

## CHỦ ĐỀ 5. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

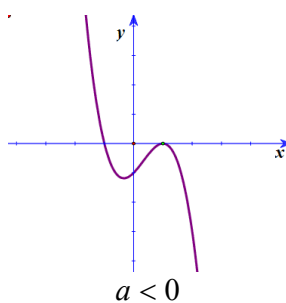
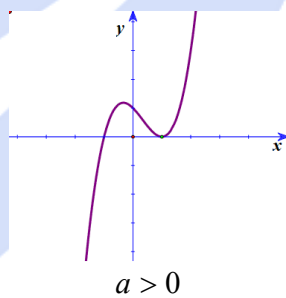
### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

#### 1. Sơ đồ bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

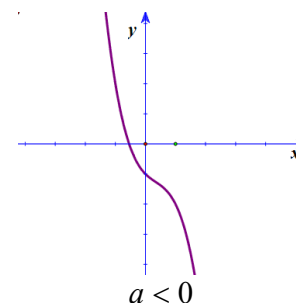
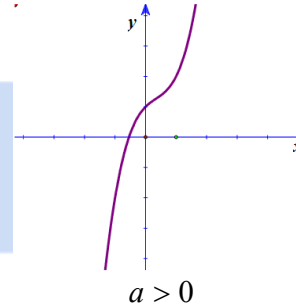
- **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số;
- **Bước 2.** Tính đạo hàm  $y' = f'(x)$ ;
- **Bước 3.** Tìm nghiệm của phương trình  $f'(x) = 0$ ;
- **Bước 4.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$  và tìm tiệm cận đứng, ngang (nếu có);
- **Bước 5.** Lập bảng biến thiên;
- **Bước 6.** Kết luận tính biến thiên và cực trị (nếu có);
- **Bước 7.** Tìm các điểm đặc biệt của đồ thị (giao với trục  $Ox$ ,  $Oy$ , các điểm đối xứng, ...);
- **Bước 8.** Vẽ đồ thị.

#### 2. Các dạng đồ thị của hàm số bậc 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ( $a \neq 0$ )

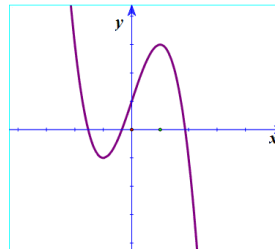
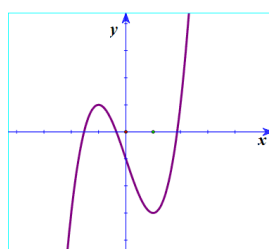
Đồ thị có 2 điểm cực trị



Đồ thị không có điểm cực trị

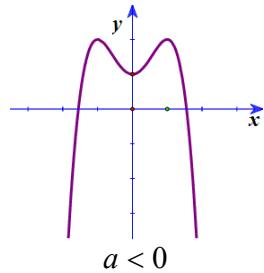
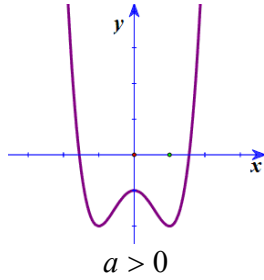


📌 **Lưu ý:** Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm 2 phía so với trục  $Oy$  khi  $ac < 0$

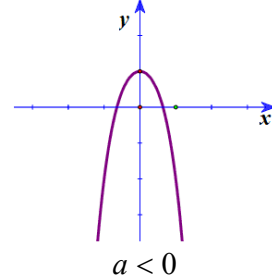
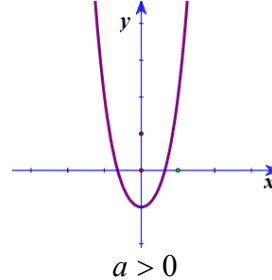


#### 3. Các dạng đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ( $a \neq 0$ )

Đồ thị có 3 điểm cực trị

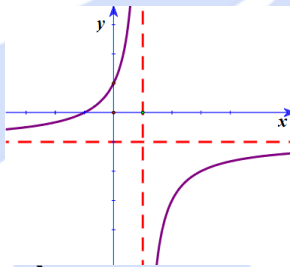


Đồ thị có 1 điểm cực trị

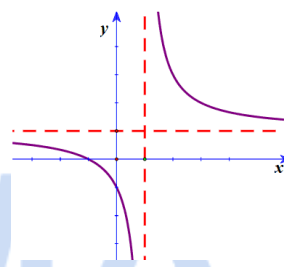


4. Các dạng đồ thị của hàm số nhất biến  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , ( $ab - bc \neq 0$ )

Khi  $ad - bc > 0$



Khi  $ad - bc < 0$



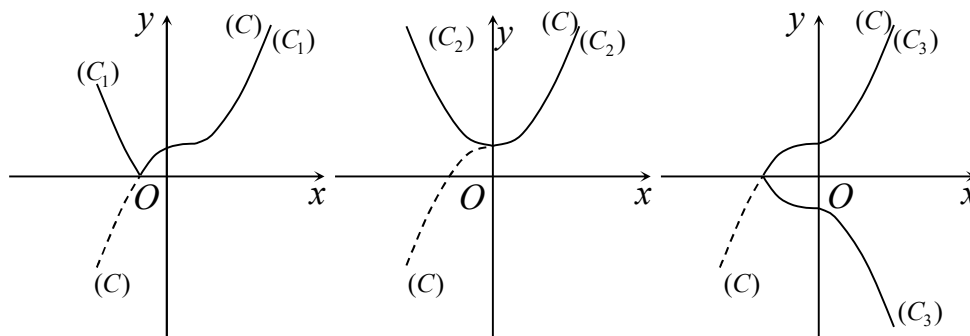
### 5. Biến đổi đồ thị

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$ . Khi đó, với số  $a > 0$  ta có:

- Hàm số  $y = f(x) + a$  có đồ thị  $(C')$  là tịnh tiến  $(C)$  theo phương của  $Oy$  lên trên  $a$  đơn vị.
- Hàm số  $y = f(x) - a$  có đồ thị  $(C')$  là tịnh tiến  $(C)$  theo phương của  $Oy$  xuống dưới  $a$  đơn vị.
- Hàm số  $y = f(x + a)$  có đồ thị  $(C')$  là tịnh tiến  $(C)$  theo phương của  $Ox$  qua trái  $a$  đơn vị.
- Hàm số  $y = f(x - a)$  có đồ thị  $(C')$  là tịnh tiến  $(C)$  theo phương của  $Ox$  qua phải  $a$  đơn vị.
- Hàm số  $y = -f(x)$  có đồ thị  $(C')$  là đối xứng của  $(C)$  qua trục  $Ox$ .
- Hàm số  $y = f(-x)$  có đồ thị  $(C')$  là đối xứng của  $(C)$  qua trục  $Oy$ .
- Hàm số  $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x > 0 \\ f(-x) & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$  có đồ thị  $(C')$  bằng cách:

✓ Giữ nguyên phần đồ thị  $(C)$  nằm bên phải trục  $Oy$  và bỏ phần  $(C)$  nằm bên trái  $Oy$ .

✓ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm bên phải trục  $Oy$  qua  $Oy$ .



$$(C_1): y_1 = |f(x)|$$

$$(C_2): y_2 = f(|x|)$$

$$(C_3): |y_3| = f(x)$$

- Hàm số  $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) > 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) \leq 0 \end{cases}$  có đồ thị (C') bằng cách:

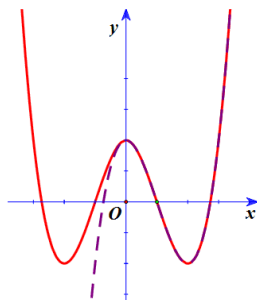
✓ Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên  $Ox$ .

✓ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới  $Ox$  qua  $Ox$  và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới  $Ox$ .

## B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

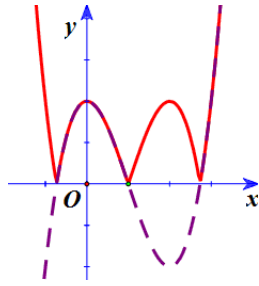
1. Ví dụ 1. Vẽ đồ thị hàm số (C'):  $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$  từ đồ thị (C):  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  (C):  
Giả sử (C) là đường đứt khúc trong hình vẽ.

- **Bước 1:** Giữ nguyên đường đứt khúc phía bên phải trục  $Oy$  bằng cách tô đậm phần đường đứt khúc bên phải  $Oy$ , và bỏ phần đường đứt khúc bên trái  $Oy$ .
- **Bước 2:** lấy đối xứng qua  $Oy$  phần đường mới tô đậm, ta được đồ thị (C').



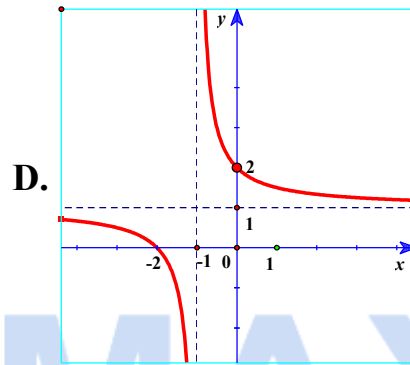
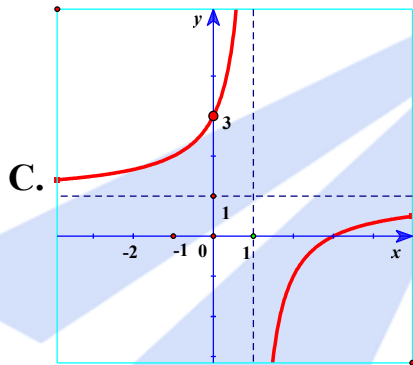
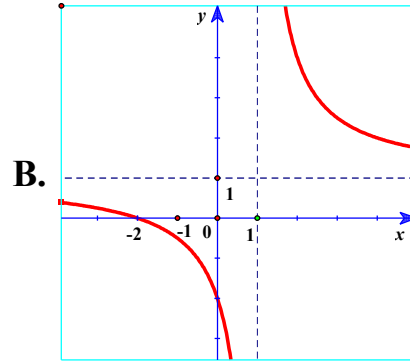
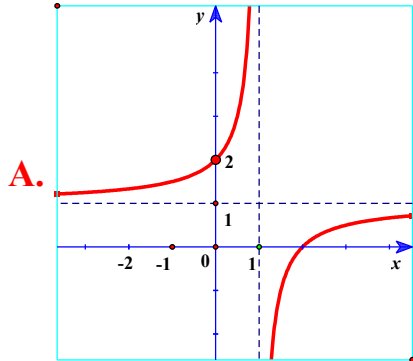
2. Ví dụ 2. Vẽ đồ thị hàm số (C'):  $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$  từ đồ thị (C):  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .  
Giả sử (C) là đường đứt khúc trong hình vẽ.

- **Bước 1:** Giữ nguyên đường đứt khúc phía trên trục  $Ox$  bằng cách tô đậm phần đường đứt khúc phía trên  $Ox$ .
- **Bước 2:** lấy đối xứng qua  $Ox$  phần đường đứt khúc nằm dưới  $Ox$  qua  $Ox$  rồi xóa phần đường đứt khúc nằm dưới  $Ox$ , ta được đồ thị (C').

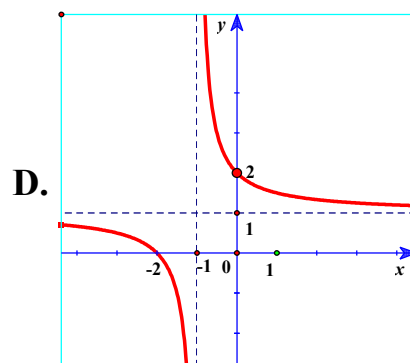
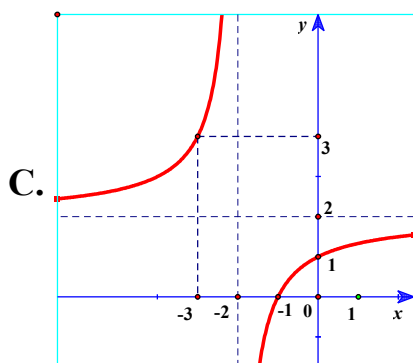
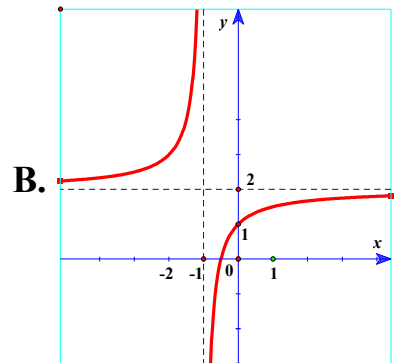
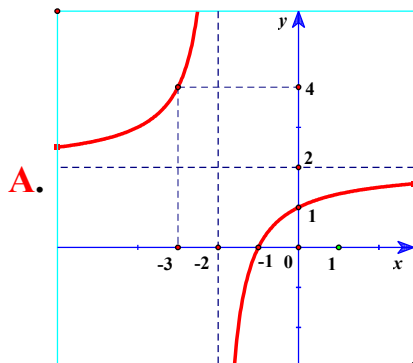


## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

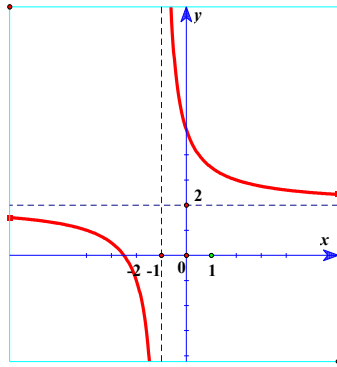
**Câu 1.** Hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



**Câu 2.** Hàm số  $y = \frac{2+2x}{2+x}$  có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

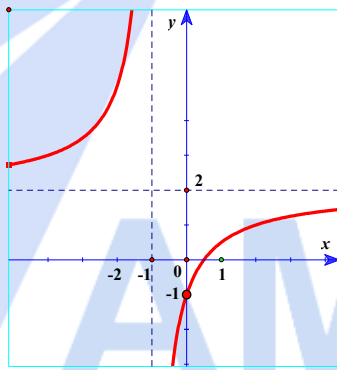


**Câu 3.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = x^3 + 3x^2 + 1$ .    B.  $y = \frac{2x+5}{x+1}$ .    C.  $y = x^4 - x^2 + 1$ .    D.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**Câu 4.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



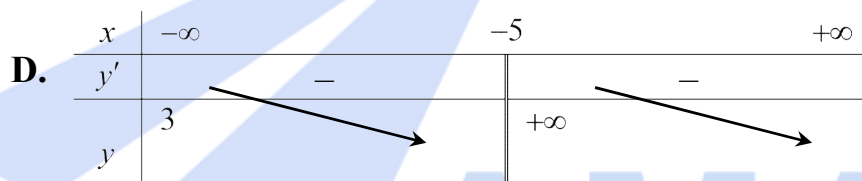
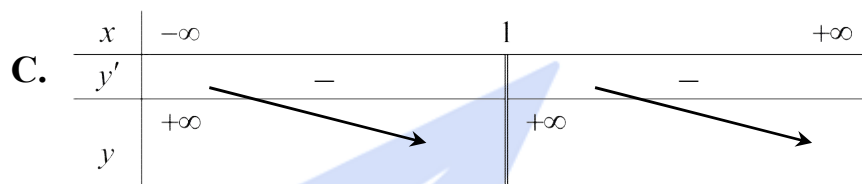
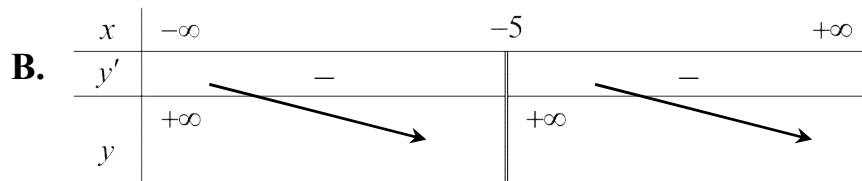
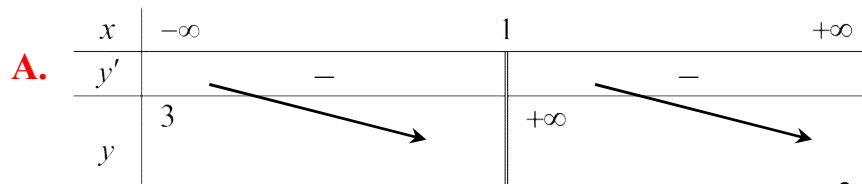
- A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .    B.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ .    C.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .    D.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$ .

**Câu 5.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

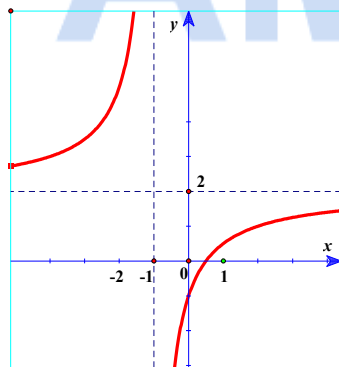
$x$	$-\infty$		$1$		$+\infty$
$y'$		-		-	
$y$	$-1$	$\nearrow$	$-\infty$	$\searrow$	$-1$

- A.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .    B.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ .    C.  $y = \frac{-x+3}{x-1}$ .    D.  $y = \frac{-x-3}{x-1}$ .

**Câu 6.** Hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-1}$  có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

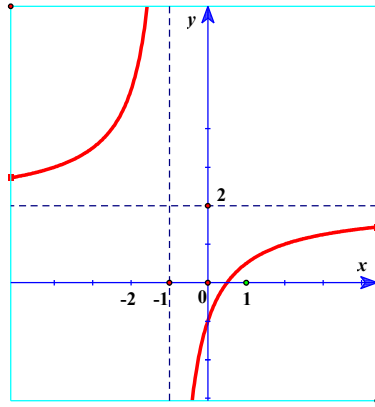


**Câu 7.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



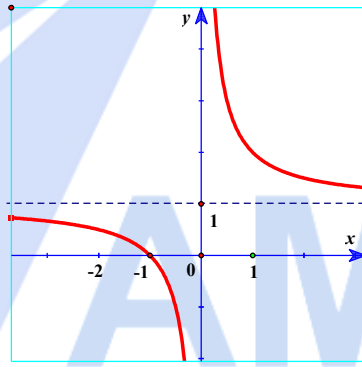
- A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .
- B.** Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .
- C.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.
- D.** Hàm số có hai cực trị.

**Câu 8.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .
- B. Hàm số nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .
- C. Hàm số có hai cực trị.
- D. Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 9.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 0$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ .
- C. Hàm số có hai cực trị.
- D. Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

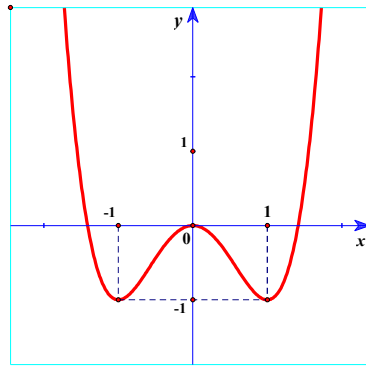
**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$		$1$		$+\infty$
$y'$		-		-	
$y$	$-1$	$\nearrow$	$-\infty$	$\nwarrow$	$-1$

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 1$ , tiệm cận ngang  $y = -1$ .
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ .
- C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.
- D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

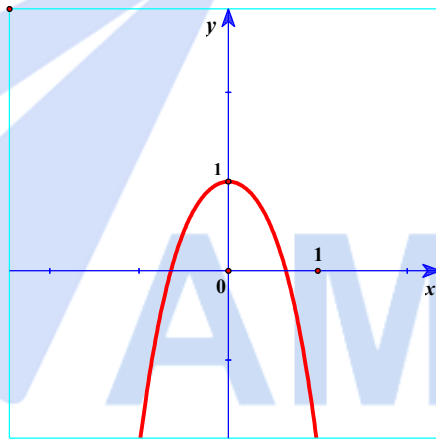


**Câu 11.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



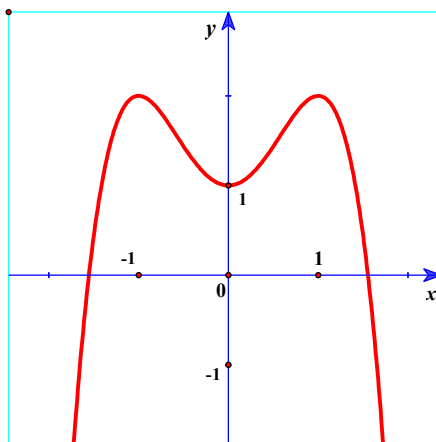
- A.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$ .    B.  $y = x^4 + 2x^2$ .    C.  $y = x^4 - 2x^2$ .    D.  $y = -x^4 - 2x^2$ .

**Câu 12.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



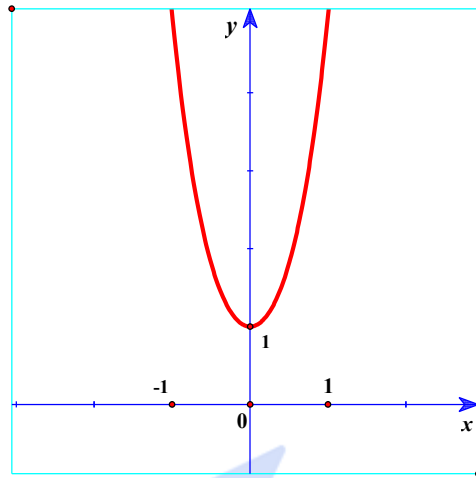
- A.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .    B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .    C.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$ .    D.  $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ .

**Câu 13.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



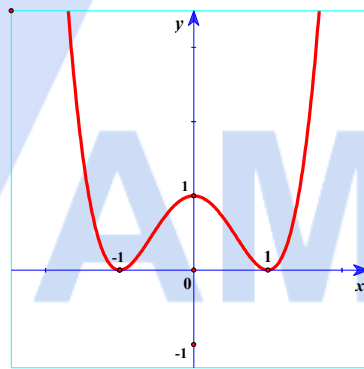
- A.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$ .    B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .  
 C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .    D.  $y = -x^4 - 2x^2 + 1$ .

**Câu 14.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



- A.**  $y = x^4 + 3x^2 + 1$ .    **B.**  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .    **C.**  $y = x^4 - 3x^2 + 1$ .    **D.**  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về hàm số  $f(x)$



- A.** Hàm số  $f(x)$  có điểm cực đại là  $(0; 1)$ .  
**B.** Hàm số  $f(x)$  có điểm cực tiểu là  $(0; 1)$ .  
**C.** Hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị.  
**D.** Hàm số  $f(x)$  có ba giá trị cực trị.

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định sai về hàm số  $f(x)$ :