳng qua A và song song với BC . (α) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$ biết (α) chia khối chóp thành 2 phần có thể tích bằng nhau.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{4}$.

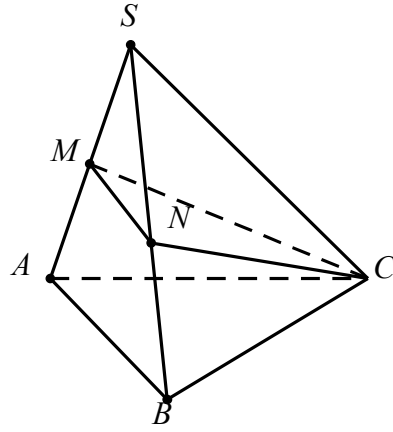
D. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \left(\frac{SM}{SB}\right)^2$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

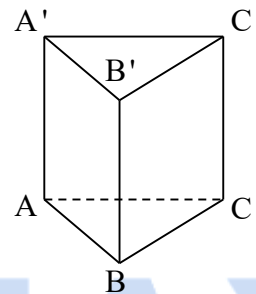


Câu 22. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = a \\ S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = h.S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$



Câu 23. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $A'A = A'B = A'D$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD .

$ABCD$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow OA = OB = OD$$

Mà $A'A = A'B = A'D$ nên

$A'O \perp (ABD)$ (vì $A'O$ là trục tâm

giác ABD)

ΔABD vuông tại A

$$\Rightarrow BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$$

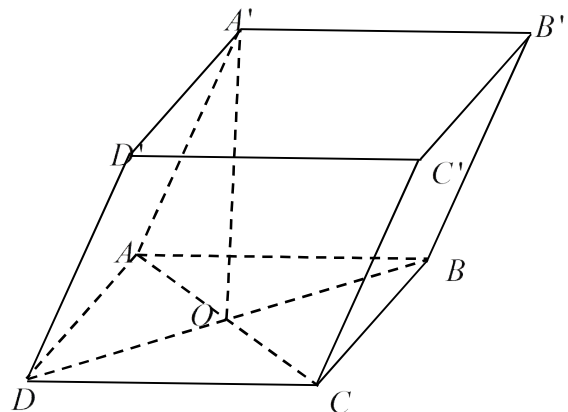
$$\Rightarrow OA = OB = OD = a$$

$\Delta AA'O$ vuông tại O

$$\Rightarrow A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'O \cdot S_{ABCD} = 3a^3.$$



- Câu 24.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$.
- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trung điểm của BC
 $\Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

ABC là tam giác vuông tại A

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$$

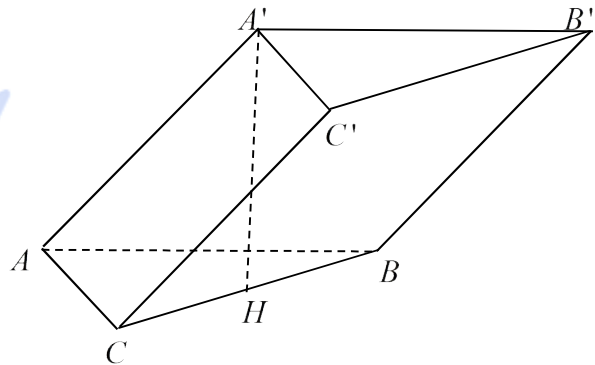
$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = a$$

$\Delta A'AH$ vuông tại H

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \frac{3a^3}{2}$$



- Câu 25.** Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình thoi. Hình chiếu của A' lên $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABD . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA'B'C'$ biết $AB = a$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AA' = a$.
- A. $a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là trọng tâm của tam giác

ABD

$\Rightarrow A'H \perp (ABCD)$.

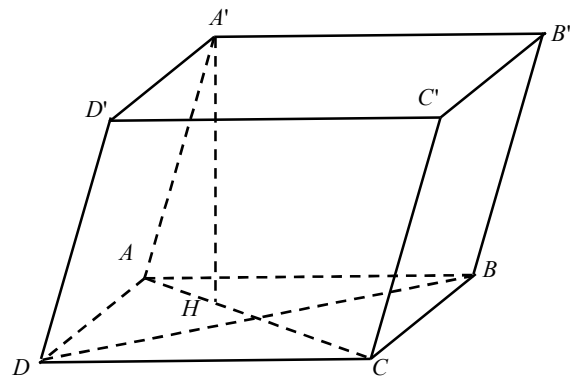
Ta có: $\angle BAD = 180^\circ - \angle ABC = 60^\circ$.

Tam giác ABD cân có $\angle BAD = 60^\circ$
 nên tam giác ABD đều.

ABD là tam giác đều cạnh a

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta A'AH \text{ vuông tại } H \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$



$$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; V_{ABCD A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 26. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

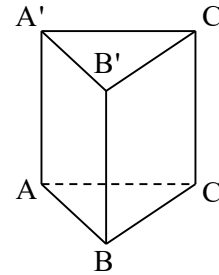
Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

$$\Rightarrow S_{BB'C'} = \frac{1}{2}S_{BB'C'C} \Rightarrow V_{A.BB'C'} = \frac{1}{2}V_{A.BB'C'C}$$

Ta có: $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'}$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{ABB'C'} = \frac{1}{3}V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{ABB'C'}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



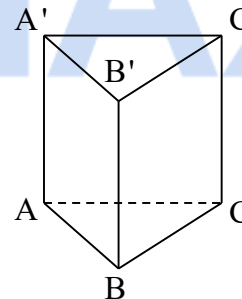
Câu 27. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích khối tứ diện $A'BB'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = a \\ S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{A'BB'C'} = \frac{1}{3}BB' \cdot S_{A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$



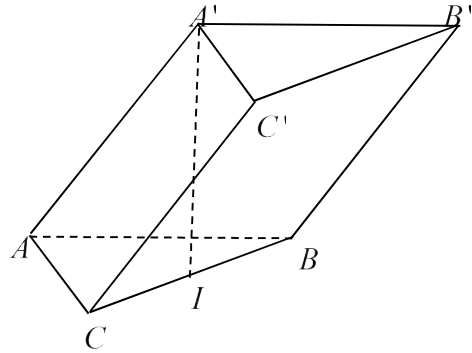
Câu 28. Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} A'I = AI \cdot \tan(30^\circ) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{2} \\ S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'I \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$$



Câu 29. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = 2a$, $AB = a$. Mặt bên $(BB'C'C)$ là hình vuông. Khi đó thể tích lăng trụ là

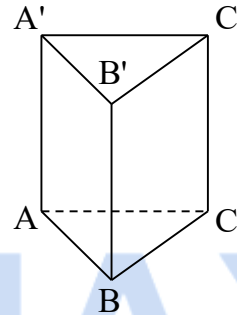
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $a^3\sqrt{2}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{cases} h = BB' = 2a \\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a^3\sqrt{3}$$



Câu 30. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của CC' và BB' . Tính tỉ số $\frac{V_{ABCMN}}{V_{ABC.A'B'C'}}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $BB'C'C$ là hình bình hành

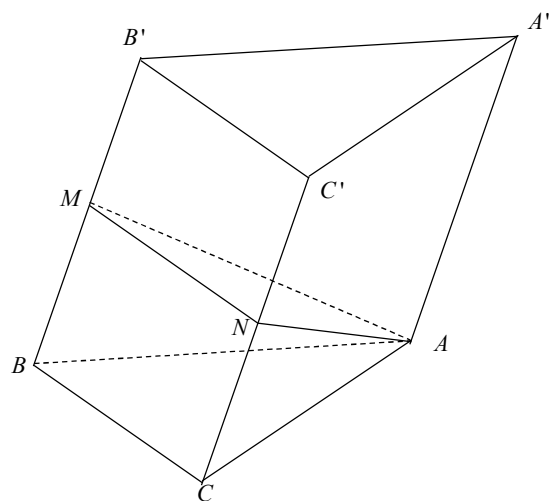
$$\Rightarrow S_{BCMN} = \frac{1}{2} S_{BB'C'C}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{2} V_{A.BB'C'C}$$

Ta có: $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'}$

$$\Rightarrow V_{A.BB'C'C} = V_{ABCA'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3} V_{ABCA'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCMN} = \frac{1}{3} V_{ABCA'B'C'} \Rightarrow \frac{V_{A.BCMN}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}$$

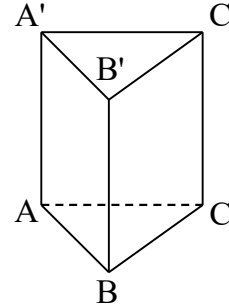


- Câu 31.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tỉ số thể tích giữa khối chóp $A'.ABC$ và khối lăng trụ đó là
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} AA'.S_{ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A'.ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}$$



- Câu 32.** Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích giữa khối $A'.ABD$ và khối lập phương là:
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

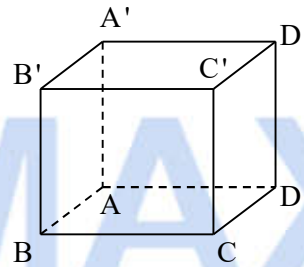
Hướng dẫn giải:

$$V_{A'.ABD} = \frac{1}{3} AA'.S_{ABD}$$

$$= \frac{1}{3} AA'.\frac{1}{2} AB.AD = \frac{1}{6} AA'.S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{A'.ABD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{6}$$



VẬN DỤNG THẤP

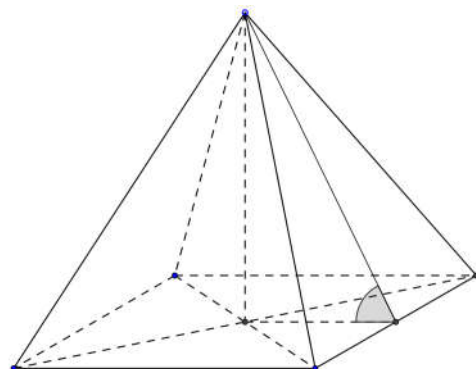
- Câu 33.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h , góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α .
- A. $\frac{3h^3}{4 \tan^2 \alpha}$. B. $\frac{4h^3}{3 \tan^2 \alpha}$. C. $\frac{8h^3}{3 \tan^2 \alpha}$. D. $\frac{3h^3}{8 \tan^2 \alpha}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là tâm của mặt đáy thì $SO \perp mp(ABCD)$. Từ đó, SO là đường cao của hình chóp. Gọi M là trung điểm đoạn CD .

Ta có:

$$\begin{cases} CD \perp SM \subset (SCD) \\ CD \perp OM \subset (ABCD) \Rightarrow \sphericalangle SMO = \alpha. \\ CD = (SCD) \cap (ABCD) \end{cases}$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO; B = S_{ABCD} = AB^2; \text{ Tìm } AB: AB = 2OM$$

$$\text{Tam giác } SOM \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } \tan \alpha = \frac{SO}{OM} = \frac{h}{OM} \Rightarrow OM = \frac{h}{\tan \alpha}.$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2h}{\tan \alpha}. \text{ Suy ra: } B = S_{ABCD} = \frac{4h^2}{\tan^2 \alpha}. SO = h.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4h^2}{\tan^2 \alpha} \cdot h = \frac{4h^3}{3 \tan^2 \alpha}.$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SB \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow$$

$$AD \perp SA.$$

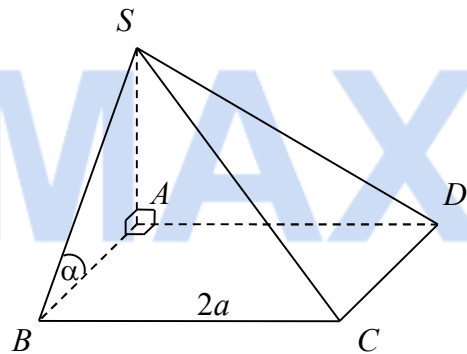
$$\Rightarrow \widehat{SAB} = 60^\circ.$$

$$S_{ABCD} = 4a^2.$$

Xét tam giác SAB tại vuông tại B , ta có:

$$SB = AB \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

$$V = Bh = S_{ABC.A'B'C'} \cdot AA'$$

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'B$$

$$\text{Và } \begin{cases} BC \perp AB \subset (ABC) \\ BC \perp A'B \subset (A'BC) \\ BC = (ABC) \cap (A'BC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\overline{ABC}, \overline{A'BC}) = (\overline{AB}, \overline{A'B}) = \square ABA'$$

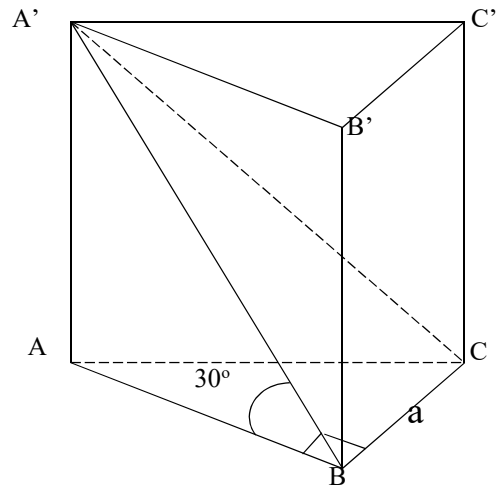
Ta có:

$$S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} A'B \cdot BC$$

$$\Rightarrow A'B = \frac{2 \cdot S_{\Delta A'BC}}{BC} = \frac{2 \cdot a^2 \sqrt{3}}{a} = 2a\sqrt{3}$$

$$AB = A'B \cdot \cos \square ABA' = 2a\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ = 3a; AA' = A'B \cdot \sin \square ABA' = 2a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = B \cdot h = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}$$



Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3}{16}$. **B.** $V = \frac{3a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{3a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H, M, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC, AM .

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'H$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Ta có IH là đường trung bình của tam giác AMB , MB là trung tuyến của tam giác đều ABC .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} IH \parallel MB \\ MB \perp AC \end{cases} \Rightarrow IH \perp AC$$

$$\begin{cases} AC \perp A'H \\ AC \perp IH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow AC \perp A'I$$

