$\Rightarrow$ tứ giác AC'O'B' nội tiếp đường tròn có tâm là I .

2. Tính B'C' theo a

Trong (K) có $\widehat{C'KB'} = 90^0$ (sđ $\widehat{B'C'} = 90^0$) $\Rightarrow$ ΔB'KC' vuông cân

$\Rightarrow$ C'B' = KC' $\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

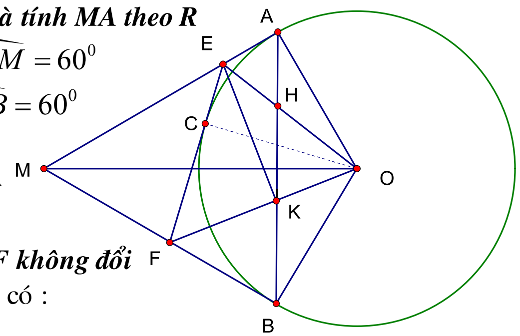
3. Tính bán kính đường tròn (I) theo a

Ta có $\widehat{B'IC'} = 90^0$ ($\widehat{B'AC'} = 45^0$) $\Rightarrow$ ΔB'IC' vuông cân

Mà B'C' = a$\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ IB' = a

Bài 26

1. Chứng minh ΔAMB đều và tính MA theo R



OA = R , OM = 2R $\Rightarrow$ $\widehat{AOM} = 60^0$

$\Rightarrow$ $\widehat{AOB} = 120^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{AMB} = 60^0$

Mà ΔAMB cân tại A

$\Rightarrow$ ΔAMB là tam giác đều

Tính được AM = $R\sqrt{3}$

2. Chứng minh chu vi ΔMEF không đổi

Gọi p là chu vi ΔMEF , ta có :

p = ME + EF + MF

= ME + EC + CF + MF

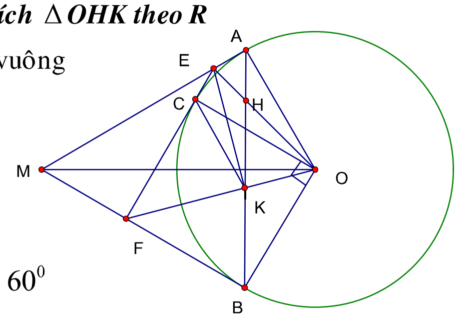
= ME + EA + FB + MF = MA + MB = 2 MA = 2 $R\sqrt{3}$ (không đổi)

3. Chứng minh EK $\perp$ OF

Ta có $\widehat{EAK} = 60^0$. Ta chứng minh : $\widehat{EOF} = 60^0$ $\Rightarrow$ EAOK nội tiếp

Mà $\widehat{EAO} = 90^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{EKO} = 90^0$ $\Rightarrow$ EK $\perp$ OE

4. Khi sđ $\widehat{BC} = 90^0$. Tính EF và diện tích ΔOHK theo R



Khi sđ $\widehat{BC} = 90^0$ $\Rightarrow$ COBF là hình vuông

$\Rightarrow$ BF = R $\Rightarrow$ MF = MB – FB

$= R\sqrt{3} - R = R(\sqrt{3} - 1)$

ΔMFE vuông tại F có $\widehat{EMF} = 60^0$

$\Rightarrow$ EF = MF. $\sqrt{3}$ = R $\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

- Ta có ΔEOK vuông tại K có $\widehat{EOF} = 60^0$

$\Rightarrow$ OE = 2 OK

Ta có S Δ OEF = $\frac{1}{2}OC.EF = R.R\sqrt{3}(\sqrt{3}-1) = R^2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

Chứng minh ΔOHK ~ ΔOFE với tỉ số đồng dạng k = $\frac{OK}{OE} = \frac{1}{2}$

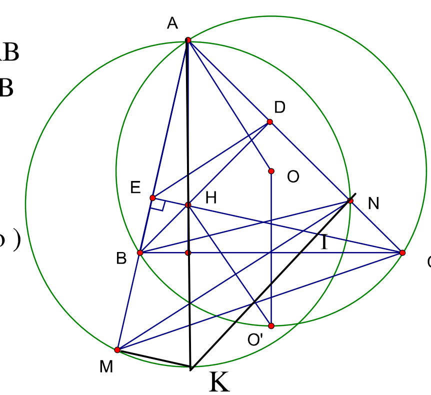
Suy ra : $\frac{S_{\Delta OHK}}{S_{\Delta OFE}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow$ S Δ OHK = $= \frac{1}{4}S_{\Delta OEF} = \frac{1}{4}.R^2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

Bài 27

1. Chứng minh BEDC nội tiếp

(Học sinh tự chứng minh)

2. Chứng minh MN // DE và B , C M , N cùng thuộc đường tròn



Vẽ đường kính AK của (H)

Ta có KN $\perp$ AC và KM $\perp$ AB

Mà HD $\perp$ AC và HE $\perp$ AB

$\Rightarrow$ KN // HD và KM // HE

$\Rightarrow$ $\frac{AD}{AN} = \frac{AH}{AK} = \frac{AE}{AM}$

$\Rightarrow$ MN // ED (đl Thales đảo)

$\Rightarrow$ $\widehat{AMN} = \widehat{AED}$

Mà $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$

$\Rightarrow$ $\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$

$\Rightarrow$ tứ giác MBNC nội tiếp

3. Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ A đi qua điểm cố định

Chứng minh AO $\perp$ ED (học sinh tự chứng minh) $\Rightarrow$ OA $\perp$ MN

Hay đường thẳng qua A vuông góc với MN đi qua O cố định .

4. Chứng minh đường thẳng kẻ từ H , vuông góc với M đi qua điểm cố định

Gọi O' là điểm đối xứng với O qua BC .

Ta chứng minh AOO'H là hình bình hành . $\Rightarrow$ HO' $\perp$ MN

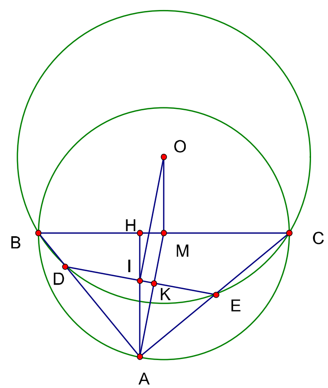
Suy ra điều phải chứng minh

5. Tìm độ dài BC để O' thuộc đường tròn (O)

Để O' $\in$ (O) thì OO' = R $\Rightarrow$ OI = $\frac{R}{2}$ (I là trung điểm OO')

Suy ra : BI = $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ BC = $R\sqrt{3}$

Bài 28



1. Chứng minh AD.AB = AE.AC

Chứng minh ΔAED ~ ΔABC (g-g)

2. Chứng minh I là trung điểm DE

Ta có BA $\perp$ CA và AH $\perp$ BC

$\Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{HAB}$

Mà $\widehat{EDA} = \widehat{HCA}$ (BDEC nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{EDA} = \widehat{HAB} \Rightarrow \Delta$DIA cân tại I

Tương tự chứng minh ΔAIE cân tại I

$\Rightarrow$ ID = IA = IE $\Rightarrow$ I là trung điểm ED

3. Chứng minh IKMH nội tiếp

Chứng minh MA $\perp$ DE tại K $\Rightarrow$ HMKI nội tiếp

4. Tính DE theo R và tỉ số $\frac{AH}{AK}$

Ta có OI $\perp$ DE (I là trung điểm DE) và AM $\perp$ DE (cmt) $\Rightarrow$ OI // MA

Ta có OM $\perp$ BC và AH $\perp$ BC $\Rightarrow$ IA // OM $\Rightarrow$ OIAM là hình bình hành

Suy ra : AI = OM . Mà BC = $R\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ OM = $\frac{R}{2}$ $\Rightarrow$ IA = $\frac{R}{2}$ $\Rightarrow$ DE = R

Chứng minh ΔAKE ~ ΔAHB $\Rightarrow \frac{AH}{AK} = \frac{AB}{AE}$

Mà $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{R\sqrt{3}}{R} = \sqrt{3}$. Vậy $\frac{AH}{AK} = \sqrt{3}$

5. Tìm vị trí điểm A để diện tích ΔADE lớn nhất

Ta có : $\frac{AH}{AK} = \sqrt{3} \Rightarrow$ AK = $\frac{AH}{\sqrt{3}}$

Do đó : $S_{\Delta ADE} = \frac{1}{2}DE.AK = \frac{1}{2}R.\frac{AH}{\sqrt{3}}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ AH lớn nhất

$\Leftrightarrow$ H $\equiv$ M $\Leftrightarrow$ A là điểm chính giữa $\overset{\frown}{BC}$

Bài 29

1. Chứng minh A , B , Q , K cùng thuộc một đường tròn

$\left.\begin{array}{l}\widehat{QPD} = \widehat{QBD} \text{ (chắn } \overset{\frown}{BD} \text{ trong (O'))} \\ \widehat{QPD} = \widehat{PAQ} \text{ (chắn } \overset{\frown}{PQ} \text{ trong (O))}\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{QAK} = \widehat{QPK}$

Suy ra tứ giác ABKQ nội tiếp

2. Chứng minh ΔBPK cân

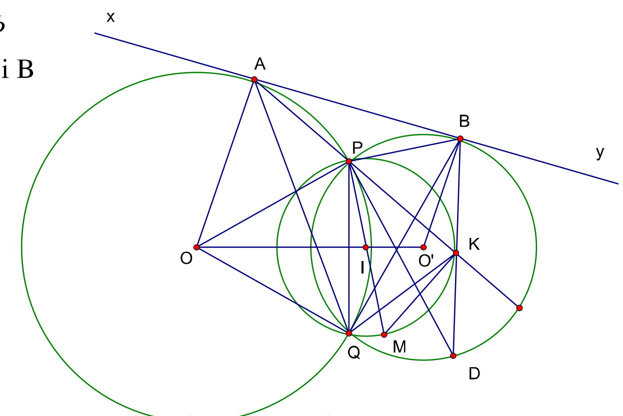
$\widehat{BPK} = \widehat{BAP} + \widehat{ABP}$ (góc ngoài Δ)

Mà $\widehat{BAP} = \widehat{AQP}$ và $\widehat{ABP} = \widehat{PQB}$ $\Rightarrow \widehat{BPK} = \widehat{AQB}$

Mà $\widehat{AQB} = \widehat{BKP}$ (ABKQ nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{BPK} = \widehat{BKP}$

$\Rightarrow \Delta$PBK cân tại B



3. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔPQK tiếp xúc với PB và KB

Chứng minh $\widehat{BPK} = \widehat{PQK}$ (hs tự chứng minh)

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔPQK . vẽ đường kính PM của (I)

Ta có $\widehat{PMK} = \widehat{PQK} \Rightarrow \widehat{PMK} = \widehat{BPK}$

Mà $\widehat{PMK} + \widehat{MPK} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BPK} + \widehat{MPK} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BPM} = 90^0$

Suy ra PB $\perp$ PM $\Rightarrow$ BP là tiếp tuyến của (I)

Tương tự chứng minh BK là tiếp tuyến của (I)

Bài 30

1. Chứng minh AE $\perp$ CD

Ta có : $\widehat{ADC} = \widehat{AND}$ (chắn cung $\overset{\frown}{AD}$)

$\widehat{AND} = \widehat{CDE}$ (đv) $\Rightarrow$ $\widehat{ADC} = \widehat{CDE}$

Tương tự ta chứng minh được : $\widehat{ACD} = \widehat{DCE}$

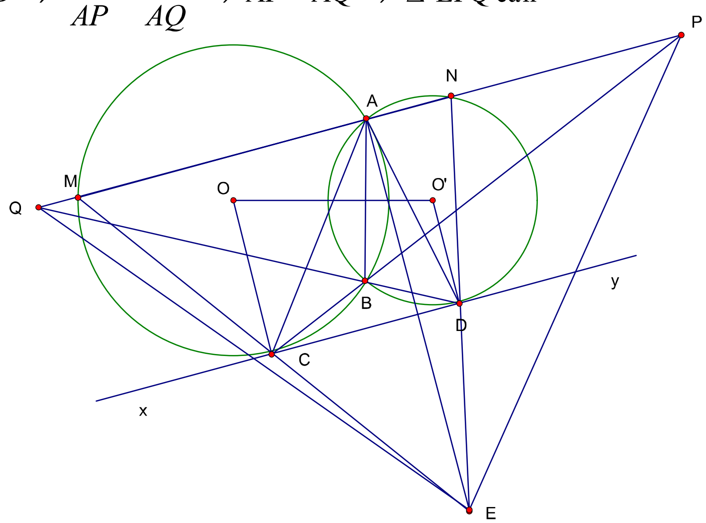
$\Rightarrow$ Δ ADC = Δ EDC (g - c - g)

$\Rightarrow$ CD là trung trực của AE $\Rightarrow$ CD $\perp$ AE

b. Chứng minh ΔEPQ cân

Chứng minh : $ID^2 = IB.IA$ và $IC^2 = IB.IA$ $\Rightarrow$ IC = ID

PQ // CD $\Rightarrow \dfrac{IC}{AP} = \dfrac{ID}{AQ} \Rightarrow$ AP = AQ $\Rightarrow$ Δ EPQ cân



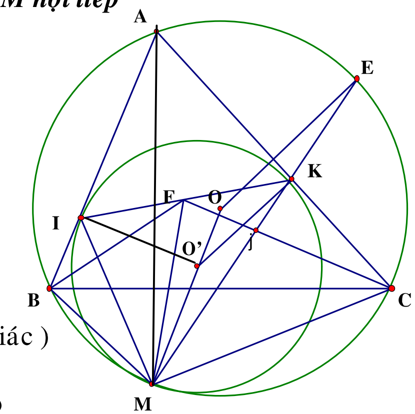
Bài 31

1. Chứng minh ME là tia phân giác $\widehat{AMC}$

Chứng minh OE // O'K (hai góc đồng vị bằng nhau) $\Rightarrow$ OE $\perp$ AC

$\Rightarrow$ $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EC}$ $\Rightarrow$ ME là phân giác $\widehat{AMC}$

2. Chứng minh tứ giác FKCM và FIBM nội tiếp



Tứ giác AIO'K nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{IAK} + \widehat{IO'K} = 180^0$

Tứ giác ABMC nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{IAK} + \widehat{BMC} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{IO'K} = \widehat{BMC}$

Mà $\widehat{AKI} = \dfrac{1}{2}\widehat{IO'K}$

Và $\widehat{FMC} = \dfrac{1}{2}\widehat{BMC}$ (MF là phân giác)

$\Rightarrow \widehat{AKI} = \widehat{FMC}$ $\Rightarrow$ FKCM nội tiếp

Tương tự ta chứng minh được tứ giác IFMB nội tiếp

3. Chứng minh $\Delta BIF \sim \Delta FKC$

Ta có $\widehat{AKI} = \widehat{IMK}$ (chắn cung $\overset{\frown}{IK}$ trong (O'))

Mà $\widehat{AKI} = \widehat{KFC} + \widehat{KCF}$ (góc ngoài Δ)

Và $\widehat{KCF} = \widehat{FMK}$ (tứ giác FKCM nội tiếp) $\Rightarrow$ $\widehat{KFC} = \widehat{IMF}$

Mà $\widehat{IMF} = \widehat{IBF}$ (tứ giác IFMB nội tiếp) $\Rightarrow$ $\widehat{IBF} = \widehat{KFC}$

Ta có $\widehat{BIF} = \widehat{FKC}$ (do $\widehat{AIK} = \widehat{AKI}$). Vậy ΔBIF ~ Δ FKC (g – g)

4. Chứng minh FM^2 = MB.MC

Ta có $\widehat{KFM} = \widehat{IBM}$ (tứ giác IFMB nội tiếp)

$\widehat{IBF} = \widehat{KFC}$ (cmt) $\Rightarrow$ $\widehat{FBM} = \widehat{CFM}$

Mà $\widehat{BMF} = \widehat{CMF}$ (MF là phân giác $\widehat{BMC}$)

Suy ra : Δ BFM ~ Δ FCM (g-g) $\Rightarrow$ MF^2 = BM.CM

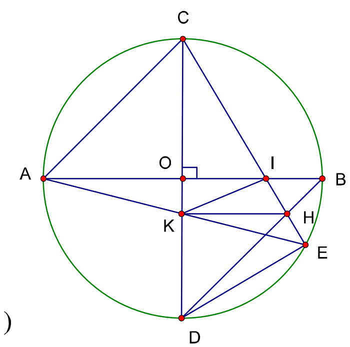
5. Chứng minh CF là phân giác của $\widehat{ACB}$

Ta có : $\widehat{KFC} = \widehat{KMC} = \dfrac{\widehat{ABC}}{2}$ và $\widehat{AKF} = 90^0 - \dfrac{\widehat{BAC}}{2}$

Suy ra : $\widehat{KCF} = \widehat{AKF} - \widehat{KFC} = 90^0 - \dfrac{\widehat{BAC}}{2} - \dfrac{\widehat{ABC}}{2} = \dfrac{\widehat{BCA}}{2}$

Vậy CF là phân giác của $\widehat{ACB}$

Bài 32



1. Chứng minh tứ giác OIED nội tiếp

(Học sinh tự chứng minh)

2. Chứng minh CI.CE = 2R²

Chứng minh $\Delta COI \sim \Delta CED$

$\Rightarrow CI.CE = CO.CD = 2R^2$

3. Chứng minh KH // AB

Chứng minh tứ giác KHED nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{KHD} = \widehat{KED}$

Mà $\widehat{KED} = \widehat{ABD}$ (chắn cung $\widehat{AD}$)

$\Rightarrow \widehat{KHD} = \widehat{ABD} \Rightarrow HK \,//\, AB$

4. Chứng minh diện tích tứ giác ACIK không đổi

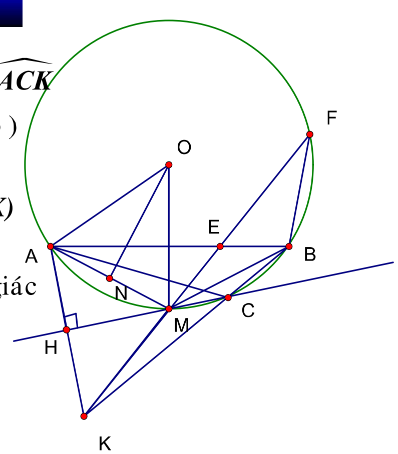
Xét ΔCAK và ΔAIC ta có : $\widehat{ACK} = \widehat{CAI} = 45^0$

và $\widehat{CIA} = \widehat{CAK}$ (sđ $\widehat{AC}$ + sđ $\widehat{BE}$ = sđ $\widehat{BC}$ + sđ $\widehat{BE}$)

Suy ra $\Delta CAK \sim \Delta AIC \Rightarrow AI.CK = AC^2 = 2R^2$

Mà $S_{AKCI} = \frac{1}{2} AI.CK = R^2$ không đổi

Bài 33



1. Chứng minh CM là tia phân giác của $\widehat{ACK}$

Ta có : $\widehat{KCM} = \widehat{MAB}$ (ABCM nội tiếp)

$\widehat{ACM} = \widehat{ABM} = \widehat{MAB}$ ($\widehat{MA} = \widehat{MB}$)

2. Chứng minh M là tâm đường tròn (ABK) và sđ $\widehat{AKB}$ không đổi

ΔACK có CH là đường cao và là phân giác

$\Rightarrow \Delta ACK$ cân tại C

$\Rightarrow$ CH là trung trực của AK

$\Rightarrow MA = MK$ ($M \in CH$)

Mà MA = MB

$\Rightarrow MA = MB = MK \Rightarrow$ M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABK

3. Chứng minh tích ME.MF không đổi. Tính tích đó theo R và $\widehat{MAB} = a$

Chứng minh $\Delta MEB \sim \Delta MBF$ (g-g) $\Rightarrow ME.MF = MB^2 = MA^2$

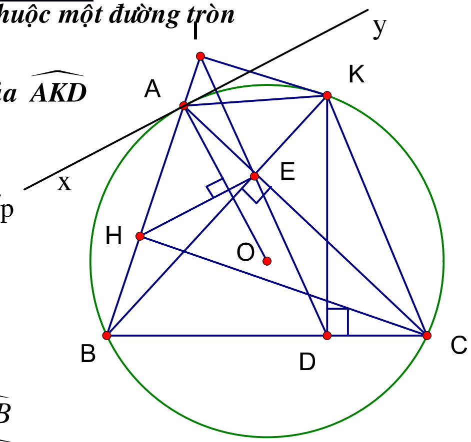
Vẽ đường cao ON của ΔAOM ta có $\widehat{AON} = \widehat{ABM} = \alpha$ ($= \frac{1}{2}\widehat{AOM}$)

$\Rightarrow AM = 2AN = 2OA.\sin\widehat{AON} = 2R.\sin\alpha \Rightarrow ME.MF = 4R^2\sin^2\alpha$

Bài 34

(Xem bài 26)

Bài 35



1. Chứng minh K , E , D , C cùng thuộc một đường tròn

(học sinh tự chứng minh)

2. Chứng minh KB là phân giác của $\widehat{AKD}$

$\widehat{AKB} = \widehat{ACB} = \widehat{BKD}$

3. Chứng minh KI ⊥ AB

Chứng minh tứ giác BDKI nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{BIK} = 90^0 \Rightarrow BI \perp IK$

4. Chứng minh CH // KI

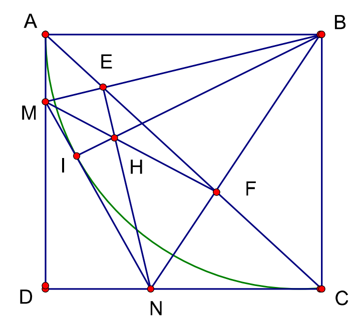
Vẽ tiếp tuyến xy tại A của (O)

$\Rightarrow \widehat{xAB} = \widehat{AHE}$ (xy // HE)

Mà $\widehat{xAB} = \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{ACB}$

$\Rightarrow$ tứ giác HECB nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BHC} = 90^0 \Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow CH \,//\, IK$

Bài 36



1. Chứng minh NE ⊥ BM

$\widehat{MBN} = \widehat{NCE} = 45^0 \Rightarrow$ NEBC nội tiếp

Mà $BC \perp NC \Rightarrow NE \perp MB$

2. Chứng minh HF.HM = HE.HN

Chứng minh $MF \perp BN$

$\Rightarrow$ MEFN nội tiếp $\Rightarrow \Delta HNF \sim \Delta HME$

$\Rightarrow$ đpcm

3. Tính BI. Suy ra MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

$\widehat{ABM} = \widehat{AFM}$; $\widehat{AFM} = \widehat{ENM}$; $\widehat{ENM} = \widehat{MBI} \Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{MBI}$

Ta có BI ⊥ MN (H là trực tâm của Δ MBN)

Chứng minh Δ ABM = Δ IBM (cạnh huyền – góc nhọn) ⇒ BI = BA = a

Từ đó suy ra I thuộc cung tròn (B; a) cố định .

4. Tính EF biết a = 5 và AM = 2

Ta có DM = AD – AM = 5 – 2 = 3 ; IM = AM = 2

Đặt DN = x (0 < x < 5). Ta có NC = 5 – x ⇒ IN = 5 – x

Suy ra MN = IN + IM = 5 – x + 2 = 7 – x

Áp dụng đl Pitago trong Δ MDN ta có :

$MN^2 = DM^2 + DN^2 \Leftrightarrow (7-x)^2 = 3^2 + x^2 \Leftrightarrow 14x = 40 \Leftrightarrow x = \dfrac{20}{7}$

Suy ra $MN = 7 - x = 7 - \dfrac{20}{7} = \dfrac{29}{7}$

Ta chứng minh Δ BEF ~ Δ BNM $\Rightarrow \dfrac{EF}{MN} = \dfrac{EB}{NB} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow EF = MN.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{29}{7}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{29\sqrt{2}}{14}$ (thõa mãn điều kiện)

Bài 37

1. Chứng minh E ∈ (O;R)

Chứng minh tứ giác IEFD nội tiếp. Suy ra $\widehat{BEI} = \widehat{BDG}$

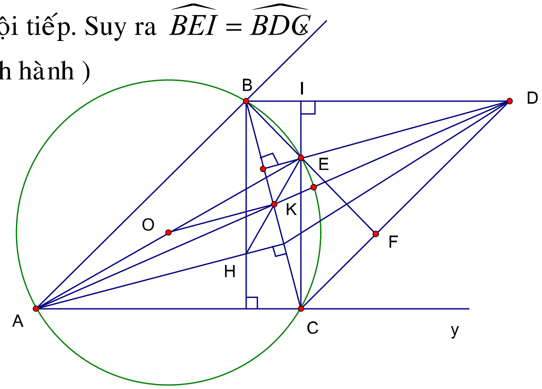
Mà $\widehat{BAC} = \widehat{BDC}$ (hình bình hành)

⇒ $\widehat{BEI} = \widehat{BAC}$

⇒ tứ giác BACE nội tiếp

Mà A, B , C ∈ (O)

⇒ E ∈ (O)



2. Chứng minh EH , BC , AD đồng quy

Ta có ABDC là hình bình hành . Gọi K là giao điểm của AD và BC

Suy ra K là trung điểm của BC và AD.

Chứng minh BECH là hình bình hành . Mà K là trung điểm BC

⇒ K là trung điểm của HE

Vậy BC , AD và HE đồng quy tại K

3. Khi góc $\widehat{xAy}$ quay quanh A sao cho sđ $\widehat{xAy}$ không đổi và Ax và Ay vẫn cắt đường tròn (O) thì H di chuyển trê đường cố định nào ?

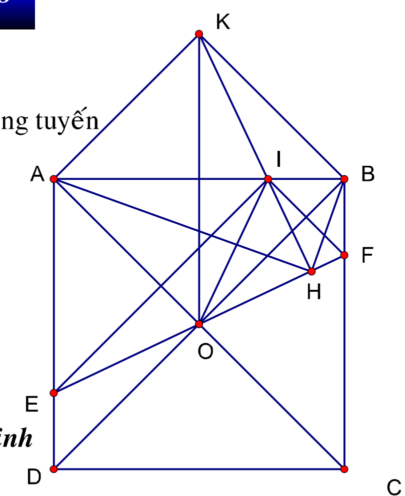
Ta có OK là đường trung bình của Δ EAH ⇒ AH = 2OK

Mà sđ $\widehat{xAy}$ không đổi ⇒ sđ $\widehat{AB}$ không đổi ⇒ AB không đổi

⇒ BK không đổi ⇒ OK = $\sqrt{R^2 - BK^2}$ không đổi ⇒ AH không đổi

Vậy H di chuyển trên đường tròn (A ; AH) cố định.

Bài 38



1. Chứng minh A, I , B thẳng hàng

Chứng minh Δ EIF vuông có IO là trung tuyến

⇒ Δ IOF cân tại O . Mà OB ⊥ IF

⇒ OB là trung trực của IF ⇒ IB = IF

⇒ Δ IBF cân ⇒ $\widehat{FIB} = \widehat{BFI} = 45^0$

Tương tự chứng minh $\widehat{AIE} = 45^0$

⇒ $\widehat{AIE} + \widehat{EIF} + \widehat{FIB} = 180^0$

⇒ A , I , B thẳng hàng

2. Chứng minh H thuộc đường tròn cố định

Chứng minh IBFH và IAEH nội tiếp

⇒ $\widehat{IHB} = \widehat{IFB} = 45^0$ và $\widehat{IHA} = \widehat{IEA} = 45^0$

⇒ $\widehat{AHB} = 90^0$ ⇒ H ∈ đường tròn đường kính AB cố định

3. Chứng minh tứ giác AKBH nội tiếp . Suy ra K là điểm cố định

Chứng minh AOHK nội tiếp ($\widehat{AOK} = \widehat{AHK} = 45^0$)

Chứng minh AOHB nội tiếp ($\widehat{AOB} = \widehat{AHB} = 90^0$)

Suy ra AKBH nội tiếp ⇒ K ∈ đường tròn đường kính AB .

Mà KA = KB $\Rightarrow$ K là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{AB}$ $\Rightarrow$ K cố định .

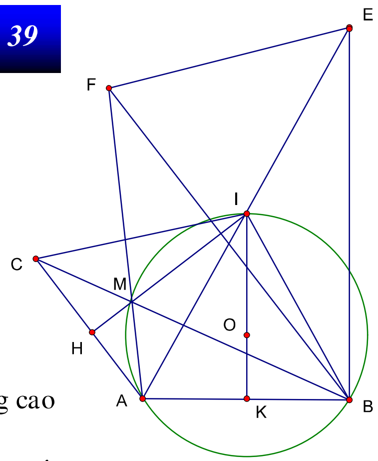
4. Tìm vị trí đường thẳng d để diện tích tứ giác AKBH lớn nhất

Ta có dt AKBH = dt ΔAKB + dt ΔAHB . Mà dt ΔAKB không đổi

Dó đó dt AKBH lớn nhất $\Leftrightarrow$ dt ΔAHB lớn nhất $\Leftrightarrow$ H $\equiv$ O

Khi đó đường thẳng d $\perp$ OK $\Leftrightarrow$ đường thẳng d // AB .

Bài 39



1. Chứng minh AHIK nội tiếp

(học sinh tự chứng minh)

2. Chứng minh ΔAMC cân

Ta có : $\widehat{CMH} = \widehat{IMB}$ (đ đ)

$\widehat{IMB} = \widehat{IAB} = \widehat{IBA}$ ($\overset{\frown}{IA} = \overset{\frown}{IB}$)

$\widehat{AHM} = \widehat{IBA}$ (AMIB nội tiếp)

Suy ra : $\widehat{CMH} = \widehat{AMH}$

Suy ra MH là phân giác vừa là đường cao của ΔCMA $\Rightarrow$ ΔCMA cân tại M.

3. Chứng minh C luôn thuộc một đường cố định

Ta có $\widehat{ACB} = 90^0 - \widehat{CMH} = 90^0 - \widehat{IBA}$ không đổi

$\Rightarrow$ C $\in$ cung chứa góc $\alpha = 90^0 - \widehat{IBA}$ dựng trên đoạn AB cố định

4. Chứng minh tứ giác AFEB nội tiếp

ΔFMB cân tại M (t/ c đối xứng) $\Rightarrow$ $\widehat{AMB} = 2\widehat{AFB}$ (góc ngoài Δ)

ΔAEB có IB = IA = IE $\Rightarrow$ ΔIBE cân tại I

$\Rightarrow$ $\widehat{AIB} = 2\widehat{AEB}$ (góc ngoài Δ)

Mà $\widehat{AMB} = \widehat{AIB}$ $\Rightarrow$ $\widehat{AFB} = \widehat{AEB}$ $\Rightarrow$ tứ giác AFEB nội tiếp .

5. Tìm vị trí M để chu vi ΔAMB lớn nhất

ΔABE vuông tại B (đường trung tuyến bằng nửa cạnh tương ứng)

$\Rightarrow$ tứ giác AFEB nội tiếp đường tròn (I) đường kính AE

$\Rightarrow$ dây AF $\le$ AE $\Leftrightarrow$ AM + MF $\le$ AE $\Leftrightarrow$ AM + MB $\le$ AE

Dấu = xảy ra khi F $\equiv$ E $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ I . Vậy AM + MB lớn nhất khi M $\equiv$ I

Chu vi ΔAMB = AM + MB + AB lớn nhất khi AM + MB lớn nhất

(vì AB không đổi) tức là khi M $\equiv$ I là điểm chính giữa cung lớn $\overset{\frown}{AB}$)

6. Tìm vị trí M để chu vi ΔACM lớn nhất

Ta có chu vi ΔACM = CM + MA + AC = 2(MA + HA)

Mà ΔAHM vuông tại H $\Rightarrow$ HA = MA.sin $\widehat{HMA} = MA.\sin \widehat{AMB}$

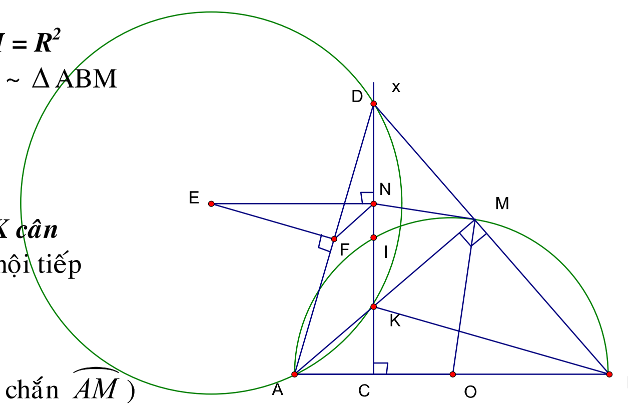
$\Rightarrow$ Chu vi ΔACM = 2(MA + MA.sin $\widehat{AMB}$) = 2MA.(1 + sin $\widehat{AMB}$)

Do $\widehat{AMB}$ không đổi nên chu vi ΔACM lớn nhất $\Leftrightarrow$ AM lớn nhất

$\Leftrightarrow$ AM là đường kính của đường tròn (O)

$\Leftrightarrow$ M là điểm đối xứng của A qua O.

Bài 40



1. Chứng minh AK.AM = R^2

Chứng minh ΔAKC ~ ΔABM

$\Rightarrow$ AK.AM = AC.AB

$= \dfrac{R}{2}.2R = R^2$

2. Chứng minh ΔNMK cân

Chứng minh CKMB nội tiếp

$\Rightarrow$ $\widehat{NKM} = \widehat{MBA}$

Mà $\widehat{KMN} = \widehat{MBA}$ (chắn $\overset{\frown}{AM}$)

$\Rightarrow$ $\widehat{NMK} = \widehat{NKM}$

$\Rightarrow$ ΔKNM cân tại N

3. Khi K là trung điểm CI .Tính diện tích ΔABD theo R

Ta có CK = $\dfrac{1}{2}CI = \dfrac{1}{2}\sqrt{OI^2 - OC^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{R^2 - \dfrac{R^2}{4}} = \dfrac{R\sqrt{3}}{4}$

Chứng minh CK.CD = CA.CB $\Leftrightarrow$ CD = $\dfrac{CA.CB}{CK} = \dfrac{\dfrac{R}{2}.\dfrac{3R}{2}}{\dfrac{R\sqrt{3}}{4}} = R\sqrt{3}$

S$_{\Delta ABD}$ = $\dfrac{1}{2}CD.AB = \dfrac{1}{2}R\sqrt{3}.2R = R^2\sqrt{3}$

4. Chứng minh khi K di động trên đoạn CI thì tâm đường tròn (ADK) thuộc một đường cố định