Thật vậy: $n=1$ đúng.

Giả sử (1) đúng với $n=k\ge 1$: $x_k+k^2\ge \frac{k(k+1)}{\sqrt{2}}$.

$\Rightarrow x_{k+1}+(k+1)^2=x_k+\frac{x_k^2}{k^2}+(k+1)^2$.

$=\frac{x_k}{k^2}(x_k+k^2)+(k+1)^2$.

$\ge\left(\frac{k+1}{k\sqrt{2}}-1\right)\frac{k(k+1)}{\sqrt{2}}+(k+1)^2$.

$\ge\frac{3(k+1)^2}{2}-\frac{k(k+1)}{\sqrt{2}}$.

$\ge\frac{k+1}{\sqrt{2}}\left(\frac{3(k+1)}{\sqrt{2}}-k\right)\ge\frac{(k+1)(k+2)}{\sqrt{2}}$ (đpcm).

*) Ta chứng minh (x_n) có giới hạn.

NX: (x_n) tăng và $x_n>0$ với mọi n.

Ta có $\frac{1}{x_n}-\frac{1}{x_{n+1}}=\frac{1}{x_n+n^2}\le\frac{\sqrt{2}}{n(n+1)}$.

$\Rightarrow\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_n}\le\sqrt{2}\left(1-\frac{1}{n}\right)<\sqrt{2}$.

$\Rightarrow x_n<\frac{1}{2-\sqrt{2}}$ với mọi $n\ge 1$.

Vậy (x_n) có giới hạn.

Bài 19. Cho dãy số (a_n) tăng, $a_n>0\forall n=1,2,3,....$ và $\alpha>0$. Xét dãy số (x_n) xác định bởi $x_n=\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{i+1}-a_i}{a_{i+1}a_i^{\alpha}}$. Chứng minh rằng tồn tại $\lim_{n\to+\infty}x_n$.

Hướng dẫn giải

Dễ dàng thấy rằng dãy (x_n) tăng ngặt.

Trường hợp 1. Nếu $\alpha>1$.

$\frac{a_{i+1}-a_i}{a_{i+1}a_i^{\alpha}}=\frac{1}{a_i^{\alpha}}-\frac{1}{a_{i+1}a_i^{\alpha-1}}<\frac{1}{a_i^{\alpha}}-\frac{1}{a_{i+1}^{\alpha}}\Rightarrow x_n<\frac{1}{a_1^{\alpha}}$.

vậy dãy (x_n) bị chặn trên do đó tồn tại $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.

Trường hợp 2. Nếu $0<\alpha<1$.

$\dfrac{a_{i+1}-a_i}{a_{i+1}a_i^{\alpha}}<\dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{1}{a_i^{\alpha}}-\dfrac{1}{a_{i+1}^{\alpha}}\right)(*)$ thật vậy $(*)\Leftrightarrow \alpha a_{i+1}^{\alpha-1}(a_{i+1}-a_i)<a_{i+1}^{\alpha}-a_i^{\alpha}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{a_{i+1}^{\alpha}-a_i^{\alpha}}{a_{i+1}-a_i}>\alpha a_{i+1}^{\alpha-1}\,(**)$.

Ta chứng minh (**).

Xét hàm số $f(x)=x^{\alpha}$ Trên đoạn $[a_i;a_{i+1}]$.

Hàm số thoả mãn điều kiện của định lí Lagrăng nên tồn tại số $c\in(a_i;a_{i+1})$ thoả mãn $f'(c)=\dfrac{a_{i+1}^{\alpha}-a_i^{\alpha}}{a_{i+1}-a_i}\Leftrightarrow \alpha c^{\alpha-1}=\dfrac{a_{i+1}^{\alpha}-a_i^{\alpha}}{a_{i+1}-a_i}\Rightarrow \alpha a_{i+1}^{\alpha-1}<\dfrac{a_{i+1}^{\alpha}-a_i^{\alpha}}{a_{i+1}-a_i}$ (đpcm).

Từ đó ta có $\Rightarrow x_n<\dfrac{1}{\alpha a_1^{\alpha}}\Rightarrow$ dãy (x_n) bị chặn trên do đó tồn tại $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.

Bài 20. Cho dãy số xác định bởi $a_0=1; a_1>1; a_{n+1}=\dfrac{a_1a_2...a_n}{a_{\left[\frac{n}{2}\right]}}+1\quad \forall n=1,2,3,...$. Đặt $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{a_{k+1}a_{\left[\frac{k}{2}\right]}}$. Chứng minh tồn tại $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ (trong đó $[x]$ là phần nguyên của x).

Hướng dẫn giải

Ta có $\dfrac{1}{a_{k+1}a_{\left[\frac{k}{2}\right]}}=\dfrac{1}{a_{k+1}\dfrac{a_1a_2...a_k}{a_{k+1}-1}}=\dfrac{a_{k+1}-1}{a_1a_2...a_{k+1}}=\dfrac{1}{a_1a_2...a_k}-\dfrac{1}{a_1a_2...a_{k+1}}$.

Suy ra $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\left(\dfrac{1}{a_1a_2...a_k}-\dfrac{1}{a_1a_2...a_{k+1}}\right)=\dfrac{1}{a_1}-\dfrac{1}{a_1a_2..a_{n+1}}$.

Chứng minh $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_1a_2...a_{n+1})=+\infty$.

Ta có : $a_n>1\quad \forall n\ge 2$.

$\left[\dfrac{n}{2}\right]\ne n\Rightarrow a_{n+1}>a_n+1$ suy ra dãy đã cho là tăng.

Như vậy $a_n>a_{n-1}+1>...>a_1+n-1$.

Vậy $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_1a_2...a_{n+1})=+\infty$, suy ra $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=\dfrac{1}{a_1}$.

Bài 21. Cho dãy số $(u_n);(v_n)$ được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 3,\ v_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2v_n^2 \\ v_{n+1} = 2u_n v_n \end{cases} \ (\forall n \in \mathrm{N})$.

Tìm các giới hạn sau: $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[2^n]{v_n}$ và $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt[2^n]{u_1.u_2...u_n}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\forall n \in \mathrm{N}$: $u_{n+1} + \sqrt{2}.v_{n+1} = u_n^2 + 2v_n^2 + 2\sqrt{2}.u_n v_n = \left(u_n + \sqrt{2}.v_n\right)^2$ (1).

Áp dụng (1) ta suy ra: $u_n + \sqrt{2}.v_n = \left(u_{n-1} + \sqrt{2}.v_{n-1}\right)^2$.

Theo quy nạp ta có: $u_n + \sqrt{2}.v_n = \left(u_1 + \sqrt{2}.v_1\right)^{2^{n-1}} = \left(3 + 2\sqrt{2}\right)^{2^{n-1}} = \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n}$ (2).

Lập luận tương tự ta cũng có: $u_n - \sqrt{2}.v_n = \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}$ (3).

Từ (2) và (3) ta suy ra: $\begin{cases} u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \\ v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] \end{cases}$.

Lại có: $u_n = \dfrac{1}{2}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} + \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] < \left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n}$, từ đó suy ra: $\sqrt[2^n]{u_n} < \sqrt{2}+1$.

Tương tự ta có : $v_n = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n} - \left(\sqrt{2}-1\right)^{2^n}\right] > \dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n}}{8} \Rightarrow \sqrt[2^n]{v_n} > \sqrt[2^n]{\dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n}}{8}}$.

Mặt khác ta có: $v_n < u_n$. Do đó ta có dãy bất đẳng thức sau:.

$$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2^n}} = \sqrt[2^n]{\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)^{2^n}}{8}} < \sqrt[2^n]{v_n} < \sqrt[2^n]{u_n} < \sqrt{2}+1.$$

Như vậy theo định lí kẹp ta suy ra $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{u_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{v_n} = \sqrt{2}+1$.

Hơn nữa theo đề bài ta có: $v_{n+1} = 2u_n v_n \Rightarrow u_n = \dfrac{v_{n+1}}{2v_n}$.

Suy ra: $u_1.u_2...u_n = \dfrac{v_2}{2v_1}.\dfrac{v_3}{2v_2}...\dfrac{v_{n+1}}{2v_n} = \dfrac{v_{n+1}}{2^n v_1} = \dfrac{v_{n+1}}{2^{n+1}}$.

Vậy $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{u_1.u_2...u_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\dfrac{v_{n+1}}{2^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{v_{n+1}}.\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\dfrac{1}{2^{n+1}}}$.

$= \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{2u_n v_n} . \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\frac{1}{2^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{2} . \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{u_n} . \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{v_n} . \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\frac{1}{2^{n+1}}}$.

$= 1.\left(\sqrt{2}+1\right).\left(\sqrt{2}+1\right).1 = 3+2\sqrt{2}$.

Tóm lại ta có: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{v_n} = \sqrt{2}+1$ và $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{u_1.u_2...u_n} = 3+2\sqrt{2}$.

Bài 22. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $0 < a_1 \neq 1$ và $a_{n+1} = a_n + \frac{n}{a_n}, \forall n \geq 1$. Chứng minh rằng $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n - n) = 0$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $a_2 = a_1 + \frac{1}{a_1} > 2$ (do $a_1 \neq 1$).

Nhận xét: $a_n > n, \forall n \geq 2$.

Ta sẽ chứng minh nhận xét này bằng phương pháp quy nap.

Thật vậy.

□Với $n = 2$ ta có $a_2 > 2$ (đúng).

□Giả sử $a_k > k$.

□Ta có $a_{k+1} = a_k + \frac{k}{a_k} > k+1 \Leftrightarrow a_k^2 + k > (k+1)a_k$.

$\Leftrightarrow a_k^2 - (k+1)a_k + k > 0$.

$\Leftrightarrow (a_k - 1)(a_k - k) > 0$ (đúng).

Suy ra $a_{k+1} > k+1$.

Như vậy $a_n > n, \forall n \geq 2$ (điều phải chứng minh).

Mặt khác, $a_{n+1} - (n+1) = a_n + \frac{n}{a_n} - (n+1) = a_n - n + \frac{n}{a_n} - 1$.

$= \frac{a_n^2 - (n+1)a_n + n}{a_n} = \frac{(a_n - n)(a_n - 1)}{a_n}$ (1).

Áp dụng (1) ta có.

$$\begin{cases} a_3 - 3 = \dfrac{(a_2-2)(a_2-1)}{a_2} \\ a_4 - 4 = \dfrac{(a_3-3)(a_3-1)}{a_3} \\ \quad ... \\ a_{n+1} - (n+1) = \dfrac{(a_n-n)(a_n-1)}{a_n} \end{cases}.$$

Suy ra $(a_3-3)(a_4-4)...(a_{n+1}-(n+1)) = \dfrac{(a_2-2)(a_2-1)(a_3-3)(a_3-1)...(a_n-n)(a_n-1)}{a_2a_3...a_n}$.

$\Leftrightarrow a_{n+1}-(n+1) = \dfrac{(a_2-2)(a_2-1)(a_3-1)...(a_n-1)}{a_2a_3...a_n}$.

$\Leftrightarrow a_{n+1}-(n+1) = (a_2-2)\left(1-\dfrac{1}{a_2}\right)\left(1-\dfrac{1}{a_3}\right)...\left(1-\dfrac{1}{a_n}\right)$.

$\Leftrightarrow a_{n+1}-(n+1) = (a_2-2)\prod\limits_{i=2}^{n}\left(1-\dfrac{1}{a_i}\right)$ (2).

Ta lại có $1-\dfrac{1}{a_{n+1}} = \dfrac{a_{n+1}-1}{a_{n+1}} = \dfrac{a_n+\dfrac{n}{a_n}-1}{a_{n+1}} < \dfrac{a_n}{a_{n+1}}$ (do $a_n > n \Rightarrow \dfrac{n}{a_n} < 1$).

Suy ra $\prod\limits_{i=2}^{n}\left(1-\dfrac{1}{a_i}\right) < \dfrac{a_1}{a_2}.\dfrac{a_2}{a_3}...\dfrac{a_{n-1}}{a_n} = \dfrac{a_1}{a_n}$.

Từ (2) $\Rightarrow a_{n+1}-(n+1) < (a_2-2).\dfrac{a_1}{a_n} < (a_2-2).\dfrac{a_1}{n}$ (vì $a_n > n$).

$\Rightarrow 0 < a_{n+1}-(n+1) < (a_2-2).\dfrac{a_1}{n}$.

Mà $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_1}{n} = 0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(a_2-2)\dfrac{a_1}{n} = 0$.

Do đó $\lim\limits_{n\to\infty}(a_{n+1}-(n+1)) = 0$ hay $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n-n) = 0$.

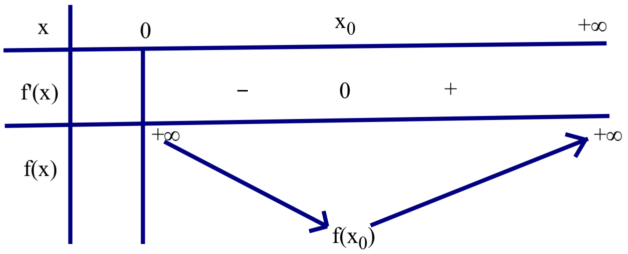
Bài 23. Cho trước số thực dương α và xét dãy số dương (x_n) thỏa mãn $x_{n+1}^{\alpha} + \dfrac{1}{x_n} < (\alpha+1)\alpha^{-\frac{\alpha}{\alpha+1}}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng dãy (x_n) hội tụ và tìm giới hạn của nó.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $f(x) = x^{\alpha} + \dfrac{1}{x}, x > 0$.

Ta có $f'(x)=\alpha x^{\alpha-1}-\frac{1}{x^2}=\frac{\alpha x^{\alpha+1}-1}{x^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=x_0=\alpha^{-\frac{1}{\alpha+1}}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$:.



.

Suy ra $f(x)\ge f(x_0)=\alpha^{-\frac{\alpha}{\alpha+1}}+\alpha^{\frac{1}{\alpha+1}}=(\alpha+1)\alpha^{-\frac{\alpha}{\alpha+1}}$.

Do đó $x_{n+1}^{\alpha}+\frac{1}{x_n}<(\alpha+1)\alpha^{-\frac{\alpha}{\alpha+1}}\le x_{n+1}^{\alpha}+\frac{1}{x_{n+1}}$.

Suy ra $x_{n+1}<x_n$ hay (x_n) là dãy giảm. Kết hợp với $x_n>0$ với mọi n ta suy ra dãy (x_n) hội tụ.

Đặt $\lim x_n=\beta>0$. Chuyển qua giới hạn ta được $\beta^{\alpha}+\frac{1}{\beta}\le(\alpha+1)\alpha^{-\frac{\alpha}{\alpha+1}}\Rightarrow\beta=x_0$.

Vậy $\lim x_n=\alpha^{-\frac{1}{\alpha+1}}$.

Bài 24. Cho dãy số thực (u_n) thỏa mãn $\begin{cases}u_1,u_2\in(0;1)\\ u_{n+2}=\frac{1}{5}u_{n+1}^3+\frac{4}{5}\sqrt[3]{u_n},\ \forall n\ge 1\end{cases}$. Chứng minh rằng dãy (u_n) có giới hạn hữu hạn, tìm giới hạn đó.

Hướng dẫn giải

Xét dãy $(x_n):\begin{cases}x_1=\min\{u_1,u_2\}\\ x_{n+1}=\frac{1}{5}x_n^3+\frac{4}{5}\sqrt[3]{x_n}\end{cases}$.

Ta thấy $x_n\in(0;1)$.

Ta có $x_{n+1}=\frac{1}{5}x_n^3+\frac{4}{5}\sqrt[3]{x_n}=\frac{x_n^3+\sqrt[3]{x_n}+\sqrt[3]{x_n}+\sqrt[3]{x_n}+\sqrt[3]{x_n}}{5}\ge\sqrt[5]{x_n^{\frac{13}{3}}}>x_n$.

Vậy dãy (x_n) tăng, bị chặn trên nên hội tụ, $\lim x_n=a\ (0<a\le 1)$.

Chuyển qua giới hạn ta được: $a=\frac{1}{3}a^3+\frac{4}{5}\sqrt[3]{a}\Rightarrow a=1$.

Ta sẽ chứng minh $x_n \le u_{2n-1}; u_{2n} < 1$ (*) bằng quy nạp theo n.

Ta có $x_1 \le u_1; u_2 < 1$. Giả sử $x_n \le u_{2n-1}; u_{2n} < 1$.

Suy ra $x_{n+1} = \frac{1}{5}x_n^3 + \frac{4}{5}\sqrt[3]{x_n} \le \frac{1}{5}u_{2n}^3 + \frac{4}{5}\sqrt[3]{u_{2n-1}} = u_{2n+1} < 1$.

$x_{n+1} = \frac{1}{5}x_n^3 + \frac{4}{5}\sqrt[3]{x_n} \le \frac{1}{5}x_{n+1}^3 + \frac{4}{5}\sqrt[3]{x_n} \le \frac{1}{5}u_{2n+1}^3 + \frac{4}{5}\sqrt[3]{u_{2n}} = u_{2n+2} < 1$.

Vậy (*) đúng với mọi n nguyên dương. Từ đó suy ra $\lim u_n = 1$.

Bài 25. Cho dãy số thực (x_n) xác định bởi: $\begin{cases} x_1 = 2007 \\ x_{n+1} = \sqrt{3} + \dfrac{x_n}{\sqrt{x_n^2 - 1}} \forall n \ge 1 \end{cases}$. Chứng minh dãy số (x_n) có giới hạn và tìm giới hạn đó.

Hướng dẫn giải

Dễ dàng quy nạp $x_n > \sqrt{3}$.

Ta có: $x_{n+1} = \sqrt{3} + \frac{x_n}{\sqrt{x_n^2 - 1}} = \sqrt{3} + \sqrt{1 + \frac{1}{x_n^2 - 1}} < \sqrt{3} + \sqrt{2} \ \forall n \ge 1$.

Vậy $x_n \le 2007$ với mọi n nên dãy bị chặn.

Xét $f(x) = \sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(x^2-1)^3}} \Rightarrow |f'(x)| < \frac{1}{2\sqrt{2}}$ khi $x > \sqrt{3}$.

Ta có:.

$f(x) = x \Leftrightarrow x = \sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \Leftrightarrow (x - \sqrt{3})^2 = \frac{x^2}{x^2 - 1}$.

$\Leftrightarrow (x^2 - \sqrt{3}x)^2 - 2(x^2 - \sqrt{3}x) - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - \sqrt{3}x = -1 \quad (L) \\ x^2 - \sqrt{3}x = 3 \end{array}\right.$.

$x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{2} = a$

Áp dụng định lý Lagrang có:.

$|x_{n+1} - a| = |f(x_n) - f(a)| = |f'(\theta_n)||x_n - a| < \frac{1}{2\sqrt{2}}|x_n - a| < \ldots < \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^n |x_1 - a| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ Do đó $\lim x_n = a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{2}$.

Bài 26. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = e \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{u_{n+1}^2}{u_1^2.u_2^2...u_n^2}$.

Hướng dẫn giải

Vì $u_1 = e > 2$ nên đặt $u_1 = a + \dfrac{1}{a}, \quad a > 1$.

Ta có $u_2 = u_1^2 - 2 = \left(a + \dfrac{1}{a}\right)^2 - 2 = a^2 + \dfrac{1}{a^2}$.

Bằng quy nạp, ta có thể chứng minh được $u_{n+1} = a^{2^n} + \dfrac{1}{a^{2^n}}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

Xét.

$$\prod_{i=1}^{n} u_i = \prod_{i=1}^{n}\left(a^{2^{i-1}} + \frac{1}{a^{2^{i-1}}}\right) = \left(a - \frac{1}{a}\right)^{-1}\left[\left(a - \frac{1}{a}\right)\prod_{i=1}^{n}\left(a^{2^{i-1}} + \frac{1}{a^{2^{i-1}}}\right)\right] = \left(a - \frac{1}{a}\right)^{-1}\left(a^{2^n} + \frac{1}{a^{2^n}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{u_{n+1}^2}{u_1^2.u_2^2...u_n^2} = \frac{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2\left(a^{2^n} + \frac{1}{a^{2^n}}\right)}{\left(a^{2^n} - \frac{1}{a^{2^n}}\right)^2} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}^2}{u_1^2.u_2^2...u_n^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = e^2 - 4$$

Bài 1. Cho dãy số (x_n) xác định bởi.

$$\begin{cases} x_1 = a \\ x_{n+1} = \dfrac{x_n^2 + 7}{2(x_n + 3)}, \quad n = 1, 2, 3, ... \end{cases}$$

Chứng minh rằng dãy số có giới hạn hữu hạn. Tính giới hạn đó.

Hướng dẫn giải

Theo Côsy thì.

$$x_n = \frac{1}{2}\left(x_n + 3 + \frac{16}{x_n + 3} - 6\right) \geq 1; \; x_{n+1} - x_n = -\frac{(x_n - 1)(x_n + 7)}{2(x_n + 3)} \leq 0.$$

dãy giảm, bị chặn bởi 1, vậy dãy có giới hạn.

Từ $\lim x_n = a \Rightarrow a = 1$.

Bài 27. Cho dãy số $\{x_n\}$, xác định bởi: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_{n+1} = 1 + \dfrac{2014}{1 + x_n}, n = 1, 2, 3... \end{cases}$. Chứng minh rằng dãy số $\{x_n\}$ có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Hướng dẫn giải