CHỦ ĐỀ 3. TẬP HỢP ĐIỂM

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Các kiến thức cơ bản về số phức

1. Khái niệm số phức

- Tập hợp số phức: $\mathbb{C}$
- Số phức (*dạng đại số*) : $z = a + bi \quad (a,b \in \mathbb{R})$, a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$)
- z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 ($b = 0$)

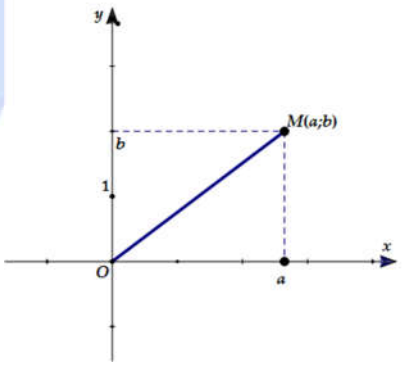
  z là thuần ảo $\Leftrightarrow$ phần thực của z bằng 0 ($a = 0$)

  Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Hai số phức bằng nhau:

Cho hai số phức $z = a + bi; z' = a' + b'i (a; a'; b; b' \in \mathbb{R})$. $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

2. Biểu diễn hình học:

Trong mặt phẳng phức Oxy (Oy là trục ảo; Ox là trục thực), mỗi số phức $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$



3. Các phép toán về số phức

Cho các số phức $z = a + bi; z' = a' + bi' (a; b; a'; b' \in \mathbb{R})$ và số $k \in \mathbb{R}$

a. Cộng, trừ hai số phức

- $z + z' = (a + a') + (b + b')i$
- $z - z' = (a - a') + (b - b')i$
- Số đối của $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$
- $\vec{u}$ biểu diễn z, $\vec{u}'$ biểu diễn z' thì $\vec{u} + \vec{u}'$ biểu diễn $z + z'$ và $\vec{u} - \vec{u}'$ biểu diễn $z - z'$.

b. Nhân hai số phức

- $z.z' = (a + bi).(a' + b'i) = (a.a' - b.b') + (a'b + ab')i$
- $k.z = k.(a + bi) = ka + kbi$

c. Số phức liên hợp

- Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$
- $\overline{\bar{z}} = z;\ \overline{z \pm z'} = \bar{z} \pm \bar{z'};\ \overline{z.z'} = \bar{z}.\bar{z'};\ \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z'}}$; $z.\bar{z} = a^2 + b^2$
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$; z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$

d. Môđun của số phức :

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}, |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
- $|z.z'| = |z|.|z'|$ $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}; (z' \neq 0)$ $|z| - |z'| \leq |z - z'| \leq |z| + |z'|$

e. Chia hai số phức:

- $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2}\bar{z}(z \neq 0)$ $(z \neq 0)$ $\frac{z'}{z} = z'.z^{-1} = \frac{z'.\bar{z}}{|z|^2}$

II. Kiến thức về hình học giải tích trong mặt phẳng

1. Các dạng phương trình đường thẳng

- Dạng tổng quát: $ax + by + c = 0$
- Dạng đại số: $y = ax + b$
- Dạng tham số: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$
- Dạng chính tắc: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$
- Phương trình đoạn chắn $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- Phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0)$ biết hệ số góc k: $y = k(x - x_0) + y_0$

2. Phương trình đường tròn tâm I(a;b) bán kính R:

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $c = a^2 + b^2 - R^2$

Lưu ý điều kiện để phương trình: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn: $a^2 + b^2 - c > 0$ có tâm $I(-a, -b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

3. Phương trình (Elip): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Với hai tiêu cự $F_1(-c;0), F_2(c;0), F_1F_2 = 2c$

Trục lớn $2a$, trục bé $2b$ và $a^2 = b^2 + c^2$

III. Một số chú ý trong giải bài toán tìm tập hợp điểm.

1. Phương pháp tổng quát

Giả sử số phức $z = x + yi$ được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$. Tìm tập hợp các điểm M là tìm hệ thức giữa x và y thỏa mãn yêu cầu đề bài

2. Giả sử các điểm M, A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z, a, b

*) $|z-a|=|z-b| \Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow$ M thuộc đường trung trực của đoạn AB

*) $|z-a|=|z-b|=k(k \in \mathbb{R}, k>0, k>|a-b|) \Leftrightarrow MA+MB=k \Leftrightarrow M \in (E)$ nhận A, B là hai tiêu điểm và có độ dài trục lớn bằng k

3. Giả sử M và M' lần lượt là điểm biểu diễn của số phức *z* và *w = f(z)*

Đặt $z = x + yi$ và $w = u + vi$ $(x, y, u, v \in \mathbb{R})$

Hệ thức $w = f(z)$ tương đương với hai hệ thức liên hệ giữa x, y, u, v

*) Nếu biết một hệ thức giữa x, y ta tìm được một hệ thức giữa u, v và suy ra được tập hợp các điểm M'

*) Nếu biết một hệ thức giữa u, v ta tìm được một hệ thức giữa x, y và suy ra được tập hợp điểm M'

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Các kĩ năng biến đổi, thực hiện phép tính về số phức
- Kĩ năng biến đổi biểu thức đại số, tính khoảng cách,…

AMAX

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Điểm M biểu diễn số phức $z=3+2i$ trong mặt phẳng tọa độ phức là:

A. $M(3;2)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(3;-2)$. **D.** $M(-3;-2)$.

Câu 2. Cho số phức $z=-2i-1$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng phức là:

A. $M(-1;-2)$. **B.** $M(-1;2)$. **C.** $M(-2;1)$. **D.** $M(2;-1)$.

Câu 3. Cho số phức $z=3+i$. Điểm biểu diễn số phức $\frac{1}{z}$ trong mặt phẳng phức là:

A. $M\left(\frac{1}{4};-\frac{3}{4}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{4}\right)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 4. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=3+2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=2+3i$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.

B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O.

C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$.

D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 5. Gọi A là điểm biểu diễn số phức z , B là điểm biểu diễn số phức $-z$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai ?**

A. A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

B. A và B trùng gốc tọa độ khi $z=0$.

C. A và B đối xứng qua gốc tọa độ.

D. Đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ.

Câu 6. Các điểm biểu diễn các số phức $z=3+bi$ $(b\in\mathbb{R})$ trong mặt phẳng tọa độ, nằm trên đường thẳng có phương trình là:

A. $y=b$. **B.** $y=3$. **C.** $x=b$. **D.** $x=3$.

Câu 7. Trên mặt phẳng tọa độ , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực của z bằng -2 là:

A. $x=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=2x$ **D.** $y=x+2$

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần ảo của z nằm trong khoảng $(2016;2017)$ là:

A. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x=2016$ và $x=2017$, không kể biên.

B. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x=2016$ và $x=2017$, kể cả biên.

C. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y=2016$ và $y=2017$, không kể biên.

D. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y=2016$ và $y=2017$, kể cả biên.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực của z nằm trong đoạn $[-1;3]$ là:

A. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x=-1$ và $x=3$, kể cả biên.

B. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x=-1$ và $x=3$, kể cả biên.

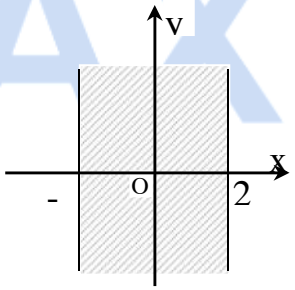
C. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y=-1$ và $y=3$, không kể biên.

D. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y=-1$ và $y=3$, kể cả biên.

Câu 10. Cho số phức $z=a+ai$ $(a\in\mathbb{R})$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng tọa độ là:

A. $x+y=0$. **B.** $y=x$. **C.** $x=a$. **D.** $y=a$.

Câu 11. Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải (- 2; 2) , ở hình 1, điều kiện của a và b là:

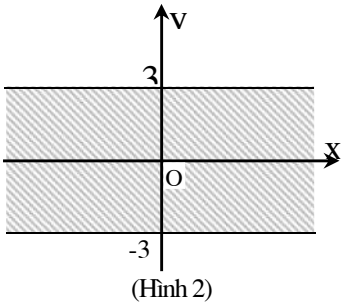


(Hình

A. $a,b\in(-2;2)$. **B.** $a\in(-2;2);b\in\mathbb{R}$.

C. $a\in\mathbb{R};b\in(-2;2)$. **D.** $a,b\in[-2;2]$.

Câu 12. Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-3i;3i)$ như hình 2 thì điều kiện của a và b là:

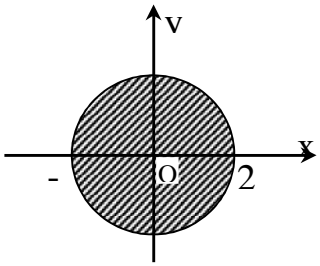


(Hình 2)

A. $a\in\mathbb{R};-3\le b\le 3$. **B.** $-3<a<3;b\in\mathbb{R}$.

C. $-3<a,b<3$. **D.** $a\in\mathbb{R};-3<b<3$.

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong hình tròn như hình 3 (không tính biên), điều kiện của a và b là:

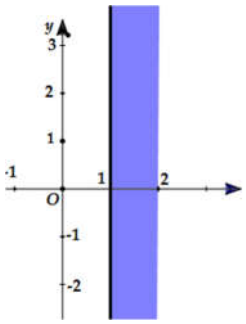


(Hình

A. $a^2 + b^2 < 4$. **B.** $a^2 + b^2 \le 4$.

C. $a^2 + b^2 > 4$. **D.** $a^2 + b^2 \ge 4$.

Câu 14. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần tô mầu như trên hình



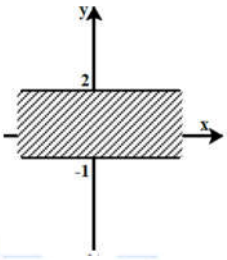
A. Số phức z có phần thực lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.

B. Số phức z có phần thực lớn hơn 1 và nhỏ hơn 2.

C. Số phức z có phần thực lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ 2.

D. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.

Câu 15. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần gạch chéo như trên hình



A. Số phức z có phần ảo lớn hơn -1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.

B. Số phức z có phần ảo lớn hơn -1 và nhỏ hơn 2.

C. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng -1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.

D. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng -1 và nhỏ hơn 2.

Câu 16. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn nào sau đây ?

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 36$.

Câu 17. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| < 1$ trên mặt phẳng tọa độ là:

A. Hình tròn tâm O, bán kính $R = 1$, không kể biên.

B. Hình tròn tâm O, bán kính $R = 1$, kể cả biên.

C. Đường tròn tâm O, bán kính $R = 1$.

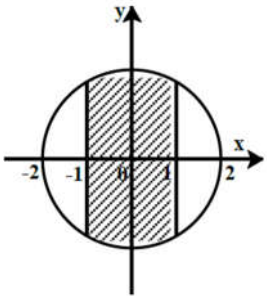
D. Đường tròn tâm bất kì, bán kính $R = 1$.

Câu 18. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2 = \bar{z}^2$ là:

A. Gốc tọa độ. **B.** Trục hoành.

C. Trục tung. **D.** Trục tung và trục hoành

Câu 19. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần gạch chéo như trên hình.



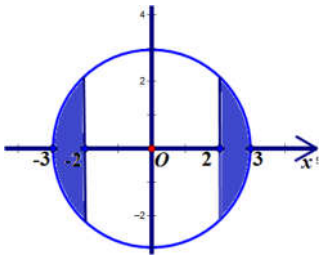
A. Số phức $z=a+bi;|z|\le 2;a\in[-1;1]$.

B. Số phức $z=a+bi;|z|\le 2;a\notin[-1;1]$.

C. Số phức $z=a+bi;|z|<2;a\in[-1;1]$.

D. Số phức $z=a+bi;|z|\le 2;\mathrm{b}\in[-1;1]$.

Câu 20. Trong mặt phẳng phức Oxy, số phức z thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn số phức thuộc phần tô màu như hình vẽ



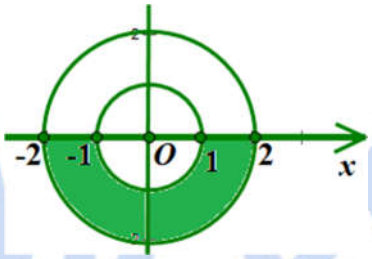
A. Phần thực của $z\in[-3,-2]\cup[2,3]$ và $|z|\le 3$.

B. Phần thực của $z\in(-3;-2)\cup(2,3)$ và $|z|\le 3$.

C. Phần thực của $z\in[-3,-2]\cup[2,3]$ và $|z|<3$.

D. Phần thực của $z\in[-3,-2]\cup[2,3]$ và $|z|>3$.

Câu 21. Trong mặt phẳng phức Oxy, số phức z thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn số phức thuộc phần tô màu như hình vẽ



A. $1\le|z|\le 2$ và phần ảo dương.

B. $1\le|z|\le 2$ và phần ảo âm.

C. $1<|z|<2$ và phàn ảo dương.

D. $1<|z|<2$ và phần ảo âm.

Câu 22. Trong mặt phẳng phức Oxy, cho 2 số phức z,z' sao cho $z+z'=0$. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2+(y-3)^2=4$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường tròn nào sau đây

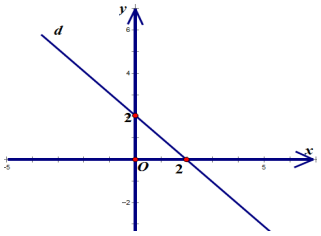
A $(x+1)^2+(y+3)^2=4$

B. $(x+1)^2+(y-3)^2=4$

C. $(x-1)^2+(y+3)^2=4$

D. $(x-1)^2+(y-4)^2=16$

Câu 23. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường thẳng d trên hình vẽ bên dưới thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đồ thị nào sau đây ?



A. Đường thẳng $y=x-2$

B. Đường thẳng $y=2-x$

C. Đường thẳng $y=x+2$

D. Đường thẳng $y=-x-2$

Câu 24. Trong mặt phẳng phức Oxy, cho 2 số phức z,z' thỏa mãn phần thực của z bằng phần ảo của z' và phần ảo của z bằng phần thực của z'. Nếu tập hợp của các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x+2y-3=0$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường thẳng nào sau đây ?

A. $x-2y+3=0$. **B.** $2x+y-3=0$. **C.** $x-2y-3=0$. **D.** $2x+y+3=0$.

Câu 25. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2=|z|^2$ là:

A. Gốc tọa độ. **B.** Trục hoành.

C. Trục tung và trục hoành. **D.** Trục tung.

Câu 26. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|=1$ và phần ảo của z bằng 1 là:

A. Giao điểm của đường tròn tâm O, bán kính $R=1$ và đường thẳng $x=1$.

B. Đường tròn tâm O, bán kính $R=1$.

C. Giao điểm của đường tròn tâm O, bán kính $R=1$ và đường thẳng $y=1$.

D. Đường thẳng $y=1$.

Câu 27. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z+\bar{z}\right|=\left|z-\bar{z}\right|$ là hai đường thẳng d_1,d_2. Giao điểm M của 2 đường thẳng d_1,d_2 có tọa độ là:

A. $(0,0)$. **B.** $(1,1)$. **C.** $(1,2)$. **D.** $(0,3)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng phức Oxy, giả sử M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2+z|>|z-2|$. Tập hợp những điểm M là ?

A. Nửa mặt phẳng ở bên dưới trục Ox. **B.** Nửa mặt phẳng ở bên trái trục Oy.

C. Nửa mặt phẳng ở bên trên trục Ox. **D.** Nửa mặt phẳng ở bên phải trục Oy .

Câu 29. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thực âm là:

A. Trục Ox. **B.** Trục Ox trừ gốc tọa độ.

C. Trục Oy. **D.** Trục Oy trừ gốc tọa độ.

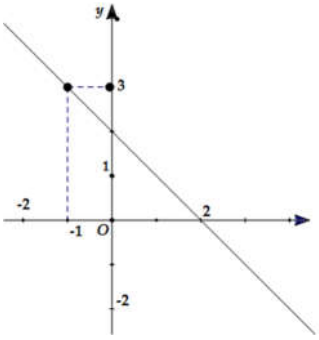
Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $|z-2|<1$ là:

A. Một hình tròn. **B.** Một đường tròn.

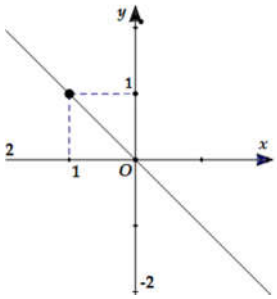
C. Một hình vuông. **D.** Một parabol

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=|\overline{z}+1-2i|$, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình:

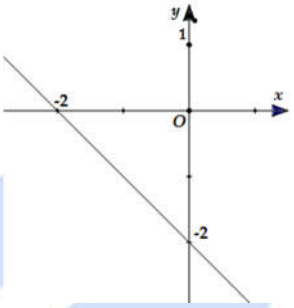
A.



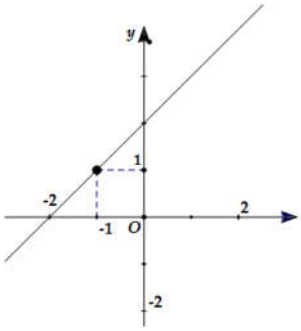
B.



C.



D.



Câu 32. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+\overline{z}+3|=4$

A. Đường thẳng $x=-\frac{7}{2}$.

B. Đường thẳng $x=\frac{13}{2}$.

C. Hai đường thẳng $x=-\frac{7}{2}$ với $\left(x<-\frac{3}{2}\right)$, đường thẳng $x=\frac{1}{2}$ với $\left(x\geq-\frac{3}{2}\right)$.

D. Đường thẳng $x=\frac{1}{2}$.

Câu 33. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+i|=|z-i|$.

A.Trục *Oy*. **B.** Trục *Ox*. **C.** $y=x$. **D.** $y=-x$.

Câu 34. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\overline{z}+1-i|\leq 1$.

A. Đường tròn tâm I(-1;-1), bán kính R = 1.

B. Hình tròn tâm I(1;-1), bán kính R = 1.

C. Hình tròn tâm I(-1;-1), bán kính R = 1 (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).

D. Đường tròn tâm I(1;-1), bán kính R = 1.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là:

A. Đường tròn tâm O, bán kính $R=1$.

B. Hình tròn tâm O, bán kính $R=1$ (kể cả biên).

C. Hình tròn tâm O, bán kính $R=1$ (không kể biên).

D. Đường tròn tâm O, bán kính $R=1$ bỏ đi một điểm $(0,1)$

Câu 36. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2|=|i-z|$ là đường thẳng d. Khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d bằng bao nhiêu ?

A. $d(O,d)=\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $d(O,d)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $d(O,d)=\frac{3\sqrt{5}}{20}$. **D.** $d(O,d)=\frac{\sqrt{5}}{10}$.

Câu 37. Trong mặt phẳng phức Oxy, cho số phức z thỏa lần lượt một trong bốn điều kiện $(I):|z+\bar{z}|=2$; $(II):z.\bar{z}=5$; $(III):|z-2i|=4$, $(IV):|i(z-4i)|=3$. Hỏi điều kiện nào để số phức Z có tập hợp biểu diễn là đường thẳng.

A. $(II),(III),(IV)$. **B.** $(I),(II)$. **C.** $(I),(IV)$. **D.** (I).

Câu 38. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo là hai đường thẳng d_1,d_2. Góc α giữa 2 đường thẳng d_1,d_2 là bao nhiêu ?

A. $\alpha=45^0$. **B.** $\alpha=60^0$. **C.** $\alpha=90^0$. **D.** $\alpha=30^0$.

Câu 39. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức Z thoả mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là parabol (P). Đỉnh của (P) có tọa độ là ?

A. $(0,0)$. **B.** $(-1,3)$. **C.** $(0,1)$. **D.** $(-1,0)$.

Câu 40. Trong mặt phẳng phức Oxy. tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left||z|^2-z(\bar{z}+i)-i\right|=3$ là đường tròn (C). Khoảng cách từ tâm I của đường tròn (C) đến trục tung bằng bao nhiêu ?

A. $d(I,Oy)=1$. **B.** $d(I,Oy)=2$. **C.** $d(I,Oy)=0$. **D.** $d(I,Oy)=\sqrt{2}$.