

## CHỦ ĐỀ 1. NGUYÊN HÀM

### KIẾN THỨC CƠ BẢN

## I. NGUYÊN HÀM VÀ TÍNH CHẤT

### 1. Nguyên hàm

**Định nghĩa:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $K$  ( $K$  là khoảng, đoạn hay nửa khoảng). Hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in K$ .

#### Định lý:

1) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì với mỗi hằng số  $C$ , hàm số  $G(x) = F(x) + C$  cũng là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ .

2) Nếu  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  thì mọi nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$  đều có dạng  $F(x) + C$ , với  $C$  là một hằng số.

Do đó  $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$  là họ tất cả các nguyên hàm của  $f(x)$  trên  $K$ . Ký hiệu  $\int f(x) dx = F(x) + C$ .

### 2. Tính chất của nguyên hàm

**Tính chất 1:**  $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$  và  $\int f'(x) dx = f(x) + C$

**Tính chất 2:**  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$  với  $k$  là hằng số khác 0.

**Tính chất 3:**  $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

### 3. Sự tồn tại của nguyên hàm

**Định lý:** Mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $K$  đều có nguyên hàm trên  $K$ .

### 4. Bảng nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

Nguyên hàm của hàm số sơ cấp	Nguyên hàm của hàm số hợp ( $u = u(x)$ )
$\int dx = x + C$	$\int du = u + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	$\int u^\alpha du = \frac{1}{\alpha+1} u^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x  + C$	$\int \frac{1}{u} du = \ln u  + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^u du = e^u + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C (a > 0, a \neq 1)$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin u du = -\cos u + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos u du = \sin u + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$

## II. PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGUYÊN HÀM

## 1. Phương pháp đổi biến số

**Định lí 1:** Nếu  $\int f(u)du = F(u) + C$  và  $u = u(x)$  là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f(u(x))u'(x)dx = F(u(x)) + C$$

**Hệ quả:** Nếu  $u = ax + b (a \neq 0)$  thì ta có  $\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C$

## 2. Phương pháp nguyên hàm từng phần

**Định lí 2:** Nếu hai hàm số  $u = u(x)$  và  $v = v(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $K$  thì

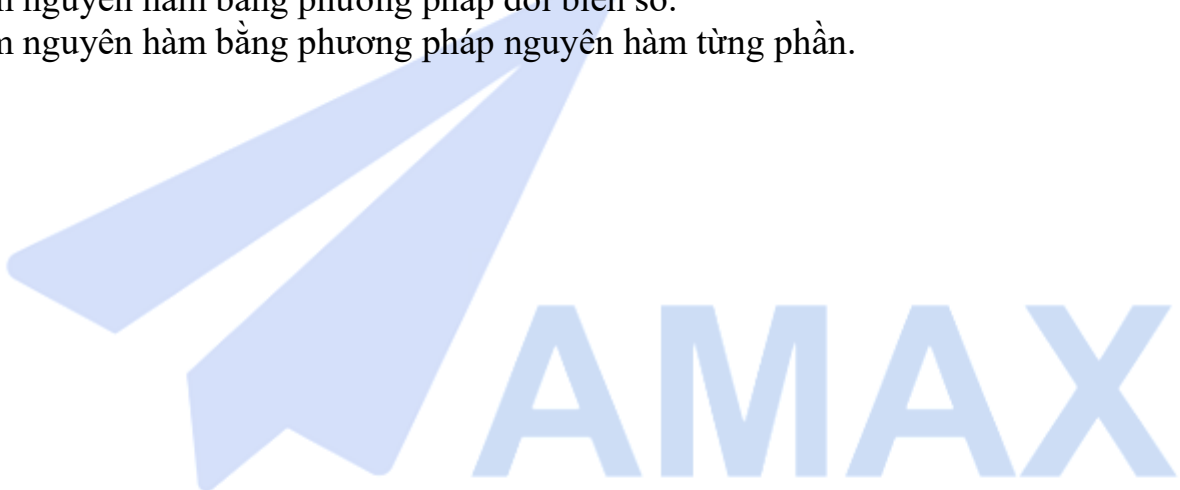
$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

Hay

$$\int u dv = uv - \int v du$$

### KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Tìm nguyên hàm bằng phương pháp biến đổi trực tiếp.
- Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số.
- Tìm nguyên hàm bằng phương pháp nguyên hàm từng phần.



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + 3x + 2$  là hàm số nào trong các hàm số sau?

**A.**  $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C.$

**B.**  $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C.$

**C.**  $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C.$

**D.**  $F(x) = 3x^2 + 3x + C.$

**Hướng dẫn giải:** Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 2.** Hàm số  $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120 + C$  là họ nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

**A.**  $f(x) = 15x^2 + 8x - 7.$

**B.**  $f(x) = 5x^2 + 4x + 7.$

**C.**  $f(x) = \frac{5x^2}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{7x^2}{2}.$

**D.**  $f(x) = 5x^2 + 4x - 7.$

**Hướng dẫn giải:** Lấy đạo hàm của hàm số  $F(x)$  ta được kết quả.

**Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số:  $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$  là

**A.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

**B.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

**C.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

**D.**  $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C.$

**Hướng dẫn giải:** Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 4.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (x+1)(x+2)$

**A.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$

**B.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

**C.**  $F(x) = 2x + 3 + C.$

**D.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

**Hướng dẫn giải:**  $f(x) = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 5.** Nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$  là hàm số nào?

**A.**  $F(x) = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C.$

**B.**  $F(x) = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| + \frac{3}{x} + C.$

**C.**  $F(x) = \ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C.$

**D.**  $F(x) = -\ln|5-2x| - 2\ln|x| + \frac{3}{x} + C.$

**Hướng dẫn giải:** Sử dụng bảng nguyên hàm.

### 4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

**Câu 6.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin 2x$

**A.**  $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

**B.**  $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C.$

**C.**  $\int \sin 2x dx = \cos 2x + C.$

**D.**  $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C.$

**Hướng dẫn giải**  $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d(2x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$

**Câu 7.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ .

**A.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$ .

**B.**  $\int f(x).dx = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{6}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\int \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)d\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$ .

**Câu 8.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}$ .

**A.**  $\int f(x)dx = 2 \tan \frac{x}{2} + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = \tan \frac{x}{2} + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = -2 \tan \frac{x}{2} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$  nên  $\int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 2 \int \frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 2 \tan \frac{x}{2} + C$ .

**Câu 9.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$ .

**A.**  $\int f(x)dx = -\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{dx}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} = \int \frac{d\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)} = -\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C$ .

**Câu 10.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ .

**A.**  $\int f(x)dx = \frac{\sin^4 x}{4} + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = -\frac{\sin^4 x}{4} + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = \frac{\sin^2 x}{2} + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = -\frac{\sin^2 x}{2} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \sin^3 x \cdot \cos x \cdot dx = \int \sin^3 x \cdot d(\sin x) = \frac{\sin^4 x}{4} + C$ .

### 4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT.

**Câu 11.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x - e^{-x}$ .

**A.**  $\int f(x)dx = e^x + e^{-x} + C$ .

**B.**  $\int f(x)dx = -e^x + e^{-x} + C$ .

**C.**  $\int f(x)dx = e^x - e^{-x} + C$ .

**D.**  $\int f(x)dx = -e^x - e^{-x} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int (e^x - e^{-x})dx = e^x + e^{-x} + C$ .

**Câu 12.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x \cdot 3^{-2x}$ .

- A.**  $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 + \ln 9} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int 2^x \cdot 3^{-2x} dx = \int \left(\frac{2}{9}\right)^x dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$

**Câu 13.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x(3 + e^{-x})$  là

- A.**  $F(x) = 3e^x + x + C$ .      **B.**  $F(x) = 3e^x + e^x \ln e^x + C$ .  
**C.**  $F(x) = 3e^x - \frac{1}{e^x} + C$ .      **D.**  $F(x) = 3e^x - x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $F(x) = \int e^x(3 + e^{-x}) dx = \int (3e^x + 1) dx = 3e^x + x + C$

**Câu 14.** Hàm số  $F(x) = 7e^x - \tan x$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A.**  $f(x) = e^x \left(7 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$ .      **B.**  $f(x) = 7e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ .  
**C.**  $f(x) = 7e^x + \tan^2 x - 1$ .      **D.**  $f(x) = 7 \left(e^x - \frac{1}{\cos^2 x}\right)$ .

**Hướng dẫn giải:** Ta có  $g'(x) = 7e^x - \frac{1}{\cos^2 x} = e^x \left(7 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right) = f(x)$

**Câu 15.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{e^{4x-2}}$ .

- A.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = e^{2x-1} + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{4x-2} + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{e^{2x-1}} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \sqrt{e^{4x-2}} dx = \int e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C$ .

#### 4.1.4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ CHỨA CĂN THỨC.

**Câu 16.** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$  là

- A.**  $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x-1} + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{\sqrt{2x-1}}{2} + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = -2\sqrt{2x-1} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{1}{\sqrt{2x-1}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(2x-1)}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1} + C$ .

**Câu 17.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ .

- A.**  $\int f(x) dx = -2\sqrt{3-x} + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = -\sqrt{3-x} + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = 2\sqrt{3-x} + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = -3\sqrt{3-x} + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx = -\int \frac{d(3-x)}{\sqrt{3-x}} = -2\sqrt{3-x} + C.$

**Câu 18.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x+1}.$

- A.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$       **B.**  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$   
**C.**  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + C.$       **D.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow dx = t dt$

$$\Rightarrow \int \sqrt{2x+1} dx = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$$

**Câu 19.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{5-3x}.$

- A.**  $\int f(x) dx = -\frac{2}{9}(5-3x)\sqrt{5-3x} + C.$       **B.**  $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(5-3x)\sqrt{5-3x}.$   
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{2}{9}(5-3x)\sqrt{5-3x}.$       **D.**  $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}\sqrt{5-3x} + C.$

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{5-3x} \Rightarrow dx = -\frac{2tdt}{3}$

$$\int \sqrt{5-3x} dx = -\frac{2}{9}(5-3x)\sqrt{5-3x} + C.$$

**Câu 20.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{x-2}.$

- A.**  $\int f(x) dx = \frac{3}{4}(x-2)\sqrt[3]{x-2} + C.$       **B.**  $\int f(x) dx = -\frac{3}{4}(x-2)\sqrt[3]{x-2} + C.$   
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(x-2)\sqrt{x-2}.$       **D.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(x-2)^{\frac{2}{3}} + C.$

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt[3]{x-2} \Rightarrow dx = 3t^2 dt.$  Khi đó  $\int \sqrt[3]{x-2} dx = \frac{3}{4}(x-2)\sqrt[3]{x-2} + C$

**Câu 21.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{1-3x}.$

- A.**  $\int f(x) dx = -\frac{1}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$       **B.**  $\int f(x) dx = -\frac{3}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$   
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{1}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$       **D.**  $\int f(x) dx = -(1-3x)^{\frac{2}{3}} + C.$

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt[3]{1-3x} \Rightarrow dx = -t^2 dt.$  Khi đó

$$\int \sqrt[3]{1-3x} dx = -\frac{1}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C$$

**Câu 22.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{e^{3x}}.$

- A.**  $\int f(x) dx = \frac{2\sqrt{e^{3x}}}{3} + C$       **B.**  $\int f(x) dx = \frac{3}{2\sqrt{e^{3x}}} + C$   
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{3\sqrt{e^{3x}}}{2} + C$       **D.**  $\int f(x) dx = \frac{2e^{\frac{3x+2}{2}}}{3x+2} + C$

**Hướng dẫn giải:**  $\int \sqrt{e^{3x}} dx = \frac{2}{3} \int e^{\frac{3x}{2}} d\left(\frac{3x}{2}\right) = \frac{2}{3} \cdot e^{\frac{3x}{2}} + C = \frac{2\sqrt{e^{3x}}}{3} + C$

**Câu 23.** Hàm số  $F(x) = (x+1)^2 \sqrt{x+1} + 2016$  là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

**A.**  $f(x) = \frac{5}{2}(x+1)\sqrt{x+1}$

**B.**  $f(x) = \frac{5}{2}(x+1)\sqrt{x+1} + C$

**C.**  $f(x) = \frac{2}{5}(x+1)\sqrt{x+1}$

**D.**  $f(x) = (x+1)\sqrt{x+1} + C$

**Hướng dẫn giải:**  $F'(x) = \frac{5}{2}(x+1)\sqrt{x+1}$

**Câu 24.** Biết một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-3x}} + 1$  là hàm số  $F(x)$  thỏa mãn

$F(-1) = \frac{2}{3}$ . Khi đó  $F(x)$  là hàm số nào sau đây?

**A.**  $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 3$

**B.**  $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} - 3$

**C.**  $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 1$

**D.**  $F(x) = 4 - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x}$

**Hướng dẫn giải**

$$F(x) = \int \left( \frac{1}{\sqrt{1-3x}} + 1 \right) dx = -\frac{1}{3} \int \frac{d(1-3x)}{\sqrt{1-3x}} + x = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + C$$

$$F(-1) = \frac{2}{3} \Rightarrow C = 3 \Rightarrow F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 3$$

**Câu 25.** Biết  $F(x) = 6\sqrt{1-x}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{a}{\sqrt{1-x}}$ . Khi đó giá trị của  $a$  bằng

**A.**  $-3$ .

**B.**  $3$ .

**C.**  $6$ .

**D.**  $\frac{1}{6}$ .

**Hướng dẫn giải:**  $F'(x) = (6\sqrt{1-x})' = \frac{-3}{\sqrt{1-x}} \Rightarrow a = -3$

#### 4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

**Câu 26.** Tính  $F(x) = \int x \sin x dx$  bằng

**A.**  $F(x) = \sin x - x \cos x + C$ .

**B.**  $F(x) = x \sin x - \cos x + C$ .

**C.**  $F(x) = \sin x + x \cos x + C$ .

**D.**  $F(x) = x \sin x + \cos x + C$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần

**Phương pháp trắc nghiệm:**

**Cách 1:** Dùng định nghĩa, sử dụng máy tính nhập  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ , CALC ngẫu nhiên tại một số điểm  $x_0$  thuộc tập xác định, kết quả xấp xỉ bằng 0 chọn.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng

$u$ và đạo hàm của $u$	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$x$	$\sin x$

1	$-\cos x$
0	$-\sin x$

Vậy  $F(x) = \sin x - x \cos x + C$ .

**Câu 27.** Tính  $\int x \ln^2 x dx$ . Chọn kết quả đúng:

**A.**  $\frac{1}{4}x^2(2\ln^2 x - 2\ln x + 1) + C$ .

**B.**  $\frac{1}{2}x^2(2\ln^2 x - 2\ln x + 1) + C$ .

**C.**  $\frac{1}{4}x^2(2\ln^2 x + 2\ln x + 1) + C$ .

**D.**  $\frac{1}{2}x^2(2\ln^2 x + 2\ln x + 1) + C$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần.

**Phương pháp trắc nghiệm**

**Cách 1:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$ .

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên  $x_0$  trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng:

$u$ và đạo hàm của $u$	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$\ln^2 x$	$x$
$\frac{2 \ln x}{x}$	$\frac{x^2}{2}$
$\ln x$ (chuyển $\frac{2}{x}$ qua $dv$ )	$x$ (nhận $\frac{2}{x}$ từ $u$ )
$\frac{1}{x}$	$\frac{x^2}{2}$
1 (chuyển $\frac{1}{x}$ qua $dv$ )	$\frac{x}{2}$ (nhận $\frac{1}{x}$ từ $u$ )
0	$\frac{x^2}{4}$

Do đó  $\int x \ln^2 x dx = \frac{1}{2}x^2 \ln^2 x - \frac{1}{2}x^2 \ln x + \frac{1}{4}x^2 + C = \frac{1}{4}x^2(2\ln^2 x - 2\ln x + 1) + C$ .

**Câu 28.** Tính  $F(x) = \int x \sin x \cos x dx$ . Chọn kết quả đúng:

**A.**  $F(x) = \frac{1}{8} \sin 2x - \frac{x}{4} \cos 2x + C$ .

**B.**  $F(x) = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{x}{2} \sin 2x + C$ .

**C.**  $F(x) = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{8} \cos 2x + C$ .

**D.**  $F(x) = \frac{-1}{4} \sin 2x - \frac{x}{8} \cos 2x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Biến đổi  $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$  rồi sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

**Phương pháp trắc nghiệm:**



**Cách 1:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên  $x_0$  trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng.

**Câu 29.** Tính  $F(x) = \int xe^{\frac{x}{3}} dx$ . Chọn kết quả đúng

**A.**  $F(x) = 3(x-3)e^{\frac{x}{3}} + C$

**B.**  $F(x) = (x+3)e^{\frac{x}{3}} + C$

**C.**  $F(x) = \frac{x-3}{3}e^{\frac{x}{3}} + C$

**D.**  $F(x) = \frac{x+3}{3}e^{\frac{x}{3}} + C$

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với

$$u = x, dv = e^{\frac{x}{3}} dx.$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

**Cách 1:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$ .

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên  $x_0$  trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng.

**Câu 30.** Tính  $F(x) = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx$ . Chọn kết quả đúng

**A.**  $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + C$ .

**B.**  $F(x) = -x \cot x + \ln |\cos x| + C$ .

**C.**  $F(x) = -x \tan x + \ln |\cos x| + C$ .

**D.**  $F(x) = -x \cot x - \ln |\cos x| + C$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với

$$u = x, dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

**Cách 1:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$ .

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên  $x_0$  trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng.

**Câu 31.** Tính  $F(x) = \int x^2 \cos x dx$ . Chọn kết quả đúng

**A.**  $F(x) = (x^2 - 2) \sin x + 2x \cos x + C$ .

**B.**  $F(x) = 2x^2 \sin x - x \cos x + \sin x + C$ .

**C.**  $F(x) = x^2 \sin x - 2x \cos x + 2 \sin x + C$ .

**D.**  $F(x) = (2x + x^2) \cos x - x \sin x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần với

$$u = x^2; dv = \cos x dx, \text{ sau đó } u_1 = x; dv_1 = \sin x dx.$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

**Cách 1:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên  $x_0$  trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng.

**Câu 32.** Tính  $F(x) = \int x \sin 2x dx$ . Chọn kết quả đúng

**A.**  $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C$ .

**B.**  $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C$ .

**C.**  $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C$ .

**D.**  $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với  $u = x; dv = \sin 2x dx$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng hoặc sử dụng máy tính:

Nhập  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ , CALC ngẫu nhiên tại một số điểm  $x_0$  bất kỳ, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 thì chọn đáp án đó.

**Câu 33.** Hàm số  $F(x) = x \sin x + \cos x + 2017$  là một nguyên hàm của hàm số nào?

**A.**  $f(x) = x \cos x$ .

**B.**  $f(x) = x \sin x$ .

**C.**  $f(x) = -x \cos x$ .

**D.**  $f(x) = -x \sin x$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Tính  $F'(x)$  có kết quả trùng với đáp án chọn.

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng định nghĩa  $F'(x) = f(x) \Leftrightarrow F'(x) - f(x) = 0$

Nhập máy tính  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x)$ . CALC  $x$  tại một số giá trị ngẫu nhiên  $x_0$  trong tập xác định, nếu kết quả xấp xỉ bằng 0 chọn.

**Câu 34.** Tính  $\int \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.**  $\frac{-1 + \ln(x+1)}{x} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$

**B.**  $-\frac{1 + \ln(x+1)}{x} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C$

**C.**  $-\frac{x+1}{x}(1 + \ln(x+1)) + \ln |x| + C$

**D.**  $-\frac{1 + \ln(x+1)}{x} - \ln |x+1| + \ln |x| + C$

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với

$$u = 1 + \ln(x+1); dv = -\frac{1}{x^2} dx \text{ hoặc biến đổi rồi đặt } u = \ln(x+1); dv = -\frac{1}{x^2} dx.$$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính kiểm tra bằng định nghĩa.

#### 4.1.6. ÔN TẬP

**Câu 35.** Hãy chọn mệnh đề đúng

**A.**  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C (0 < a \neq 1)$ .

**B.**  $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ .

**C.**  $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .

**D.**  $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$ .