

3. OF cắt AB tại K , OE cắt AB tại H . Chứng minh $EK \perp OF$.
4. Khi số $\widehat{BC} = 90^\circ$. Tính EF và diện tích $\triangle OHK$ theo R

Bài 27

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây BC cố định. Điểm A di chuyển trên cung lớn \widehat{BC} . Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H .

- Chứng minh $BEDC$ nội tiếp đường tròn
- Vẽ đường tròn tâm H bán kính HA cắt AB và AC lần lượt tại M và N . Chứng minh $MN \parallel ED$ và 4 điểm B, C, M, N cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ A đi qua một điểm cố định
- Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ H cũng đi qua một điểm cố định O'
- Tìm độ dài BC để O' thuộc đường tròn (O)

Bài 28

Cho đường tròn $(O; R)$ có dây $BC = R\sqrt{3}$. Vẽ đường tròn (M) đường kính BC . Lấy điểm $A \in (M)$ (A ở ngoài (O)). AB, AC cắt (O) tại D và E . Đường cao AH của $\triangle ABC$ cắt DE tại I .

- Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$
- Chứng minh I là trung điểm DE
- AM cắt ED tại K . Chứng minh $IKMH$ nội tiếp
- Tính DE và tỉ số $\frac{AH}{AK}$ theo R
- Tìm vị trí điểm A để diện tích $\triangle ADE$ lớn nhất

Bài 29

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại P và Q . Tiếp tuyến chung gần P của hai đường tròn tiếp xúc với (O) tại A và tiếp xúc với (O') tại B . Tiếp tuyến của (O) tại P cắt (O') tại điểm thứ hai là D ($D \neq P$), đường thẳng AP cắt đường thẳng BD tại K . Chứng minh:

- Bốn điểm A, B, Q, K cùng thuộc một đường tròn
- $\triangle BPK$ cân
- Đường tròn ngoại tiếp $\triangle PQK$ tiếp xúc với PB và KB

Bài 30

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Tiếp tuyến chung gần B của hai đường tròn lần lượt tiếp xúc với (O) và (O') tại C và D . Qua A kẻ đường thẳng song song với CD lần lượt cắt (O) và (O') tại M và N . Các đường thẳng BC và BD lần lượt cắt đường thẳng MN tại P và Q ; các đường thẳng CM và DN cắt nhau tại E . Chứng minh:

- Đường thẳng AE vuông góc với đường thẳng CD
- $\triangle EPQ$ cân

Bài 31

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Đường tròn tâm (O') tiếp xúc với (O) tại M và tiếp xúc với hai cạnh AB và AC tại I và K . Gọi E là giao điểm thứ hai của MK với (O) .

- Chứng minh ME là tia phân giác \widehat{AMC}
- Tia phân giác Mx của \widehat{BMC} cắt IK tại F . Chứng minh tứ giác $FKCM$ và $FIBM$ nội tiếp
- Chứng minh $\triangle BIF \sim \triangle FKC$
- Chứng minh $FM^2 = MB \cdot MC$
- Chứng minh tia CF là phân giác \widehat{BCA}

Bài 32

Cho đường tròn $(O; R)$ và hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. I là điểm di động trên bán kính OB ($I \neq B$ và O). Tia CI cắt đường tròn tại E .

- Chứng minh $OIED$ nội tiếp
- Chứng minh $CI \cdot CE = 2R^2$
- DB cắt CE tại H . AE cắt CD tại K . Chứng minh $HK \parallel AB$
- Chứng minh diện tích tứ giác $ACIK$ không đổi khi I di động trên OB ($I \neq O$ và B)

Bài 33

Cho đường tròn $(O; R)$ và một dây cung AB cố định. Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ \widehat{AB} . Lấy điểm C tùy ý trên trên cung nhỏ \widehat{MB} , kẻ tia Ax vuông góc với tia CM tại H , cắt đường thẳng BC tại K .

Bài tập luyện thi vào lớp 10

1. Chứng minh CM là tia phân giác của \widehat{ACK}
2. Chứng minh M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABK$ và $sđ \widehat{AKB}$ không phụ thuộc vào vị trí điểm C
3. Tia KM cắt tia AB tại E và cắt đường tròn tại điểm thứ hai là F . Chứng minh tích $ME \cdot MF$ không đổi khi C di động và tính tích đó theo R và $\widehat{MAB} = \alpha$

Bài 34

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M sao cho $OM = 2R$. Từ M vẽ hai tiếp tuyến MA và MB với (O)

1. Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp và $MO \perp AB$
2. Chứng minh $\triangle AMB$ đều và tính MA theo R
3. Qua điểm C thuộc cung nhỏ \widehat{AB} vẽ tiếp tuyến với (O) cắt MA tại E và cắt MB tại F . OF cắt AB tại K . OE cắt AB tại H . Chứng minh $EK \perp OF$
4. Chứng minh $EF = 2HK$

Bài 35

Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Đường cao BE của tam giác kéo dài cắt đường tròn (O) tại K . Kẻ KD vuông góc với BC tại D .

1. Chứng minh 4 điểm $K; E; D; C$ cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn này
2. Chứng minh KB là phân giác của \widehat{AKD}
3. Tia DE cắt đường thẳng AB tại I . Chứng minh $KI \perp AB$
4. Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với OA , cắt AB tại H . Chứng minh $CH // KI$

Bài 36

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . M, N là hai điểm di động trên AD và DC sao cho $\widehat{MBN} = 45^\circ$. BM, BN cắt AC lần lượt tại E và F .

1. Chứng minh $NE \perp BM$
2. Gọi H là giao điểm của ME và NF . Chứng minh $HF \cdot HM = HE \cdot HN$
3. Tia BH cắt MN tại I . Tính BI theo a . Suy ra đường thẳng MN

Bài tập luyện thi vào lớp 10

luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

4. Cho $a = 5, AM = 2$. Tính EF .

Bài 37

Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A cố định trên đường tròn. Một góc nhọn \widehat{xAy} có số đo không đổi quay quanh A cắt đường tròn tại B và C . Vẽ hình bình hành $ABDC$. Gọi E là trực tâm $\triangle BDC$.

1. Chứng minh E thuộc đường tròn $(O;R)$
2. Gọi H là trực tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh EH, BC và AD đồng quy tại một điểm I
3. Khi góc \widehat{xAy} quay quanh A sao cho Ax và Ay vẫn cắt $(O;R)$ thì H di chuyển trên đường cố định nào ?

Bài 38

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Một đường thẳng d qua tâm O của hình vuông cắt AD và BC tại E và F . Từ E kẻ đường thẳng song song với BD , từ F kẻ đường thẳng song song với AC , chúng cắt nhau tại I .

1. Chứng minh A, I, B thẳng hàng
2. Kẻ $IH \perp EF$ tại H . Chứng minh H luôn thuộc một đường tròn cố định khi d quay quanh O
3. Đường thẳng IH cắt đường trung trực của AB tại K . Chứng minh $AKBH$ nội tiếp. Suy ra K cố định
4. Tìm vị trí của đường thẳng d để diện tích tứ giác $AKHB$ lớn nhất

Bài 39

Cho đường tròn $(O;R)$ và dây AB cố định. I là điểm chính giữa cung lớn \widehat{AB} . M là điểm di động trên cung lớn \widehat{AB} . K là trung điểm AB . Vẽ tia Ax vuông góc với đường thẳng MI tại H cắt đường thẳng MB tại C .

1. Chứng minh tứ giác $AHIK$ nội tiếp
2. Chứng minh $\triangle AMC$ là các tam giác cân
3. Chứng minh khi M di động thì C luôn thuộc một đường cố định
4. Gọi E là điểm đối xứng với A qua I và F là điểm đối xứng với B qua đường thẳng MI . Chứng minh tứ giác $AFEB$ nội tiếp