Trở lại bài toán, gọi n (tháng) là số kỳ trả hết nợ.

Khi đó, ta có: $A(1+d)^n - B\dfrac{(1+d)^n-1}{d} = 0 \Leftrightarrow 350.1,0079^n - 8.\dfrac{1,0079^n-1}{0,0079} = 0 \Leftrightarrow n \approx 53,9$.

Tức là phải mất 54 tháng người này mới trả hết nợ.

Cuối tháng thứ 53, số tiền còn nợ (tính cả lãi) là $S_{53} = 350.1,0079^{53} - 8.\dfrac{1,0079^{53}-1}{0,0079}$ (triệu đồng).

Kỳ trả nợ tiếp theo là cuối tháng thứ 54, khi đó phải trả số tiền S_{53} và lãi của số tiền này nữa là $S_{53} + 0,0079.S_{53} = S_{53}.1,0079 \approx 7,139832$ (triệu đồng).

Đáp án: D.

Câu 21. Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn tỉnh Bình Phước đạt gần 905.300, mức tăng dân số là 1,37% mỗi năm. Dân số tỉnh Bình Phước đến hết năm 2025 là

A.1050761. B. 1110284. C.1095279. D.1078936.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n$

Trong đó: $A = 905.300, r = 1,37; n = 15$

Ta được dân số đến hết năm 2025 là: 1110284,349.

Đáp án: B.

Câu 22. Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn tỉnh Bình Phước đạt gần 905.300, mức tăng dân số là 1,37% mỗi năm. Tỉnh thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1. Đến năm học 2024-2025 ngành giáo dục của tỉnh cần chuẩn bị bao nhiêu phòng học cho học sinh lớp 1, mỗi phòng dành cho 35 học sinh? (Giả sử trong năm sinh của lứa học sinh vào lớp 1 đó toàn tỉnh có 2400 người chết, số trẻ tử vong trước 6 tuổi không đáng kể)

A.458. B.222. C. 459. D. 221.

Hướng dẫn giải

Chỉ những em sinh năm 2018 mới đủ tuổi đi học (6 tuổi) vào lớp 1 năm học 2024-2025.

Áp dụng công thức $S_n = A(1+r)^n$ để tính dân số năm 2018.

Trong đó: $A = 905300; r = 1,37; n = 8$

Dân số năm 2018 là: $A = 905300.\left(1+\dfrac{1,37}{100}\right)^8 = 1009411$

Dân số năm 2017 là: $A = 905300.\left(1+\dfrac{1,37}{100}\right)^7 = 995769$

Số trẻ vào lớp 1 là: $1009411 - 995769 + 2400 = 16042$

Số phòng học cần chuẩn bị là : $16042 : 35 = 458,3428571$.

Đáp án: C.

Câu 23. Tính đến đầu năm 2011, toàn tỉnh Bình Dương có 1.691.400 người, đến đầu năm 2015 dân số của tỉnh Bình Dương sẽ là 1.802.500 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số của tỉnh Bình Dương tăng bao nhiêu phần trăm?

A. 1,6%. B.1,3%. C.1,2%. D.16,4%.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $r\% = \sqrt[n]{\frac{S_n}{A}} - 1$

Trong đó: $A = 1.691.400; S_n = 1.802.500; n = 4$ ta được $0,01603...$

Đáp án: A.

Câu 24. Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng trưởng 1,5% mỗi năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người?

A.29. B.23. C.28. D.24.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $n = \log_{(1+r)}\left(\frac{S_n}{A}\right)$

Trong đó: $A = 7; S_n = 10; r = 1,5\% = \frac{1,5}{100}$

Ta được $n = 23,95622454$.

Đáp án: D.

Câu 25. Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng trưởng dân số 1,5% mỗi năm thì cuối năm 2020 dân số thế giới là bao nhiêu?

A.8,12 tỉ người. B.8,05 tỉ người.

C.8 tỉ người. D.8,10 tỉ người.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n$

Trong đó: $A = 7, r = 1,5; n = 10$

Ta được dân số đến hết năm 2020 là: 8,123785775.

Đáp án: A.

Câu 26. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2014 là 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030, dân số của Việt Nam là:

A. 106.118.331 người. B.198.049.810 người.

C. 107.232.574 người. D. 108.358.516 người.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n$

Trong đó: $A = 90.728.900, r = 1,05; n = 16$

Ta được dân số đến hết năm 2030 là: 107.232.574.

Đáp án: C.

Câu 27. Tới cuối năm 2013, dân số Nhật Bản đã giảm 0,17% xuống còn 127.298.000 người. Hỏi với tốc độ giảm dân số như vậy thì đến cuối năm 2023 dân số Nhật Bản còn bao nhiêu người?

A. 125.150.414 người. B. 125.363.532 người.

C.125.154.031 người. D. 124.937.658 người.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n$

Trong đó: $A = 127.298.000, r = 0,17; n = 10$

Ta được dân số đến cuối năm 2023 là: 125150414.

Đáp án: A.

Câu 28. Một huyện A có 100 000 dân. Với mức tăng dân số bình quân 1,5% năm thì sau n năm dân số sẽ vượt 130 000 dân. Hỏi n nhỏ nhất bao nhiêu?

A. 17. B. 18. C. 19. D. 16.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $n = \log_{(1+r)}\left(\frac{S_n}{A}\right)$

Trong đó: $A = 100.000, r = 1,5; S_n = 130.000$

Ta được: 17,62180758.

Đáp án: B.

Câu 29. Một huyện A có 100 000 dân. Với mức tăng dân số bình quân 1,8% năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số sẽ vượt 150 000 dân.

A. 23. B. 22. C. 27. D. 28.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $n = \log_{(1+r)}\left(\frac{S_n}{A}\right)$

Trong đó: $A = 100.000, r = 1,8; S_n = 150.000$

Ta được: 22,72796911.

Đáp án: A.

Câu 30. Chú Việt gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi suất 5%/năm. Tiền lãi năm trước được cộng dồn vào tiền gốc để tính tiền lãi năm sau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì chú Việt thu được gấp đôi số tiền đã gửi?

A. 16. B. 14. C. 15. D. 20.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức: $n = \log_{(1+r)}\left(\frac{S_n}{A}\right)$

Trong đó: $A = 10, r = 5; S_n = 20$

Ta được: 14,20669908.

Đáp án: C.

Câu 31. Hàng tháng, một người gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 2000000 đồng với lãi suất cố định 0.6%/tháng. Hỏi sau 5 năm, người đó có tổng số tiền (gồm tiền gốc đã gửi và tiền lãi) là bao nhiêu. Biết rằng trong quá trình gửi người đó không rút tiền lãi và lãi suất không thay đổi.

A. $2000000(1+0.006)\frac{(1.006)^{60}-1}{0.006}$ B. $2000000(1.06)\frac{(1.06)^{60}-1}{0.06}$

C. $2000000(1.6)\frac{(1.6)^{60}-1}{0.6}$ D. $2000000(1.0006)\frac{(1.0006)^{60}-1}{0.0006}$

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

VẬN DỤNG (tối thiểu 10 câu)

Câu 32. Chú Tư gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau mỗi tháng, chú Tư đến ngân hàng rút mỗi tháng 3 triệu đồng để chi tiêu cho đến khi hết tiền thì thôi. Sau một số tròn tháng thì chú Tư rút hết tiền cả gốc lẫn lãi. Biết trong suốt thời gian đó, ngoài số tiền rút mỗi tháng chú Tư không rút thêm một đồng nào kể cả gốc lẫn lãi và lãi suất không đổi. Vậy tháng cuối cùng chú Tư sẽ rút được số tiền là bao nhiêu (làm tròn đến đồng)?

A. 1840270 đồng. B. 3000000 đồng.

C. 1840269 đồng. D. 1840268 đồng.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Áp dụng công thức tính số tiền còn lại sau n tháng $\boxed{S_n = A(1+r)^n - X\frac{(1+r)^n-1}{r}}$

Với $A = 50$ triệu đồng, $r = 0,6$ và $X = 3$ triệu đồng ta được

$S_n = 50.1,006^n - 3.\frac{1,006^n - 1}{0,006}$.

Để rút hết số tiền thì ta tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho

$$S_n < 0 \Leftrightarrow 50.1,006^n - 3.\frac{1,006^n - 1}{0,006} \Leftrightarrow 500 - 450.1,006^n < 0 \Leftrightarrow n > \log_{1,006}\frac{500}{450} \Rightarrow n = 18$$

Khi đó số tiền tháng cuối cùng mà chú Tư rút là

$$S_{17}.1,006 = \left[50.1,006^{17} - 3.\frac{1,006^{17} - 1}{0,006}\right].1,006 \approx 1,840269833 \text{ triệu đồng } \approx 1840270 \text{ đồng}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập lên màn hình máy tính $50.1,006^X - 3.\frac{1,006^X - 1}{0,006}$, tính giá trị chạy từ 10 đến 20 với step bằng 1 ta được bằng giá trị tương ứng và số tiền còn lại nhơ hơn 3 ứng với $X = 17$.

Từ đó tính được số tiền rút ra ở tháng cuối cùng là

$$S_{17}.1,006 = \left[50.1,006^{17} - 3.\frac{1,006^{17} - 1}{0,006}\right].1,006 \approx 1,840269833 \text{ triệu đồng } \approx 1840270 \text{ đồng}$$

Câu 33. Ông Năm gửi 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất $2,1\%$ một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất $0,73\%$ một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng lợi tức đạt được ở hai ngân hàng là $27\,507\,768,13$ (chưa làm tròn). Hỏi số tiền ông Năm lần lượt gửi ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu?

A. 140 triệu và 180 triệu.
B. 180 triệu và 140 triệu.
C. 200 triệu và 120 triệu.
D. 120 triệu và 200 triệu.

Hướng dẫn giải

Tổng số tiền cả vốn và lãi (lãi chính là lợi tức) ông Năm nhận được từ cả hai ngân hàng là $347,50776813$ triệu đồng.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng X, khi đó $320 - x$ (triệu đồng) là số tiền gửi ở ngân hàng Y. Theo giả thiết ta có:

$$x(1+0,021)^5 + (320-x)(1+0,0073)^9 = 347,50776813$$

Ta được $x = 140$. Vậy ông Năm gửi 140 triệu ở ngân hàng X và 180 triệu ở ngân hàng Y.

Đáp án: A.

Câu 34. Anh Bình vay ngân hàng 2 tỷ đồng để xây nhà và trả dần mỗi năm 500 triệu đồng. Kỳ trả đầu tiên là sau khi nhận vốn với lãi suất trả chậm 9% một năm. Hỏi sau mấy năm anh Bình mới trả hết nợ đã vay?

A. 6.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Hướng dẫn giải

Kỳ trả nợ đầu tiên là sau khi nhận vốn nên đây là bài toán vay vốn trả góp đầu kỳ.

Gọi A là số tiền vay ngân hàng, B là số tiền trả trong mỗi chu kỳ, $d = r\%$ là lãi suất trả chậm (tức là lãi suất cho số tiền còn nợ ngân hàng) trên một chu kỳ, n là số kỳ trả nợ.

Số tiền còn nợ ngân hàng (tính cả lãi) trong từng chu kỳ như sau:

+ Đầu kỳ thứ nhất là $A - B$.

+ Đầu kỳ thứ hai là $(A-B)(1+d) - B = A(1+d) - B\left[(1+d)+1\right]$.

+ Đầu kỳ thứ ba là

$\left[A(1+d) - B\left((1+d)+1\right)\right](1+d) - B = A(1+d)^2 - B\left[(1+d)^2 + (1+d) + 1\right]$.

……

+ Theo giả thiết quy nạp, đầu kỳ thứ n là

$$A(1+d)^{n-1} - B\left[(1+d)^{n-1} + ... + (1+d) + 1\right] = A(1+d)^{n-1} - B\frac{(1+d)^n - 1}{d}$$

Vậy số tiền còn nợ (tính cả lãi) sau n chu kỳ là $A(1+d)^{n-1} - B\dfrac{(1+d)^n - 1}{d}$.

Trở lại bài toán, để sau n năm (chu kỳ ở đây ứng với một năm) anh Bình trả hết nợ thì ta có

$$A(1+d)^{n-1} - B\frac{(1+d)^n - 1}{d} = 0 \Leftrightarrow 2.1,09^{n-1} - 0,5.\frac{1,09^n - 1}{0,09} = 0 \Leftrightarrow n \approx 4,7.$$

Vậy phải sau 5 năm anh Bình mới trả hết nợ đã vay.

Đáp án: D.

Câu 35. Lãi suất tiền gửi tiết kiệm của một số ngân hàng hiện nay là $8,2\%$ một năm đối với kỳ hạn một năm. Để khuyến mãi, ngân hàng A đưa ra dịch vụ mới như sau: nếu khách hàng gửi tiết kiệm năm đầu thì lãi suất là $8,2\%$ một năm; sau đó, lãi suất năm sau hơn lãi suất năm trước đó là $0,12\%$. Hỏi nếu gửi $1,5$ triệu đồng theo dịch vụ đó thì sau 7 năm số tiền sẽ nhận được cả gốc và lãi là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 2609233. B. 2665464. C. 2665463. D. 2609234.

Hướng dẫn giải

Ta nhập vào MTCT như sau:

Thiết lập: $1500000\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}A$, $0,082\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}B$; $0\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}D$ (biến đếm).

Phép lặp: $D = D + 1 : A = A \times (1+B) : B = B + 0,0012$.

Bấm CALC = = =…, đến khi $D = 7$ ta được $A = 2665463,087$

Đáp án: C.

Câu 36. Theo chính sách tín dụng của chính phủ hỗ trợ sinh viên vay vốn trang trải học tập: mỗi sinh viên được vay tối đa 900000 đồng/ tháng (9 triệu/ năm học), với lãi suất $0,45\%$ một tháng. Mỗi năm lập thủ tục vay 2 lần ứng với 2 học kỳ và được nhận tiền vay đầu mỗi học kỳ (mỗi lần nhận tiền vay là $4{,}5$ triệu). Giả sử sinh viên A trong thời gian học đại học 5 năm vay tối đa theo chính sách thì tổng sợ tiền nợ bao gồm cả lãi là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 52343156 B. 52343155 C. 46128921 D. 96128922

Hướng dẫn giải

Sau 5 năm học đại học tức là 10 học kỳ, ta nhập vào MTCT như sau:

Thiết lập: $0\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}A$, $0\boxed{SHIFT}\boxed{RCL}D$ (biến đếm).

Phép lặp: $D=D+1:A=\left(A+4500000\right)\times 1{,}0045^{6}$.

Bấm CALC = = =…, đến khi $D=10$ ta được $A=52343155{,}61$

Đáp án: A.

Câu 37. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng khoảng tiền cố định với lãi suất 0.6%/tháng và lãi suất hàng tháng được nhập vào vốn. Hỏi sau bao lâu thì người đó thu được số tiền gấp hơn ba ban đầu?

A. 184 tháng B. 183 tháng C. 186 tháng D. 185 tháng

Hướng dẫn giải

$T_n=3T_0 \Leftrightarrow 3T_0=T_0\left(1+r\right)^n \Leftrightarrow n=\log_{(1+r)}3$

Đáp án: A.

Câu 38. Áp suất không khí *P* (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu *mmHg*) suy giảm mũ so với độ cao *x* (đo bằng mét), tức là *P* giảm theo công thức: $P=P_0e^{xi}$, trong đó $P_0=760mmHg$ là áp suất ở mực nước biển (*x = 0*), *i* là hệ số suy giảm. Biết rằng, ở độ cao 1000*m* thì áp suất của không khí là 672.72 *mmHg*. Hỏi áp suất của không khí ở độ cao $12km$ bằng bao nhiêu? (*các kết quả giữ lại sau dấu thập phân 7 chữ số*)

A. 178,8176855 B. 176,8176855 C. 177,8176855 D. 175,8176855

Hướng dẫn giải

Khi ở độ cao 1000*m*: $i=\dfrac{1}{1000}\ln\dfrac{672{,}72}{760}$

Đáp án: D.

Câu 39. Áp suất không khí *P* (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu *mmHg*) suy giảm mũ so với độ cao *x* (đo bằng mét), tức là *P* giảm theo công thức: $P=P_0e^{xi}$, trong đó $P_0=760mmHg$ là áp suất ở mực nước biển (*x = 0*), *i* là hệ số suy giảm. Biết rằng, ở độ cao 1000*m* thì áp suất của không khí là 672.72 *mmHg*. Ở Mỹ, những người có thể lên đến độ cao 80.2 km được xem là những nhà du hành vũ trụ, hỏi áp suất không khí ở độ cao 80.2*km* là bao nhiêu? (*các kết quả giữ lại sau dấu thập phân 9 chữ số*)

A. 0.042842767 B. 0.052842767 C. 0.062842767 D. 0.032842767

Hướng dẫn giải

Khi ở độ cao $12km$: $P_{12} = 760e^{12000.\frac{1}{1000}\ln\frac{672,72}{760}}$

Đáp án: A.

Câu 40. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức: $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); *T* là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Cho trước mẫu Cabon có khối lượng 100g. Hỏi sau khoảng thời gian *t* thì khối lượng còn bao nhiêu?

A. $m(t) = 100.\left(\frac{1}{2}\right)^{5730}$ B. $m(t) = 100.e^{-\frac{t\ln 2}{5730}}$ C. $m(t) = 100\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{100t}{5730}}$ D. $m(t) = 100.e^{-\frac{100t}{5730}}$

Hướng dẫn giải

Theo công thức $m(t) = m_0e^{-kt}$ ta có:

$m(5730) = \frac{100}{2} = 50 = 100.e^{-k.5730} \Leftrightarrow k = \frac{\ln 2}{5730}$ suy ra $m(t) = 100e^{\frac{-\ln 2}{5730}t}$

Đáp án: B.

Câu 41. Trong vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bởi công thức: $m(t) = m_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (*tại thời điểm t = 0*); *T* là chu kì bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Chu kì bán rã của Cabon ^{14}C là khoảng 5730 năm. Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng Cabon và xác định được nó đã mất khoảng 25% lượng Cabon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ đó có tuổi là bao nhiêu?

A. 2400 năm B. 2300 năm C. 2387 năm D.2378 năm

Hướng dẫn giải

Giả sử khối lượng ban đầu của mẫu đồ cổ chứa Cabon là m_0, tại thời điểm t tính từ thời điểm ban đầu ta có:

$$m(t) = m_0e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow \frac{3m_0}{4} = m_0e^{-\frac{\ln 2}{5730}t} \Leftrightarrow t = \frac{5730\ln\left(\frac{3}{4}\right)}{-\ln 2} \approx 2378(\text{năm})$$

Đáp án: D.

Câu 42. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau

t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1), t \geq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

A. 25 tháng B. 23 tháng C. 24 tháng D. 22 tháng

Hướng dẫn giải

Theo công thức tính tỉ lệ % thì cần tìm t thỏa mãn:

$75 - 20\ln(1+t) \leq 10 \Leftrightarrow \ln(t+1) \geq 3.25 \Leftrightarrow t \geq 24.79$

Đáp án: A.

Câu 43. Một công ty vừa tung ra thị trường sản phẩm mới và họ tổ chức quảng cáo trên truyền hình mỗi ngày. Một nghiên cứu thị trường cho thấy, nếu sau x quảng cáo được phát thì số % người xem mua sản phẩm là $P(x) = \dfrac{100}{1+49e^{-0.015x}}, x \geq 0$. Hãy tính số quảng cáo được phát tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%.

A. 343 B. 333 C. 330 D. 323

Hướng dẫn giải

Số quảng cáo phát ra tối thiểu để số người mua đạt hơn 75%

$75\% \leq \dfrac{100}{1+49e^{-0.015x}} \Rightarrow x \geq 333$

Đáp án: B.

Câu 44. Cường độ ánh sáng đi qua môi trường khác không khí (chẳng hạn sương mù, nước,…) sẽ giảm dần tùy thuộc độ dày của môi trường và hằng số μ gọi là khả năng hấp thu của môi trường, tùy thuộc môi trường thì khả năng hấp thu tính theo công thức $I = I_0e^{-\mu x}$ với x là độ dày của môi trường đó và được tính bằng đơn vị mét. Biết rằng nước biển có $\mu = 1.4$. Hãy tính cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu khi từ độ sâu $2m$ xuống đến $20m$?

A. $e^{25.2}$ B. $e^{22.5}$ C. $e^{32.5}$ D. $e^{52.5}$

Hướng dẫn giải

Cường độ ánh sáng thay đổi khi đi từ độ sâu x_1 đến độ sâu x_2 là:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_0e^{-\mu x_1}}{I_0e^{-\mu x_2}} = e^{\mu(x_2 - x_1)}$$

Đáp án: A.

Câu 45. Để đo độ phóng xạ của một chất phóng xạ β^- người ta dùng máy đếm xung. Khi chất này phóng xạ ra các hạt β^-, các hạt này đập vào máy khi đó trong máy xuất hiện một xung điện và bộ đếm tăng thêm 1 đơn vị. Ban đầu máy đếm được 960 xung trong một phút nhưng sau đó 3h thì chỉ còn 120 xung trong một phút (trong cùng điều kiện). Hỏi chu kỳ bán rã của chất này là bao nhiêu giờ?

A. 1giờ B. 2 giờ C. 0.5 giờ D. 1.5 giờ

Hướng dẫn giải

Gọi ΔN_1 là số hạt β^- được phóng ra trong khoảng thời gian Δt_1 kể từ thời điểm ban đầu. Ta có:

$\Delta N_1 = N_{01} - N_1 = N_{01}\left(1-e^{-k\Delta t_1}\right)$ (N_{01} là số hạn phóng xạ β^- ban đầu)

Sau 3 giờ số nguyên tử còn lại trong chất phóng xạ là: $N_{02} = N_{01}e^{-3k}$

Kể từ thời điểm này, trong khoảng thời gian Δt_2 thì số hạt β^- tạo thành là:

$\Delta N_2 = N_{02} - N_2 = N_{02}\left(1-e^{-k\Delta t_2}\right)$

Cho $\Delta t_1 = \Delta t_1 = 1$ phút thì: $\Delta N_1 = 960, \Delta N_2 = 120$ suy ra:

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_{01}\left(1-e^{-k\Delta t_1}\right)}{N_{01}e^{-3k}\left(1-e^{-k\Delta t 2}\right)} \Leftrightarrow \frac{960}{120} = e^{3k} \Leftrightarrow \ln 8 = 3\frac{\ln 2}{T} \Leftrightarrow T = 1$$

Đáp án: A.

Câu 46. Giả sử một hàm chỉ mức sản xuất của một hãng DVD trong một ngày là: $q(m,n) = m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}}$ trong đó *m* là số lượng nhân viên và *n* là số lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng; biết rằng lương của nhân viên là 16$ và lương của lao động chính là 27$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất chi phí một ngày của hãng sản xuất này.

A. 1440 B. 1340 C. 1240 D. 1540

Hướng dẫn giải

Theo giả thiết, chi phí mỗi ngày là: $C = 16m + 27n$

Do hàm sản xuất mỗi ngày phải đạt chỉ tiêu 40 sản phẩm nên cần có:

$$m^{\frac{2}{3}}n^{\frac{1}{3}} \geq 40 \Leftrightarrow n \geq \frac{40^3}{m^2}$$

Mối quan hệ giữa số lượng nhân viên và chi phí kinh doanh là: $C \geq 16m + \dfrac{27.40^3}{m^2}$

Theo bất đẳng thức AM-GM thì:

$$16m + \frac{27.40^3}{m^2} = 8m + 8m + \frac{27.40^3}{m^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{8m.8m.27.40^3}{m^2}} = 1440$$

Do đó, chi phí thấp nhất cần tìm là: $\min C = 1440$ (USD) khi $8m = \dfrac{27.40^3}{m^2} \Leftrightarrow m = 60$, tức là số nhân viên bằng 60 và lao động chính sấp xỉ 18 người (do $n = \dfrac{40^3}{60^2} \approx 17.778 \approx 18$)

Đáp án: A.

Câu 47. Một tấm vải hình chữ nhật có chiều rộng là 1,2m; chiều dài là 350m và được cuộn chặt xung quanh một lõi gỗ hình trụ có đường kính 10cm liên tục cho đến hết, sao cho mép vải theo chiều rộng luôn song song với trục của hình trụ.

Cho biết độ dày của cuộn vải đó sau khi đã cuộn hết tấm vải, biết rằng tấm vải có độ dày như nhau là 0,15mm (kết quả tính theo xăng-ti-mét và làm tròn đến 3 chữ số thập phân)

A. 88.8 *cm* B. 88,65 *cm*

C. 88,65*cm* hoặc 88.8*cm* D. 87,65 *cm*.

Hướng dẫn giải

Gọi d = 10 cm = 100 mm là đường kính của lõi gỗ hình trụ; b = 0,15mm là độ dày của tấm vải.

Vòng vải thứ nhất (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_1 = \pi d$

Vòng vải thứ hai (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_2 = \pi\left(d+2b\right)$

Vòng vải thứ ba (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_3 = \pi\left(d+4b\right)$

...

Vòng vải thứ n (quấn đủ vòng) có chiều dài: $u_n = \pi\left(d+2\left(n-1\right)b\right)$

Do đó, nếu quấn đủ n vòng quanh lõi gỗ thì chiều dài tấm vải là:

$$S = \pi\left[nd + 2b\left(1+2+3+...+\left(n-1\right)\right)\right] = \pi\left[nd + 2b\times\frac{n\left(n-1\right)}{2}\right] = \pi\left(bn^2 + \left(d-b\right)n\right)$$

Theo giả thiết: $s = 350000 \Leftrightarrow \pi bn^2 + \pi(d-b)n - 350000 = 0$

Giải phương trình bậc hai trên ta được: $n_1 \approx 591,0178969$; $n_2 \approx -1256,684564 < 0$ (loại).

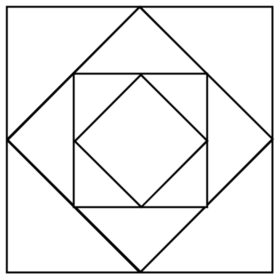
Do đó khi quấn tấm vải trên quanh lõi gỗ ta được quá 591 vòng và thêm chưa đủ một vòng. Suy ra độ dày của cuộn vải là: 88,65 cm hoặc 88.8 cm

Đáp án: C.

Câu 48. Một hình vuông có cạnh bằng 100cm, người ta nối với nhau các trung điểm của 4 cạnh và lại được một hình vuông mới, lại làm như vậy đối với hình vuông mới và cứ tiếp tục làm như thế mãi. Tính tổng diện tích của *n* hình vuông đầu tiên?

A. $2.100^2\left(1-\frac{1}{2^{99}}\right)$ B. $2.100^2\left(1-\frac{1}{2^{98}}\right)$ C. $2.100^2\left(1-\frac{1}{2^{100}}\right)$ D. $2.100^2\left(1-\frac{1}{2^{97}}\right)$

Hướng dẫn: Giả sử hình vuông cạnh *a*, và T_n là diện tích hình vuông thứ *n*.



$$T_1 = a^2, T_2 = \frac{1}{2}T_1, T_3 = \frac{1}{2}T_2 = \frac{1}{2^2}T_1, ..., T_n = \frac{1}{2^{n-1}}T_1$$

Tổng diện tích cách hình vuông:

$$S_n = T_1 + T_2 + T_3 + ... + T_n = T_1\left(\frac{1-\frac{1}{2^{n-1}}}{1-\frac{1}{2}}\right) = 2a^2\left(1-\frac{1}{2^{n-1}}\right)$$