

5. Tìm vị trí M để chu vi $\triangle ABM$ lớn nhất
6. Tìm vị trí M để chu vi $\triangle ACM$ lớn nhất

Bài 40

Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. C là trung điểm AO . Vẽ đường thẳng $Cx \perp AB$ tại C cắt đường tròn tại I , K là điểm đi động trên đoạn CI ($K \neq C$ và I), Tia AK cắt (O) tại M . Đường thẳng Cx cắt đường thẳng BM tại D , cắt tiếp tuyến tại M của (O) tại N

1. Chứng minh $AK \cdot AM = R^2$
2. Chứng minh $\triangle NMK$ cân
3. Khi K là trung điểm CI . Tính diện tích $\triangle ABD$ theo R
4. Chứng minh khi K di động trên đoạn CI thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADK$ thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 41

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . I là điểm thuộc AO sao cho $AO = 3IO$. Qua I vẽ dây $CD \perp AB$. Trên CD lấy K tùy ý. Tia AK cắt (O) tại M .

1. Chứng minh tứ giác $IKMB$ nội tiếp
2. Chứng minh đường thẳng AM tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp $\triangle MKC$
3. Chứng minh tâm P của đường tròn ngoại tiếp $\triangle CMK$ thuộc một đường cố định
4. Tính khoảng cách nhỏ nhất của DP

Bài 42

Cho $\triangle ABC$ cân tại A nội tiếp đường tròn $(O; R)$. M là điểm thuộc cung nhỏ AC . Tia AM cắt tia BC tại D .

1. Chứng minh $\widehat{ADC} = \widehat{ACM}$
2. Chứng minh $AC^2 = AM \cdot AD$
3. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MCD$
4. Lấy E là điểm thuộc tia đối của tia MB sao cho $ME = MC$. Chứng minh $ABDE$ nội tiếp.
5. Chứng minh C luôn thuộc một cung tròn cố định. Xác định tâm của cung tròn này.

Cho đường tròn $(O; R)$ và một đường thẳng d không cắt đường tròn. Vẽ $OH \perp d$ tại H . M là điểm thuộc d . Từ M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB với (O) (A, B là các tiếp điểm).

1. Chứng minh tứ giác $MAOH$ nội tiếp
2. Đường thẳng AB cắt OH tại I . Chứng minh $IH \cdot IO = IA \cdot IB$
3. Chứng minh I cố định khi M chạy trên đường thẳng d .
4. Cho $OM = 2R$, $OH = a$. Tính diện tích $\triangle MAI$ theo a và R

Bài 44

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A ở ngoài đường tròn. Vẽ đường thẳng $d \perp OA$ tại A . Lấy điểm $M \in d$. Vẽ tiếp tuyến MC với (O) C là tiếp điểm).

1. Chứng minh 4 điểm M, A, O, C cùng thuộc một đường tròn.
2. AC cắt (O) tại B , Tiếp tuyến tại B của (O) cắt MC tại E , cắt đường thẳng d tại D . Chứng minh M, E, O, D cùng thuộc một đường tròn
3. Chứng minh A là trung điểm MD
4. Chứng minh $\triangle EOD \sim \triangle COA$.
5. Cho $OM = 2R$ và $OA = a$. Tính DE theo a và R

Bài 45

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ ($AB < AC$). Kẻ đường cao AH và đường kính AD của đường tròn (O) . Phần giác của \widehat{BAC} cắt (O) tại E .

1. Chứng minh AE là phân giác của \widehat{HAD}
2. Chứng minh $AB \cdot AC = AH \cdot AD$
3. Chứng minh $\widehat{HAD} = \widehat{ABC} - \widehat{ACB}$
4. EO cắt AC tại F , BF cắt AH tại M . Chứng minh $\triangle AFM$ cân
5. Cho $AB = 4$, $AC = 5$, $R = 3$. Tính BC (lấy 1 chữ số thập phân)

Bài 46

Cho $\triangle ABC$ đều nội tiếp $(O; R)$. M là điểm trên cung nhỏ \widehat{BC} . Trên dây AM lấy điểm E sao cho $ME = MB$.

1. Chứng minh $\triangle MBE$ đều

- Chứng minh $\Delta CBM = \Delta ABE$
- Tìm vị trí điểm M sao cho tổng $MA + MB + MC$ lớn nhất
- Khi M chạy trên \widehat{BC} nhỏ thì E chạy trên đường cố định nào
- Gọi F là giao điểm của AM và BC . Chứng minh
$$\frac{1}{MF} = \frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$$
- Chứng minh $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 6R^2$

Bài 47

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây AB . Vẽ đường kính CD vuông góc với AB tại K (D thuộc cung nhỏ \widehat{AB}). M là điểm thuộc cung nhỏ \widehat{BC} . DM cắt AB tại F .

- Chứng minh tứ giác $CKFM$ nội tiếp
- Chứng minh $DF \cdot DM = AD^2$
- Tia CM cắt đường thẳng AB tại E . Tiếp tuyến tại M của (O) cắt AF tại I . Chứng minh $IE = IF$

$$4. \text{ Chứng minh } \frac{FB}{EB} = \frac{KF}{KA}$$

📌 Hd : d) Chú ý F là trực tâm của ΔCDE .

Suy ra : $KE \cdot KF = KC \cdot KD$

Bài 48

Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$). Tia phân giác của \widehat{ABC} cắt AC tại M . Đường tròn (O) đường kính MC cắt tia BM tại H , cắt BC tại N .

- Chứng minh tứ giác $BAHC$ nội tiếp
- Chứng minh $HC^2 = HM \cdot HB$
- HO cắt BC tại K . Chứng minh K là trung điểm NC
- Cho $AB = 5$ cm, $HC = 3\sqrt{2}$ cm. Tính độ dài cạnh BC .

Bài 49

Cho đường tròn $(O; R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau E là điểm thuộc \widehat{DB} nhỏ. AE cắt DC tại N , CE cắt AB tại M .

- Chứng minh tứ giác $NOBE$ nội tiếp
- Chứng minh $AN \cdot AE = 2R^2$
- Chứng minh $\Delta ANC \sim \Delta MAC$. Tìm vị trí của E để diện tích

ΔNEN lớn nhất

- Biết $AM = 3BM$. Tính DN và EB theo R

Bài 50

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ với $AB < AC$. Phân giác của \widehat{BAC} cắt BC tại E và cắt (O) tại D . Tia OD cắt BC tại K . Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M .

- Chứng minh tứ giác $MAOK$ nội tiếp
- Chứng minh $MA^2 = MB \cdot MC$
- Chứng minh $MA = ME$
- Kẻ tiếp tuyến MF của (O) (F là tiếp điểm). Chứng minh tia FE // đường thẳng DO cắt nhau tại điểm thuộc (O) .
- Biết $BE = a$ và $EC = b$. Tính AM theo a và b .

Bài 51

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Phân giác của góc \widehat{BAC} cắt BC tại D và cắt đường tròn tại E . Vẽ $DK \perp AB$ và $DM \perp AC$ tại K và M .

- Chứng minh tứ giác $AKDM$ nội tiếp và $KM \perp AE$
- Chứng minh $AD \cdot AE = AB \cdot AC$
- Chứng minh $MK = AD \cdot \sin \widehat{BAC}$
- So sánh diện tích tứ giác $AKEM$ và diện tích ΔABC

Bài 52

Cho điểm $A \in$ đoạn BC sao cho $AB = 2AC$. Vẽ đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và đường tròn (O') đường kính AC .

- Chứng minh (O) và (O') tiếp xúc nhau
- Lấy điểm $H \in$ đoạn OB sao cho $OH = \frac{1}{5}OB$. Vẽ tia Hx vuông góc AB cắt (O) tại D . Tia DA cắt (O') tại M . Vẽ đường kính MN của (O') . OD cắt BN tại K . Chứng minh $OD \parallel MN$ và tính OK theo R
- Chứng minh BN là tiếp tuyến của (O')
- DA cắt BN tại E . Tính diện tích ΔBEA theo R