

CHỦ ĐỀ 1. DẠNG ĐẠI SỐ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa.

- **Đơn vị ảo** : Số i mà $i^2 = -1$ được gọi là đơn vị ảo.
- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi a là phần thực, b là phần ảo của số phức z .
- Tập số phức $\mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1\}$. Tập số thực \mathbb{R} là tập con của tập số phức \mathbb{C} .
- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

☞ Đặc biệt:

- ♦ Khi phần ảo $b = 0 \Leftrightarrow z = a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z$ là số thực,
- ♦ Khi phần thực $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$ là số thuần ảo,
- ♦ Số $0 = 0 + 0i$ vừa là số thực, vừa là số ảo.

2. Môđun của số phức.

- $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$ được gọi là môđun của số phức z .
- Kết quả: $\forall z \in \mathbb{C}$ ta có:

$$|z| \geq 0; |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0; |z^2| = |z|^2$$

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$$

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

3. Số phức liên hợp.

- Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.
- Kết quả: $\forall z \in \mathbb{C}$ ta có:

$$\bar{\bar{z}} = z; |\bar{z}| = |z| \quad \overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2$$

$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 \quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2} \right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$$

$$z \text{ là số thực} \Leftrightarrow z = \bar{z}$$

$$z \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow z = -\bar{z}$$

4. Phép toán trên tập số phức:

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$ thì:

- **Phép cộng số phức**: $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$
- **Phép trừ số phức**: $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

☞ Mọi số phức $z = a + bi$ thì số đối của z là $-z = -a - bi$: $z + (-z) = (-z) + z = 0$

- **Phép nhân số phức**: $z_1 \cdot z_2 = (ab - bd) + (ad + bc)i$

☞ **Chú ý** $\begin{cases} i^{4k} = 1 \\ i^{4k+1} = i \\ i^{4k+2} = -1 \\ i^{4k+3} = -i \end{cases}$

• **Phép chia số phức:**

♦ Số phức nghịch đảo của $z = a + bi \neq 0$: $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} = \frac{1}{a^2 + b^2} \cdot \bar{z}$

♦ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \cdot i$ (với $z_2 \neq 0$).



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Môđun của số phức z là một số âm.
- B. Môđun của số phức z là một số thực.
- C. Môđun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- D. Môđun của số phức z là một số thực không âm.

Câu 2. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Môđun của số phức z là

- A. 3.
- B. $\sqrt{41}$.
- C. 1.
- D. 9.

Câu 3. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức đối của z có tọa độ điểm biểu diễn là

- A. $(-5; 4)$.
- B. $(5; -4)$.
- C. $(-5; -4)$.
- D. $(5; 4)$.

Câu 4. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 6 + 7i$.
- B. $\bar{z} = -6 - 7i$.
- C. $\bar{z} = -6 + 7i$.
- D. $\bar{z} = 6 - 7i$.

Câu 5. Các số thực x, y thỏa mãn: $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$ là

- A. $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$.
- B. $(x; y) = \left(-\frac{2}{7}; \frac{4}{7}\right)$.
- C. $(x; y) = \left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$.
- D. $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; -\frac{4}{7}\right)$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **Sai**?

- A. $\frac{z_2}{z_1} = -\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$.
- B. $5z_1^{-1} - z_2 = -1 + i$.
- C. $\bar{z}_1 + \overline{z_1 \cdot z_2} = 9 + i$.
- D. $|z_1 \cdot z_2| = \sqrt{65}$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- A. 12.
- B. 11.
- C. 1.
- D. $12i$.

Câu 8. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Phần thực, phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là

- A. 4; -3.
- B. -4; 3.
- C. 4; 3.
- D. -4; -3.

Câu 9. Điểm $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức

- A. $z = -1 + 3i$.
- B. $z = 1 - 3i$.
- C. $z = 2i$.
- D. $z = 2$.

Câu 10. Số phức $z = \frac{7 - 17i}{5 - i}$ có phần thực là

- A. 2.
- B. $\frac{9}{13}$.
- C. 3.
- D. -3.

Câu 11. Các số thực x, y thỏa mãn: $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$ là

A. $(x; y) = \left(-\frac{9}{11}; -\frac{4}{11}\right)$.

B. $(x; y) = \left(\frac{9}{11}; \frac{4}{11}\right)$.

C. $(x; y) = \left(\frac{9}{11}; -\frac{4}{11}\right)$.

D. $(x; y) = \left(-\frac{9}{11}; \frac{4}{11}\right)$.

Câu 12. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x+1+(1-2y)i=2(2-i)+yi-x$ khi đó giá trị của $x^2-3xy-y$ bằng:

A. -1.

B. 1.

C. -2.

D. -3.

Câu 13. Cho số phức $z=3+4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Điểm biểu diễn của z là $M(4;3)$.

B. Môđun của số phức z là 5.

C. Số phức đối của z là $-3-4i$.

D. Số phức liên hợp của z là $3-4i$.

Câu 14. Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?

A. $(\sqrt{7}+i)+(\sqrt{7}-i)$.

B. $(10+i)+(10-i)$.

C. $(5-i\sqrt{7})+(-5-i\sqrt{7})$.

D. $(3+i)-(-3+i)$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=\sqrt{3}+i$ là

A. $\sqrt{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 16. Phần thực của $z=(2+3i)i$ là

A. -3.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=-5+2i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2 .

A. 5.

B. -5.

C. $\sqrt{7}$.

D. $-\sqrt{7}$.

Câu 18. Cho số phức $z=1+i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\frac{z}{i}=-1+i$.

B. $z^{-1} \cdot z=0$.

C. $|z|=2$.

D. $z^2=2i$.

Câu 19. Cho số phức $z=(1-6i)-(2-4i)$. Phần thực, phần ảo của z lần lượt là

A. -1; -2.

B. 1; 2.

C. 2; 1.

D. -2; 1.

Câu 20. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

A. $w=7-3i$.

B. $w=-3-3i$.

C. $w=3+3i$.

D. $w=-7-7i$.

Câu 21. Cho số phức $z=(3-2i)(1+i)^2$. Môđun của $w=iz+\bar{z}$ là

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 22. Phần thực, phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z}=\frac{5}{1-2i}-3i$ lần lượt là

- A.** 1;1. **B.** 1;-2. **C.** 1;2. **D.** 1;-1.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2+i)z + \frac{1-i}{1+i} = 5-i$. Môđun của số phức

$w = 1 + 2z + z^2$ có giá trị là

- A.** 10. **B.** -10. **C.** 100. **D.** -100.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Phần ảo của số phức

$w = 1 - iz + z$ là

- A.** 1. **B.** -3. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn: $3z + 2\bar{z} = (4-i)^2$. Môđun của số phức z là

- A.** -73. **B.** $-\sqrt{73}$. **C.** 73. **D.** $\sqrt{73}$.

Câu 26. Số phức z thỏa mãn: $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$ là

- A.** $2+i$. **B.** $-2-i$. **C.** $-3-i$. **D.** $2-i$

Câu 27. Tìm số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$ và $z\bar{z} = 25$.

- A.** $z = 3 + 4i; z = 5$. **B.** $z = 3 + 4i; z = -5$.
C. $z = -3 + 4i; z = 5$. **D.** $z = 3 - 4i; z = -5$.

Câu 28. Tìm số thực x, y để hai số phức $z_1 = 9y^2 - 4 - 10xi^5$ và $z_2 = 8y^2 + 20i^{11}$ là liên hợp của nhau?

- A.** $x = -2; y = 2$. **B.** $x = 2; y = \pm 2$.
C. $x = 2; y = 2$. **D.** $x = -2; y = \pm 2$.

Câu 29. Cho số phức $z = (2+i)(1-i) + 1 + 3i$. Tính môđun của z .

- A.** $4\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 30. Cho $z = 1 - 2i$ và $w = 2 + i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** $\frac{w}{z} = 1$. **B.** $|z \cdot w| = |z| \cdot |w| = 5$.
C. $\left| \frac{z}{w} \right| = \frac{|z|}{|w|} = 1$. **D.** $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w} = 4 + 3i$.

Câu 31. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Phần thực của số phức z là -1 . **B.** Phần ảo của số phức z là $-2i$.
C. Phần ảo của số phức z là -2 . **D.** Số phức z là số thuần ảo.

Câu 32. Cho số phức $z = i - 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Phần ảo của số phức z là i .
B. Phần thực của số phức z là 1 .
C. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = -1 - i$.
D. Môđun của số phức z bằng 1 .

Câu 33. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $|z_1| = 5$. B. $|z_1| = |z_2|$.
 C. $|z_2| = -5$. D. $z_1 + z_2 = 1$.

Câu 34. Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $z_1 - z_2 = 0$. B. $\frac{z_1}{z_2} = 1$. C. $z_1 \cdot z_2 = 3 - 4i$. D. $|z_1| = -|z_2|$.

Câu 35. Cho số phức $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $z\bar{z} = -|z|$. B. $\bar{z} = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $|z| = 1$.

Câu 36. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $3x + y + 5xi = 2y - (x - y)i$:

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = -\frac{4}{7} \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$.

Câu 37. Cho số phức $z = -1 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{z^2}$. B. $z^{-1} = 1 + 2i$.
 C. $z \cdot z^{-1} = 0$. D. $z^{-1} = \frac{-1}{5} + \frac{2}{5}i$.

Câu 38. Cho số phức $z = \frac{1}{3} - 3i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\bar{z} = \frac{\sqrt{82}}{3}$. B. $|z| = 3i + \frac{1}{3}$.
 C. $|z| = \frac{\sqrt{82}}{3}$. D. $\bar{z} = \frac{-1}{3} + 3i$.

Câu 39. Cho số phức $z = 2i - 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Phần thực của số phức z là -1 .
 B. Phần ảo của số phức z là -1 .
 C. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = 2i + 1$.
 D. $z \cdot \bar{z} = 4$.

Câu 40. Cho số phức $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. Phần thực, phần ảo của số phức z^2 có giá trị lần lượt là:

A. $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\frac{-1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 41. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $x(3+5i)+y(1-2i)^3 = -35+23i$.

A. $(x; y) = (-3; 4)$.

B. $(x; y) = (3; 4)$.

C. $(x; y) = (3; -4)$.

D. $(x; y) = (-3; -4)$.

Câu 42. Giá trị của $i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$ là ?

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Câu 43. Tìm số phức z , biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$.

A. $z = -2+i$.

B. $z = -2-i$.

C. $z = 2+i$.

D. $z = 2-i$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$. Giá trị của $|z|$ là ?

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45. Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn : $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$. Giá trị của $ab+1$ là :

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$. Giá trị của $\left|z + \frac{6}{z+i}\right|$ là:

A. $\sqrt{17}$ hoặc 5.

B. $-\sqrt{17}$ hoặc 5.

C. $\sqrt{17}$ hoặc -5.

D. $\sqrt{17}$ hoặc $\sqrt{5}$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016}$. Viết z dưới dạng $z = a+bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a+b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Câu 49. Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \frac{(1-2i)^5}{2+i}$. Viết z dưới dạng $z = a+bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a+2b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 38.

B. 10.

C. 31.

D. 55.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{2(2-i)^3 \bar{z}}{1+i} + (4+i)^5 = 422+1088i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?