

**Hướng dẫn giải:** A đúng. B sai vì thiếu điều kiện  $\alpha \neq -1$ ; C, D sai vì không có tính chất.

**Câu 36.** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $\int \sin x dx = \cos x + C$ .

**B.**  $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$ .

**D.**  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$ .

**C.**  $\int e^x dx = e^x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \sin x dx = -\cos x + C$

**Câu 37.** Hàm số  $f(x) = x^3 - x^2 + 3 + \frac{1}{x}$  có nguyên hàm là

**A.**  $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 3x + \ln|x| + C$ .

**B.**  $F(x) = x^4 - \frac{x^3}{3} + 3x + \ln|x| + C$ .

**C.**  $F(x) = 3x^2 - 2x - \frac{1}{x^2} + C$ .

**D.**  $F(x) = x^4 - x^3 + 3x + \ln|x| + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $F(x) = \int (x^3 - x^2 + 3 + \frac{1}{x}) dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 3x + \ln|x| + C$

**Câu 38.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \tan^2 x$  là

**A.**  $F(x) = \tan x - x + C$ .

**B.**  $F(x) = -\tan x + x + C$ .

**C.**  $F(x) = \tan x + x + C$ .

**D.**  $F(x) = -\tan x - x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int f(x) dx = \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C$

**Câu 39.** Hàm số  $F(x) = 7 \sin x - \cos x + 1$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

**A.**  $f(x) = \sin x + 7 \cos x$ .

**B.**  $f(x) = -\sin x + 7 \cos x$ .

**C.**  $f(x) = \sin x - 7 \cos x$ .

**D.**  $f(x) = -\sin x - 7 \cos x$ .

**Hướng dẫn giải:**  $F'(x) = 7 \cos x + \sin x$

**Câu 40.** Kết quả tính  $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$  là

**A.**  $\tan x - \cot x + C$ .

**B.**  $\cot 2x + C$ .

**C.**  $\tan 2x - x + C$ .

**D.**  $-\tan x + \cot x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx = \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = \tan x - \cot x + C$

**Câu 41.** Hàm số  $F(x) = 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - 1$  có một nguyên hàm là

**A.**  $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - x$ .

**B.**  $f(x) = x^3 - \sqrt{x} - \frac{1}{x} - x$ .

**C.**  $f(x) = x^3 - 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ .

**D.**  $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{x} - x$ .

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $\int F(x) dx = \int \left( 3x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - 1 \right) dx = x^3 - 2\sqrt{x} - \frac{1}{x^2} - x + C$

**Câu 42.** Hàm số  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^5 x}$  có một nguyên hàm  $F(x)$  bằng

A.  $-\frac{1}{4\sin^4 x}$ .      B.  $\frac{1}{4\sin^4 x}$ .      C.  $\frac{4}{\sin^4 x}$ .      D.  $\frac{-4}{\sin^4 x}$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int f(x)dx = \int \frac{\cos x}{\sin^5 x} dx = \int \frac{1}{\sin^5 x} d(\sin x) = -\frac{1}{4\sin^4 x} + C$

**Câu 43.** Kết quả tính  $\int 2x\sqrt{5-4x^2} dx$  bằng

A.  $-\frac{1}{6}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C$ .      B.  $-\frac{3}{8}\sqrt{(5-4x^2)} + C$ .  
 C.  $\frac{1}{6}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C$ .      D.  $-\frac{1}{12}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{5-4x^2} \Rightarrow tdt = -4xdx$

Ta có  $\int 2x\sqrt{5-4x^2} dx = -\frac{1}{2} \int t^2 dt = -\frac{1}{6}t^3 + C = -\frac{1}{6}\sqrt{(5-4x^2)^3} + C$

**Câu 44.** Kết quả  $\int e^{\sin x} \cos x dx$  bằng

A.  $e^{\sin x} + C$ .      B.  $\cos x e^{\sin x} + C$ .      C.  $e^{\cos x} + C$ .      D.  $e^{-\sin x} + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $\int e^{\sin x} \cos x dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$

**Câu 45.** Tính  $\int \tan x dx$  bằng

A.  $-\ln|\cos x| + C$ .      B.  $\ln|\cos x| + C$ .      C.  $\frac{1}{\cos^2 x} + C$ .      D.  $\frac{-1}{\cos^2 x} + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $\int \tan x dx = -\int \frac{1}{\cos x} d(\cos x) = -\ln|\cos x| + C$

**Câu 46.** Tính  $\int \cot x dx$  bằng

A.  $\ln|\sin x| + C$ .      B.  $-\ln|\sin x| + C$ .      C.  $\frac{-1}{\sin^2 x} + C$ .      D.  $\frac{1}{\sin^2 x} - C$ .

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $\int \cot x dx = \int \frac{1}{\sin x} d(\sin x) = \ln|\sin x| + C$

**Câu 47.** Nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{x^3}{x-1}$  là

A.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$ .      B.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x+1| + C$ .  
 C.  $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$ .      D.  $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \ln|x-1| + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $\frac{x^3}{x-1} = x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}$ . Sử dụng bảng nguyên hàm suy ra đáp án.

**Câu 48.** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$  là

A.  $\frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln|x+1|$ .      B.  $\frac{x^2}{2} + 3x + 6\ln|x+1|$ .  
 C.  $\frac{x^2}{2} + 3x - 6\ln|x+1|$ .      D.  $\frac{x^2}{2} - 3x + 6\ln(x+1)$ .

**Hướng dẫn giải:**  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = x - 3 + \frac{6}{x + 1}$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 49.** Kết quả tính  $\int \frac{1}{x(x+3)} dx$  bằng

A.  $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C.$

B.  $-\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C.$

C.  $\frac{2}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C.$

D.  $\frac{2}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right)$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 50.** Kết quả tính  $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$  bằng

A.  $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C.$

B.  $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C.$

C.  $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C.$

D.  $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} \right)$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 51.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$  là

A.  $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C.$

B.  $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C.$

C.  $F(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C.$

D.  $F(x) = \ln |x^2 + x - 2| + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \right)$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 52.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \left( \frac{1-x}{x} \right)^2$  là

A.  $F(x) = -\frac{1}{x} - 2 \ln |x| + x + C.$

B.  $F(x) = -\frac{1}{x} - 2 \ln x + x + C.$

C.  $F(x) = \frac{1}{x} - 2 \ln |x| + x + C.$

D.  $F(x) = -\frac{1}{x} - 2 \ln |x| - x + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $f(x) = \left( \frac{1-x}{x} \right)^2 = \frac{1-2x+x^2}{x^2} = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 53.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x^2 - a^2}$  với  $a \neq 0$  là

A.  $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$

B.  $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C.$

C.  $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C.$

D.  $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\frac{1}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \left( \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} \right)$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 54.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$  thỏa mãn  $F(2) = 0$ . Khi đó phương trình  $F(x) = x$  có nghiệm là

- A.**  $x = 1 - \sqrt{3}$ .      **B.**  $x = 1$ .      **C.**  $x = -1$ .      **D.**  $x = 0$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{8-x^2} \Rightarrow t^2 = 8-x^2 \Rightarrow -tdt = xdx$

$$\int \frac{x}{\sqrt{8-x^2}} dx = -\int \frac{tdt}{t} = -t + C = -\sqrt{8-x^2} + C.$$

Vì  $F(2) = 0$  nên  $C = 2$ . Ta có phương trình  $-\sqrt{8-x^2} + 2 = x \Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{3}$

**Câu 55.** Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  và  $F(2) = 1$  thì  $F(3)$  bằng

- A.**  $\ln 2 + 1$ .      **B.**  $\ln \frac{3}{2}$ .      **C.**  $\ln 2$ .      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$ , vì  $F(2) = 1$  nên  $C = 1$ .  $F(x) = \ln|x-1| + 1$ , thay  $x = 3$  ta có đáp án.

**Câu 56.** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x}$  thỏa mãn  $F(1) = \frac{1}{3}$ . Giá trị của  $F^2(e)$  là

- A.**  $\frac{8}{9}$ .      **B.**  $\frac{1}{9}$ .      **C.**  $\frac{8}{3}$ .      **D.**  $\frac{1}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{\ln^2 x + 1} \Rightarrow tdt = \frac{\ln x}{x} dx$

$$\int \sqrt{\ln^2 x + 1} \cdot \frac{\ln x}{x} dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{(\sqrt{\ln^2 x + 1})^3}{3} + C. \text{ Vì } F(1) = \frac{1}{3} \text{ nên } C = 0$$

Vậy  $F^2(e) = \frac{8}{9}$ .

**Câu 57.** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$  thỏa mãn  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$  là

- A.**  $-\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$ .      **B.**  $\cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}$ .  
**C.**  $-\cot x + x^2$ .      **D.**  $\cot x - x^2 - \frac{\pi^2}{16}$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \left( 2x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = x^2 - \cot x + C$ .  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$  nên  $C = -\frac{\pi^2}{16}$ .

#### 4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

**Câu 58.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos^2 x \cdot \sin x$ .

- A.**  $\int f(x) dx = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = \frac{\cos^3 x}{3} + C$ .

$$C. \int f(x)dx = -\frac{\sin^2 x}{2} + C.$$

$$D. \int f(x)dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C.$$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \cos^2 x \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$

**Câu 59.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x - 1}$ .

A.  $\int f(x)dx = -\ln|\sin x| + C.$

B.  $\int f(x)dx = \ln|\cos 2x - 1| + C.$

C.  $\int f(x)dx = \ln|\sin 2x| + C.$

D.  $\int f(x)dx = \ln|\sin x| + C.$

**Hướng dẫn giải**

$$\int \frac{\sin 2x dx}{\cos 2x - 1} = \int \frac{2 \sin x \cos x}{1 - 2 \sin^2 x + 1} dx = -\int \frac{\cos x}{\sin x} dx = -\int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = -\ln|\sin x| + C$$

**Câu 60.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin x \cdot \cos 2x$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{-2 \cos^3 x}{3} + \cos x + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{6} \cos 3x + \frac{1}{2} \sin x + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{\cos^3 x}{3} + \cos x + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{6} \cos 3x - \frac{1}{2} \sin x + C.$

**Hướng dẫn giải**

$$\int \sin x \cdot \cos 2x dx = \int (2 \cos^2 x - 1) \sin x dx = -\int (2 \cos^2 x - 1) d(\cos x) = \frac{-2 \cos^3 x}{3} + \cos x + C$$

**Câu 61.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x \cdot \cos 3x$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 4x + C.$

C.  $\int f(x)dx = 2 \cos^4 x + 3 \cos^2 x + C.$

D.  $\int f(x)dx = 3 \cos^4 x - 3 \cos^2 x + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\int 2 \sin x \cdot \cos 3x dx = \int (\sin 4x - \sin 2x) dx = \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \cos 4x + C.$

**Câu 62.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^3 x \cdot \sin 3x$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{3}{8} \left( \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left( x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

B.  $\int f(x)dx = \frac{3}{8} \left( \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) + \frac{1}{8} \left( x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{8} \left( \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{3}{8} \left( x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

D.  $\int f(x)dx = \frac{3}{8} \left( \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left( x + \frac{\sin 6x}{6} \right) + C.$

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \int \sin^3 x \cdot \sin 3x dx &= \int \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4} \cdot \sin 3x dx \\ &= \frac{3}{8} \int 2 \sin x \cdot \sin 3x dx - \frac{1}{8} \int 2 \sin^2 3x dx = \frac{3}{8} \int (\cos 2x - \cos 4x) dx - \frac{1}{8} \int (1 - \cos 6x) dx \\ &= \frac{3}{8} \left( \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\sin 4x}{4} \right) - \frac{1}{8} \left( x - \frac{\sin 6x}{6} \right) + C \end{aligned}$$

**Câu 63.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x$ .

**A.**  $\int f(x)dx = \frac{-3}{16} \cos 4x + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = \frac{3}{16} \cos 4x + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = \frac{-3}{16} \sin 4x + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = \frac{3}{16} \sin 4x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$\begin{aligned} \int (\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x) dx &= \int \left( \frac{3 \sin x - \sin 3x}{4} \cdot \cos 3x + \frac{\cos 3x + 3 \cos x}{4} \cdot \sin 3x \right) dx \\ &= \int \left( \frac{3}{4} \sin x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \cos 3x + \frac{3}{4} \sin 3x \cdot \cos x + \sin 3x \cdot \cos 3x \right) dx \\ &= \frac{3}{4} \int (\sin x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos x) dx = \frac{3}{4} \int \sin 4x dx = \frac{-3}{16} \cos 4x + C \end{aligned}$$

**Câu 64.** Tìm một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$  biết  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$ .

**A.**  $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$ .

**B.**

$F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{3}{2}$ .

**C.**  $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{1}{2}$ .

**D.**

$F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} + \frac{5}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

•  $F(x) = \int \sin^2 \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (1 - \cos x) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C$

•  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow C = \frac{1}{2}$

#### 4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT.

**Câu 65.** Hàm số  $f(x) = e^x \left( \ln 2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right)$  có họ nguyên hàm là

**A.**  $F(x) = e^x \ln 2 - \cot x + C$ .

**B.**  $F(x) = e^x \ln 2 + \cot x + C$ .

**C.**  $F(x) = e^x \ln 2 + \frac{1}{\cos^2 x} + C$ .

**D.**  $F(x) = e^x \ln 2 - \frac{1}{\cos^2 x} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int f(x)dx = \int \left( e^x \ln 2 + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = e^x \ln 2 - \cot x + C$

**Câu 66.** Hàm số  $f(x) = 3^x - 2^x \cdot 3^x$  có nguyên hàm bằng

**A.**  $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{6^x}{\ln 6} + C$ .

**B.**  $3^x \ln 3(1 + 2^x \ln 2) + C$ .

**C.**  $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{3^x \cdot 2^x}{\ln 6} + C$ .

**D.**  $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{6^x}{\ln 3 \cdot \ln 2} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int f(x)dx = \int (3^x + 6^x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{6^x}{\ln 6} + C$

**Câu 67.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = (e^{-x} + e^x)^2$  thỏa mãn điều kiện  $F(0) = 1$  là

**A.**  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + 1.$

**B.**  $F(x) = -2e^{-2x} + 2e^{2x} + 2x + 1.$

**C.**  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x.$

**D.**  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - 1.$

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x} + \frac{1}{2}e^{2x} + 2x + C, F(0) = 1 \Leftrightarrow C = 1$

**Câu 68.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}.$

**A.**  $F(x) = 2x - 3\ln|x+1| + C.$

**B.**  $F(x) = 2x + 3\ln|x+1| + C.$

**C.**  $F(x) = 2x - \ln|x+1| + C.$

**D.**  $F(x) = 2x + \ln|x+1| + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{2x-1}{x+1} dx = \int \left( 2 - \frac{3}{x+1} \right) dx = 2x - 3\ln|x+1| + C$

**Câu 69.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x+1}.$

**A.**  $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + C.$

**B.**  $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + 5\ln|2x+1| + C.$

**C.**  $F(x) = (2x+1)^2 + \ln|2x+1| + C.$

**D.**  $F(x) = (2x+1)^2 - \ln|2x+1| + C.$

**Hướng dẫn giải:**

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 3}{2x+1} dx = \int \left( \frac{2x+1}{2} + \frac{5}{2(2x+1)} \right) dx = \frac{1}{8}(2x+1)^2 + \frac{5}{4}\ln|2x+1| + C$$

**Câu 70.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 + 1}.$

**A.**  $F(x) = \frac{x^2}{2} - \ln(x^2 + 1) + C.$

**B.**  $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln(x^2 + 1) + C.$

**C.**  $F(x) = x^2 - \ln(x^2 + 1) + C.$

**D.**  $F(x) = x^2 + \ln(x^2 + 1) + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{x^3 - x}{x^2 + 1} dx = \int \left( x - \frac{2x}{x^2 + 1} \right) dx = \frac{x^2}{2} - \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{x^2}{2} - \ln(x^2 + 1) + C$

**Câu 71.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x \ln x + x}.$

**A.**  $F(x) = \ln|\ln x + 1| + C.$

**B.**  $F(x) = \ln|\ln x - 1| + C.$

**C.**  $F(x) = \ln|x+1| + C.$

**D.**  $F(x) = \ln x + 1 + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{1}{x(\ln x + 1)} dx = \int \frac{d(\ln x + 1)}{(\ln x + 1)} = \ln|\ln x + 1| + C$

**Câu 72.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x + 1}.$

**A.**  $F(x) = e^x - \ln(e^x + 1) + C.$

**B.**  $F(x) = e^x + \ln(e^x + 1) + C.$

C.  $F(x) = \ln(e^x + 1) + C.$

D.  $F(x) = e^{2x} - e^x + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx = \int \left( e^x - \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx = e^x - \int \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1} = e^x - \ln(e^x + 1) + C$

#### 4.1.4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ CHỨA CĂN THỨC.

**Câu 73.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ .

A.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$

B.  $\int f(x) dx = 2\sqrt{x} + 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$

C.  $\int f(x) dx = \ln(1 + \sqrt{x}) + C.$

D.  $\int f(x) dx = 2 + 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow x = (t-1)^2 \Rightarrow dx = 2(t-1)dt.$

Khi đó  $\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx = \int \frac{2(t-1)dt}{t} = 2 \int \left( 1 - \frac{1}{t} \right) dt = 2(t - \ln|t|) + C_1$

$= 2(\sqrt{x} + 1 - \ln|1 + \sqrt{x}|) + C_1 = 2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$  (Với  $C = 2 + C_1$  và  $1 + \sqrt{x} > 0$ )

**Câu 74.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(x+4)\sqrt{x+1} + C.$

B.  $\int f(x) dx = (x+4)\sqrt{x+1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{x}{2(x+1)\sqrt{x+1}} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} dx = \int \left( \sqrt{x+1} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) d(x+1) = \frac{2}{3}(x+4)\sqrt{x+1} + C$

**Câu 75.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}}$ .

A.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{1-x} + C.$

D.  $\int f(x) dx = -2\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} + C.$

**Hướng dẫn giải**

$\int \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}} dx = -\int \left( -2\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \right) d(1-x)$

$= \frac{2}{3}(1-x)^{\frac{3}{2}} - 2(1-x)^{\frac{1}{2}} + C = -\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{1-x} + C$

**Câu 76.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3x^2+2}}$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2} + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{6}\sqrt{3x^2+2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}\sqrt{3x^2+2} + C.$



**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{x}{\sqrt{3x^2+2}} dx = \frac{1}{6} \int \frac{d(3x^2+2)}{\sqrt{3x^2+2}} = \frac{1}{3} \sqrt{3x^2+2} + C$

**Câu 77.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}$ .

- A.**  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{4-x^2} + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow x^2 = 4-t^2 \Rightarrow x dx = -t dt$ . Khi đó

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx = \int \frac{(4-t^2)(-t dt)}{t} = \int (t^2-4) dt = \frac{t^3}{3} - 4t + C$$

$$= \frac{(\sqrt{4-x^2})^3}{3} - 4\sqrt{4-x^2} + C = -\frac{1}{3}(x^2+8)\sqrt{4-x^2} + C$$

#### 4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

**Câu 78.** Tính  $F(x) = \int (2x-1)e^{1-x} dx = e^{1-x}(Ax+B) + C$ . Giá trị của biểu thức  $A+B$  bằng:

- A.** -3.      **B.** 3.      **C.** 0.      **D.** 5.

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng.

$u$ và đạo hàm của $u$	+	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$2x-1$	$\swarrow$	$e^{1-x}$
$2$	$\searrow$	$-e^{1-x}$
$0$	$\swarrow$	$e^{1-x}$

Do đó  $F(x) = -(2x-1)e^{1-x} - 2e^{1-x} + C = e^{1-x}(-2x-1) + C$ .

Vậy  $A+B = -3$ .

**Câu 79.** Tính  $F(x) = \int e^x \cos x dx = e^x(A \cos x + B \sin x) + C$ . Giá trị của biểu thức  $A+B$  bằng

- A.** 1.      **B.** -1.      **C.** 2.      **D.** -2.

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng bảng

$u$ và đạo hàm của $u$	+	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$e^x$	$\swarrow$	$\cos x$
$e^x$	$\searrow$	$\sin x$
$e^x$	$\swarrow$	$-\cos x$

Do đó  $F(x) = e^x \sin x + e^x \cos x - F(x) + C_1$  hay  $F(x) = \frac{1}{2}(e^x \sin x + e^x \cos x) + C$ .

Vậy  $A+B = 1$ .

