VẤN ĐỀ 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN SỐ

A. MỤC TIÊU: Học sinh nắm được

- Khái niệm hệ phương trình bậc nhất hai ẩn: $\begin{cases} ax+by=c \\ a^{/}x+b^{/}y=c^{/} \end{cases}$ và Cách giải

- Một số dạng toán về hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

B. NỘI DUNG:

I: **CÁCH GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

Dạng 1: Giải hệ phương trình có bản và đưa về dạng cơ bản

1.- Vận dụng quy tắc thế và quy tắc cộng đại số để giải các hệ phương trình sau:

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế	Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số
$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2(5-2x)=4 \\ y=5-2x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-10+4x=4 \\ y=5-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ y=5-2x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5-2.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1)	$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=4 \\ 4x+2y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2.2+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1)

2.- Bài tập:

Bài 1: Giải các hệ phương trình

1) $\begin{cases} 4x-2y=3 \\ 6x-3y=5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+6y=10 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x-4y+2=0 \\ 5x+2y=14 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x+5y=3 \\ 3x-2y=14 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x\sqrt{5}-(1+\sqrt{3})y=1 \\ (1-\sqrt{3})x+y\sqrt{5}=1 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 0,2x+0,1y=0,3 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ x+y-10=0 \end{cases}$

Bài 2: Giải các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases}(3x+2)(2y-3)=6xy\\(4x+5)(y-5)=4xy\end{cases}$

2) $\begin{cases}2(x+y)+3(x-y)=4\\(x+y)+2(x-y)=5\end{cases}$

3) $\begin{cases}(2x-3)(2y+4)=4x(y-3)+54\\(x+1)(3y-3)=3y(x+1)-12\end{cases}$

4) $\begin{cases}\dfrac{2y-5x}{3}+5=\dfrac{y+27}{4}-2x\\\dfrac{x+1}{3}+y=\dfrac{6y-5x}{7}\end{cases}$

5) $\begin{cases}\dfrac{1}{2}(x+2)(y+3)-\dfrac{1}{2}xy=50\\\dfrac{1}{2}xy-\dfrac{1}{2}(x-2)(y-2)=32\end{cases}$

6) $\begin{cases}(x+20)(y-1)=xy\\(x-10)(y+1)=xy\end{cases}$

Dạng 2. Giải các hệ phương trình sau bằng cách đặt ẩn số phụ

Bài tập:

1) $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\\\dfrac{8}{x}+\dfrac{15}{y}=1\end{cases}$ **2)** $\begin{cases}\dfrac{2}{x+2y}+\dfrac{1}{y+2x}=3\\\dfrac{4}{x+2y}-\dfrac{3}{y+2x}=1\end{cases}$ **3)** $\begin{cases}\dfrac{3x}{x+1}-\dfrac{2}{y+4}=4\\\dfrac{2x}{x+1}-\dfrac{5}{y+4}=9\end{cases}$

4) $\begin{cases}x^2+y^2=13\\3x^2-2y^2=-6\end{cases}$ **5)** $\begin{cases}3\sqrt{x}+2\sqrt{y}=16\\2\sqrt{x}-3\sqrt{y}=-11\end{cases}$ **6)** $\begin{cases}|x|+4|y|=18\\3|x|+|y|=10\end{cases}$

7) $\begin{cases}2(x^2-2x)+\sqrt{y+1}=0\\3(x^2-2x)-2\sqrt{y+1}=-7\end{cases}$ **8)** $\begin{cases}5|x-1|-3|y+2|=7\\2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13\end{cases}$

Dạng 3. Giải và biện luận hệ phương trình

Phương pháp giải:

- Từ một phương trình của hệ tìm y theo x rồi thế vào phương trình thứ hai để được phương trình bậc nhất đối với x
- Giả sử phương trình bậc nhất đối với x có dạng: ax = $\Leftrightarrow$ b (1)
- Biện luận phương trình (1) ta sẽ có sự biện luận của hệ

i) Nếu a = 0: (1) trở thành 0x = b

- Nếu b = 0 thì hệ có vô số nghiệm
- Nếu b $\neq$ 0 thì hệ vô nghiệm

ii) Nếu a $\neq$ 0 thì (1) $\Rightarrow$ x = $\dfrac{b}{a}$, Thay vào biểu thức của x ta tìm y, lúc đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Ví dụ: Giải và biện luận hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2m(1) \\ 4x - my = m + 6(2) \end{cases}$

Từ (1) $\Rightarrow$ y = mx – 2m, thay vào (2) ta được:

4x – m(mx – 2m) = m + 6 $\Leftrightarrow$ (m^2 – 4)x = (2m + 3)(m – 2) (3)

i) Nếu $m^2 - 4 \neq 0$ hay $m \neq \pm 2$ thì x = $\frac{(2m+3)(m-2)}{m^2-4} = \frac{2m+3}{m+2}$

Khi đó y = - $\frac{m}{m+2}$. Hệ có nghiệm duy nhất: ($\frac{2m+3}{m+2}$;-$\frac{m}{m+2}$)

ii) Nếu m = 2 thì (3) thỏa mãn với mọi x, khi đó y = mx -2m = 2x – 4

Hệ có vô số nghiệm (x, 2x-4) với mọi x $\in$ R

iii) Nếu m = -2 thì (3) trở thành 0x = 4 . Hệ vô nghiệm

Vậy: - Nếu $m \neq \pm 2$ thì hệ có nghiệm duy nhất: (x,y) = ($\frac{2m+3}{m+2}$;-$\frac{m}{m+2}$)

- Nếu m = 2 thì hệ có vô số nghiệm (x, 2x-4) với mọi x $\in$ R

- Nếu m = -2 thì hệ vô nghiệm

<u>Bài tập:</u> Giải và biện luận các hệ phương trình sau:

1) $\begin{cases} mx + y = 3m - 1 \\ x + my = m + 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} mx + 4y = 10 - m \\ x + my = 4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} (m-1)x - my = 3m - 1 \\ 2x - y = m + 5 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + my = 3m \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x - my = 1 + m^2 \\ mx + y = 1 + m^2 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x - y = 3 + 2m \\ mx + y = (m+1)^2 \end{cases}$

DẠNG 4: XÁC ĐỊNH GIÁ TRỊ CỦA THAM SỐ ĐỂ HỆ CÓ NGHIỆM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Phương pháp giải:

- Giải hệ phương trình theo tham số
- Viết x, y của hệ về dạng: n + $\frac{k}{f(m)}$ với n, k nguyên
- Tìm m nguyên để f(m) là ước của k

<u>Ví dụ1:</u> Định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên:

$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$

HD Giải:

$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx + 4y = 2m + 2 \\ 2mx + m^2 y = 2m^2 - m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 4)y = 2m^2 - 3m - 2 = (m-2)(2m+1) \\ 2x + my = 2m - 1 \end{cases}$$

để hệ có nghiệm duy nhất thì $m^2 - 4 \neq 0$ hay $m \neq \pm 2$

Vậy với $m \neq \pm 2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} y = \dfrac{(m-2)(2m+1)}{m^2 - 4} = \dfrac{2m+1}{m+2} = 2 - \dfrac{3}{m+2} \\ x = \dfrac{m-1}{m+2} = 1 - \dfrac{3}{m+2} \end{cases}$$

Để x, y là những số nguyên thì $m + 2 \in Ư(3) = \{1; -1; 3; -3\}$

Vậy: $m + 2 = \pm 1, \pm 3 \Rightarrow m = -1; -3; 1; -5$

Bài Tập:

Bài 1:

Định m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên:

$$\begin{cases} (m+1)x + 2y = m - 1 \\ m^2 x - y = m^2 + 2m \end{cases}$$

Bài 2:

a) Định m, n để hệ phương trình sau có nghiệm là (2; -1)

$$\begin{cases} 2mx - (m+1)y = m - n \\ (m+2)x + 3ny = 2m - 3 \end{cases}$$

HD:

Thay x = 2 ; y = -1 vào hệ ta được hệ phương trình với ẩn m, n

b) Định a, b biết phương trình $ax^2 - 2bx + 3 = 0$ có hai nghiệm là x = 1 và x = -2

HD:

thay x = 1 và x = -2 vào phương trình ta được hệ phương trình với ẩn a, b