CHỦ ĐỀ 3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

A. TỔNG HỢP LÝ THUYẾT

I. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

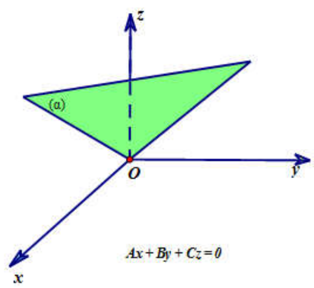
- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng (α)
- *Chú ý:*
  - ✓ Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là một VTPT của mặt phẳng (α).
  - ✓ Một mặt phẳng được xác định duy nhất nếu biết một điểm nó đi qua và một VTPT của nó.
  - ✓ Nếu $\vec{u}, \vec{v}$ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ là một VTPT của (α).

II. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

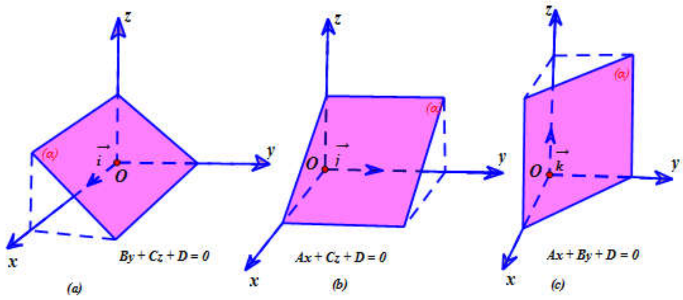
- ✓ Trong không gian $Oxyz$, mọi mặt phẳng đều có dạng phương trình:
  $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
- ✓ Nếu mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một VTPT là $\vec{n}(A; B; C)$.
- ✓ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n}(A; B; C)$ khác $\vec{0}$ là VTPT là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

- *Các trường hợp riêng*

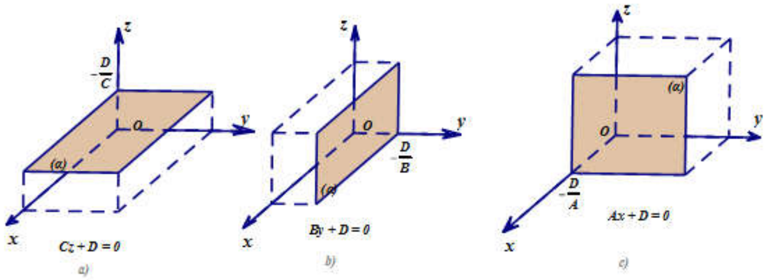
  Xét phương trình mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$
  - ✓ Nếu $D = 0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O.



  - ✓ Nếu $A = 0, B \neq 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox.
  - ✓ Nếu $A \neq 0, B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy.
  - ✓ Nếu $A \neq 0, B \neq 0, C = 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz.



- ✓ Nếu $A = B = 0, C \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy).
- ✓ Nếu $A = C = 0, B \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz).
- ✓ Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz).



Chú ý:

- ✓ Nếu trong phương trình (α) không chứa ẩn nào thì (α) song song hoặc chứa trục tương ứng.
- ✓ Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $(a;0;0)$, $(0;b;0)$, $(0;0;c)$ với $abc \neq 0$.

III. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

- Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

  Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính:

$$d(M_0,(\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

IV. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$.

Góc giữa (α) và (β) bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}$. Tức là:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}\right)\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

V. Một số dạng bài tập về viết phương trình mặt phẳng

***Dạng 1**: Viết phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vectơ pháp tuyến của nó.*

Phương pháp giải

Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

***Dạng 2**: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 1 điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và song song với 1 mặt phẳng $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ cho trước.*

Phương pháp giải

Cách 1: Thực hiện theo các bước sau:

1. VTPT của (β) là $\overrightarrow{n_\beta}=(A;B;C)$.
2. $(\alpha)//(\beta)$ nên VTPT của mặt phẳng (α) là $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{n_\beta}=(A;B;C)$.
3. Phương trình mặt phẳng $(\alpha): A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$.

Cách 2:

1. Mặt phẳng $(\alpha)//(\beta)$ nên phương trình (P) có dạng: $Ax+By+Cz+D'=0$ (*), với $D'\neq D$.
2. Vì (P) qua 1 điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ nên thay tọa độ $M_0(x_0;y_0;z_0)$ vào (*) tìm được D'.

***Dạng 3**: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.*

Phương pháp giải

1. Tìm tọa độ các vectơ: $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$.
2. Vectơ pháp tuyến của (α) là : $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.
3. Điểm thuộc mặt phẳng: A (hoặc B hoặc C).
4. Viết phương trình mặt phẳng qua 1 điểm và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}$.

***Dạng 4**: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ*

Phương pháp giải

1. Tìm VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta$.
2. Vì $(\alpha)\perp\Delta$ nên (α) có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{u_\Delta}$.
3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}$.

***Dạng 5**: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ, vuông góc với mặt phẳng (β).*

Phương pháp giải

1. Tìm VTPT của (β) là $\overrightarrow{n_\beta}$.

2. Tìm VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}$.

3. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{n_\beta};\overrightarrow{u_\Delta}\right]$.

4. Lấy một điểm M trên Δ.

5. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

***Dạng 6**: Viết phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (β).*

Phương pháp giải

1. Tìm VTPT của (β) là $\overrightarrow{n_\beta}$.

2. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

3. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{n_\beta},\overrightarrow{AB}\right]$.

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

***Dạng 7**: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và song song với Δ' (Δ,Δ' chéo nhau).*

Phương pháp giải

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]$.

3. Lấy một điểm M trên Δ.

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

***Dạng 8**: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ và 1 điểm M*

Phương pháp giải

1. Tìm VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}$, lấy 1 điểm N trên Δ. Tính tọa độ $\overrightarrow{MN}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{MN}\right]$.

3. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

***Dạng 9:** Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 đường thẳng cắt nhau Δ và Δ'.*

Phương pháp giải

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]$.

3. Lấy một điểm M trên Δ.

4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

***Dạng 10**: Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa 2 song song Δ và Δ'.*

Phương pháp giải

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$, lấy $M\in\Delta, N\in\Delta'$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{MN}\right]$.

3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 11: *Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và song song với hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau cho trước.*

Phương pháp giải

1. Tìm VTCP của Δ và Δ' là $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\overrightarrow{u_{\Delta'}}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]$.

3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 12: *Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua một điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ cho trước.*

Phương pháp giải

1. Tìm VTPT của (P) và (Q) là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$.

2. VTPT của mặt phẳng (α) là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]$.

3.Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

Dạng 13: *Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) và cách $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ một khoảng k cho trước.*

Phương pháp giải

1. Trên mặt phẳng (β) chọn 1 điểm M.

2. Do $(\alpha)//(\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D'=0$ $(D'\neq D)$.

3. Sử dụng công thức khoảng cách $d\left((\alpha),(\beta)\right)=d\left(M,(\beta)\right)=k$ để tìm D'.

Dạng 14: *Viết phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ cho trước và cách điểm M một khoảng k cho trước.*

Phương pháp giải

1. Do $(\alpha)//(\beta)$ nên (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D'=0$ $(D'\neq D)$.

2. Sử dụng công thức khoảng cách $d\left(M,(\alpha)\right)=k$ để tìm D'.

Dạng 15: *Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S).*

Phương pháp giải

1. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính của mặt cầu (S).

2. Nếu mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M\in(S)$ thì mặt phẳng (α) đi qua điểm M và có VTPT là $\overrightarrow{MI}$.

3. Khi bài toán không cho tiếp điểm thì ta phải sử dụng các dữ kiện của bài toán tìm được VTPT của mặt phẳng và viết phương trình mặt phẳng có dạng: $Ax+By+Cz+D=0$ (D chưa biết).

Sử dụng điều kiện tiếp xúc: $d\left(I,(\alpha)\right)=R$ để tìm D.

Dạng 16: *Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa một đường thẳng Δ và tạo với một mặt phẳng $(\beta): Ax+By+Cz+D=0$ cho trước một góc φ cho trước.*

Phương pháp giải

1. Tìm VTPT của (β) là $\overrightarrow{n_\beta}$.
2. Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}(A';B';C')$.
3. Dùng phương pháp vô định giải hệ: $\begin{cases}(\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{n_\beta})=\varphi\\ \overrightarrow{n_\alpha}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}$
4. Áp dụng cách viết phương trình mặt phẳng đi qua 1 điểm và có 1 VTPT.

VI. Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1;2)$ có phương trình là: $1(x-1)-1(y-0)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow x-y+2z+3=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $x-y+2z+3=0$.

Ví dụ 2. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;1;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x-3z+1=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): 2x-3z+1=0$ nên mặt phẳng (P) có phương trình dạng: $2x-3z+D=0$ $(D\neq 1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;1;3)$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng phải thỏa mãn. Ta được: $2.0-3.3+D=0\Leftrightarrow D=9$ (thỏa mãn $D\neq 1$).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2x-3z+9=0$.

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;-2)$, $B(1;1;1)$, $C(0;-1;2)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;1;3), \overrightarrow{AC}=(-1;-1:4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(7;-3;1)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ta có

$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

Chọn $\vec{n}=(7;-3;1)$ ta được phương trình mặt phẳng (ABC) là: $7(x-1)-3(y-0)+1(z+2)=0$

$\Leftrightarrow 7x-3y+z-5=0$.

Ví dụ 4. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm O và vuông góc với đường thẳng $d:\begin{cases} x= t \\ y=-1+2t \\ z=2+t. \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng d nên (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\overrightarrow{u_d}=(1;2;1)$.

Đồng thời (α) đi qua điểm O nên có phương trình là: $x+2y+z=0$.

Ví dụ 5. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\begin{cases} x= -t \\ y=-1+2t \\ z=2+t. \end{cases}$ và vuông góc với $(\beta): x+2y-z+1=0$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(0;-1;2)$ và có VTCP là: $\overrightarrow{u_d}=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng (β) có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và vuông góc với (β) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(-4;0;-4)=-4(1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $x+z-2=0$.

Ví dụ 6. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-2), B(2;-1;4)$ và vuông góc với $(\beta): x-2y-z+1=0$.

Lời giải

Có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;6)$

Mặt phẳng (β) có VTPT là $\overrightarrow{n_\beta}=(1;-2;-1)$.

Mặt phẳng (α) chứa A, B và vuông góc với (β) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(15;7;1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $15x+7z+1-27=0$.

Ví dụ 7. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$ và song song với đường thẳng $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;0;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1;2;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-6;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), ta có:

$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]$.

Chọn $\vec{n}=(-6;1;2)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ và nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-6;1;2)$ có phương trình:

$-6(x-1)+1(y-1)+2(z-1)=0$

$\Leftrightarrow -6x+y+2z+3=0$.

Thay tọa độ điểm M_2 vào phương trình mặt phẳng (P) thấy không thỏa mãn.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $-6x+y+2z+3=0$.

Ví dụ 8. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\ y=1-2t\\ z=1+t\end{cases}$ và điểm $M(-4;3;2)$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $N(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}(0;-2;1)$.

$\overrightarrow{MN}=(5;-2;-1)$.

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và điểm M nên (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{MN}\right]=(4;5;10)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $4x+5y+10z-19=0$.

Ví dụ 9. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\ y=1-2t\\ z=1+t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+3t\\ y=1-2t\\ z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(3;-2;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(0;3;6)$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(0;0;0)$

Do $\overrightarrow{M_1M_2}\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=0$ nên đường thẳng d_1,d_2 cắt nhau.

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau nên (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (0;3;6) = 3(0;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $y + 2z - 3 = 0$.

Ví dụ 10. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 - 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(4;3;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(0;-4;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = \vec{0}$, $\overrightarrow{M_1M_2} = (3;2;0)$.

Do $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = \vec{0}$ nên đường thẳng d_1, d_2 song song

Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d_1, d_2 song song nên (α) có một vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{M_1M_2}\right] = (-2;3;6) = -(2;-3;-6)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là: $2x - 3y - 6z + 7 = 0$.

Ví dụ 11. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và (P) song song với hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $d_2: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;1;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(0;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;0;1)$ vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(1;2;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-6;1;2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), ta có:

$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right]$.

Chọn $\vec{n} = (-6;1;2)$ ta được phương trình mặt phẳng (P) là:

$-6(x-1) + 1(y-0) + 2(z+2) = 0$

$\Leftrightarrow -6x + y + 2z + 10 = 0$.