$\widehat{EIA} = \widehat{EAB}$ ($\overset{\frown}{EA} = \overset{\frown}{EB}$)

$\Rightarrow \widehat{xIC} = \widehat{CIB}$

$\Rightarrow$ Tia IC là phân giác của $\widehat{xIB}$

4. Đường thẳng FI luôn đi qua điểm cố định

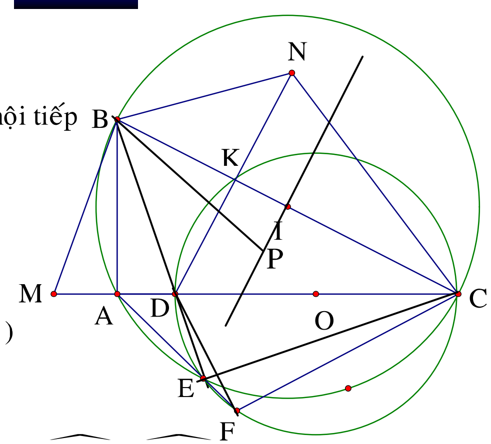
Chứng minh CK.CD = CI.CE = CB.CA $\Rightarrow$ CK = $\dfrac{CA.CB}{CD}$

Do D là trung điểm AB $\Rightarrow$ D cố định $\Rightarrow$ CD không đổi

$\Rightarrow$ CK không đổi $\Rightarrow$ K là điểm cố định .

Vậy đường thẳng FI luôn đi qua điểm K cố định .

Bài 14



1. Chứng minh ABCE nội tiếp

$\widehat{BAC} = \widehat{BEC} = 90^0 \Rightarrow$ ABEC nội tiếp

2. Chứng minh $\widehat{BCA} = \widehat{ACF}$

$\widehat{CED} = 90^0$; $\widehat{CEB} = 90^0$

Suy ra E ,D , B thẳng hàng

$\widehat{BCA} = \widehat{BEA}$ (chắn $\overset{\frown}{BA}$)

$\widehat{BEA} = \widehat{ACF}$ (DCFE nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{BCA} = \widehat{ACF}$

3. Chứng minh BMCN nội tiếp

Chứng minh ΔMBD cân tại B $\Rightarrow \widehat{BMC} = \widehat{BDM}$

D và N đối xứng nhau qua BC $\Rightarrow \widehat{BNC} = \widehat{BDC}$

Suy ra $\widehat{BNC} + \widehat{BMC} = \widehat{BDM} + \widehat{BDC} = 90^0 \Rightarrow$ BMCN nội tiếp

4. Xác định vị trí của D để đường tròn (BMCN) có bán kính nhỏ nhất

Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BMNC $\Rightarrow$ P thuộc đường trung trực của BC. Ta có BP $\geq$ BI (BI không đổi) . Vậy PB nhỏ nhất khi P trùng với I . Mà IB = IA và IB = IM $\Rightarrow$ IM = IA

$\Rightarrow$ M $\equiv$ A $\Leftrightarrow$ D $\equiv$ A

Bài 15

1. Chứng minh H $\in$ BC

Chứng minh $\widehat{AHB} = 90^0$ và $\widehat{AHC} = 90^0 \Rightarrow$ B , H , C thẳng hàng

2. Tứ giác BCNM là hình gì ? Tại sao ?

(Học sinh tự chứng minh)

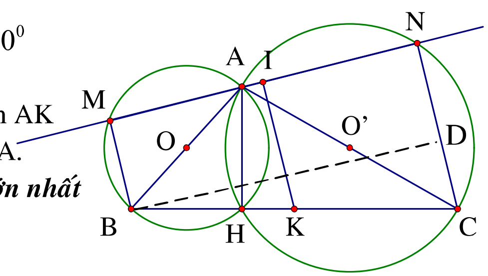
4. Chứng minh A , H , I , K cùng thuộc một đường tròn.

Suy ra quỹ tích của I

Chứng minh $\widehat{AHK} = \widehat{AIK} = 90^0$

$\Rightarrow$ AHKI nội tiếp

$\Rightarrow$ I $\in$ đường tròn đường kính AK cố định khi d quay quanh A.



4. Xác định vị trí của d để MN lớn nhất

Vẽ BD $\perp$ NC tại D.

Suy ra MN = BD $\leq$ BC .

Vậy MN lớn nhất khi khi MN = BC .

Khi đó D $\equiv$ C $\Leftrightarrow$ MN // BC hay d // BC

Bài 16

1. Chứng minh AE = AF

Hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau trong hai đường tròn bằng nhau

2. Chứng minh AEKF và ACKD nội tiếp

AB $\perp$ CD $\Rightarrow$ AC và AD là hai đường kính của (O) và (O')

Suy ra : $\widehat{AEK} = \widehat{AFK} = 90^0 \Rightarrow$ AEKF nội tiếp

Do AE = AF $\Rightarrow \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{AF} \Rightarrow \widehat{ACE} = \widehat{ADF} \Rightarrow$ ACKD nội tiếp

3. Chứng minh ΔEKF cân

$\widehat{FEK} = \widehat{CAB}$ (ABEC nội tiếp)

$\widehat{EFK} = \widehat{DAB}$ (ABDF nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FEK} = \widehat{EFK} \Rightarrow \Delta$EKF cân tại K

4. Chứng minh I , A , K thẳng hàng

ΔEAF cân $\Rightarrow$ AI $\perp$ EF và ΔEKF cân

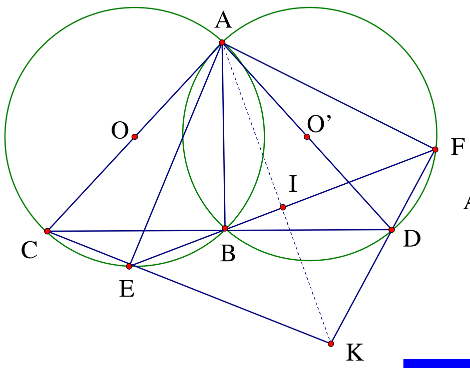
$\Rightarrow$ KI $\perp$ EF .

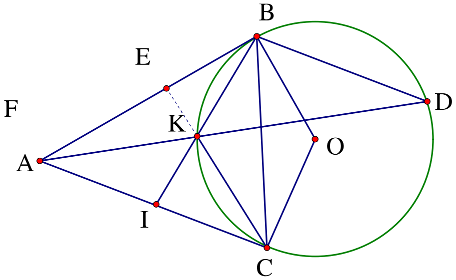
Suy ra A , I , K thẳng hàng

5. Khi EF quay quanh B thì I và K di chuyển trên đường nào ?

Δ AIB vuông tại I $\Rightarrow$ I $\in$ đường tròn đường kính AB

ACKD nội tiếp $\Rightarrow$ K $\in$ đường tròn ngoại tiếp Δ ACD cố định.





Bài 17

1. Chứng minh $IC^2 = IK.IB$

Chứng minh Δ IKC ~ Δ ICB

2. Chứng minh ΔBAI ~ ΔAKI

BD // AC $\Rightarrow$ $\widehat{KAI} = \widehat{BDK}$

Mà $\widehat{BDK} = \widehat{ABI}$ (chắn $\overset{\frown}{BK}$) $\Rightarrow$ $\widehat{ABK} = \widehat{KAI}$

Và $\widehat{AIK}$ chung $\Rightarrow$ Δ AKI ~ Δ BAI

3. Chứng minh I là trung điểm AC

Chứng minh $AI^2 = IK.IB$ và $IC^2 = IK.IB$ (cmt) $\Rightarrow$ AI = IC

4. Tìm vị trí của A để CK $\perp$ AB

Giả sử CK $\perp$ AB tại E $\Rightarrow$ $\widehat{EBC} + \widehat{ECB} = 90^0$

Mà $\widehat{ECB} = \widehat{BDK} = \widehat{DAC}$ và $\widehat{EBC} = \widehat{BCA}$ $\Rightarrow$ $\widehat{DAC} + \widehat{BCA} = 90^0$

Suy ra : AD $\perp$ BC $\Rightarrow$ K là trực tâm Δ ABC $\Rightarrow$ BI $\perp$ AC

Mà I là trung điểm AC $\Rightarrow$ Δ ABC cân tại B $\Rightarrow$ Δ ABC đều

$\Rightarrow$ AO = $R\sqrt{3}$. Vậy để CK $\perp$ AB thì OA = $R\sqrt{3}$

Bài 18

1. Chứng minh OI.OA = OB.OC. Suy ra O là điểm cố định

Chứng minh Δ AOB ~ Δ COI $\Rightarrow$ OI.OA = OC.OB

$\Rightarrow$ OI = $\dfrac{OB.OC}{OA} = \dfrac{R}{2}$. Do đường thẳng OA cố định , A cố định

mà I $\in$ đường thẳng OA và OI không đổi suy ra I cố định.

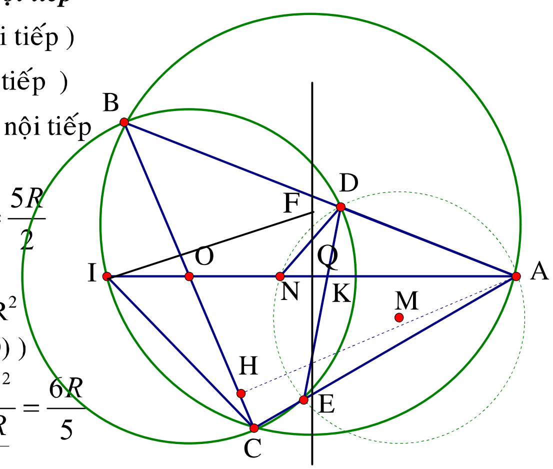
2. ***a. Chứng minh KECI nội tiếp***

$\widehat{DEA} = \widehat{DBC}$ (BDEC nội tiếp)

$\widehat{DBC} = \widehat{AIC}$ (BACI nội tiếp)

$\Rightarrow$ $\widehat{DEA} = \widehat{AIC}$ $\Rightarrow$ KECI nội tiếp

b. Tính AK theo R



AI = AO + OI = 2R + $\dfrac{R}{2} = \dfrac{5R}{2}$

Chứng minh :

AK.AI = AE.AD = $OA^2 - R^2$

(vẽ tiếp tuyến từ A của (O))

$\Rightarrow$ AK = $\dfrac{OA^2 - R^2}{AI} = \dfrac{3R^2}{\frac{5R}{2}} = \dfrac{6R}{5}$

c. Chứng minh BOND nội tiếp. Suy ra N là điểm cố định

$\widehat{DNA} = \widehat{DEA}$ (ADNE nội tiếp) và $\widehat{DEA} = \widehat{ABC}$ (DBCE nội tiếp)

$\Rightarrow$ $\widehat{DNA} = \widehat{DBC}$ $\Rightarrow$ BOND nội tiếp

Chứng minh : Δ AND ~ Δ AOB (g-g)

$\Rightarrow$ AN.AO = AD.AB = $OA^2 - R^2 = 3R^2$ $\Rightarrow$ AN = $\dfrac{3R}{2}$ $\Rightarrow$ N cố định

3. Tìm vị trí của BC để diện tích ΔABC lớn nhất

Kẻ AH $\perp$ BC tại H. Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AH.BC$ = R.AH

Do đó $S_{\Delta ABC}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ AH lớn nhất $\Leftrightarrow$ AH = OA $\Leftrightarrow$ H $\equiv$ O

$\Leftrightarrow$ BC $\perp$ OA

4. Tìm vị trí BC để bán kính đường tròn (ABC) nhỏ nhất

Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ABC và Q là trung điểm AI

Ta có IQ = $\dfrac{1}{2}$AI = $\dfrac{5R}{4}$

Bán kính đường tròn (ABC) là IF $\geq$ IQ . $\Rightarrow$ IF nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ IF = IQ

$\Leftrightarrow$ F $\equiv$ Q . Mà F $\in$ trung trực của BC $\Rightarrow$ OF $\perp$ BC hay OQ $\perp$ BC

$\Leftrightarrow$ OA $\perp$ BC . Vậy để bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC nhỏ nhất thì BC phải vuông góc với AO.

Bài 19

1. Chứng minh tứ giác FKHC nội tiếp. Suy ra K là trực tâm của ΔMBC

Tứ giác AMKB nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HKB} = \widehat{MAB}$

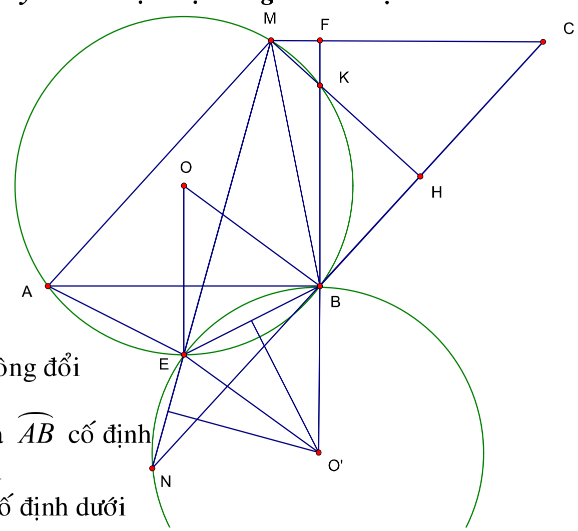
Mà $\widehat{MAB} = \widehat{MCB}$ (ABCM là hình bình hành)

Suy ra : $\widehat{HKB} = \widehat{MCB}$ $\Rightarrow$ FKHC là tứ giác nội tiếp

Ta lại có : $\widehat{CHK} = 90^0 \Rightarrow \widehat{CFK} = 90^0 \Rightarrow$ BF $\perp$ MC tại F

$\Rightarrow$ K là trực tâm của ΔMBC

2. Chứng minh ΔAMB cân. Suy ra N thuộc một cung tròn cố định



Ta có : AM // BN

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{MNB}$

Do MN là phân giác $\widehat{AMB}$

Nên : $\widehat{AMN} = \widehat{BMN}$

Từ đó : $\widehat{BMN} = \widehat{MNB}$

$\Rightarrow \Delta$MBN cân tại B

Suy ra : $\widehat{MNB} = \frac{1}{2}\widehat{AMB}$ không đổi

Ta lại có E là điểm chính giữa $\widehat{AB}$ cố định nên E cố định. $\Rightarrow$ EB cố định

Từ đó ta có N nhìn đoạn EB cố định dưới một góc không đổi bằng $\frac{1}{2}\widehat{AMB}$

Vậy N thuộc cung chứa góc $\alpha = \frac{1}{2}\widehat{AMB}$ dựng trên đoạn EB cố định .

3. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn (O’).

Ta có : $\widehat{ENB} = \frac{1}{2}\widehat{EO'B}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung)

$\widehat{BMN} = \frac{1}{2}\widehat{BOE}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung)

Suy ra : $\widehat{BOE} = \widehat{BO'E} \Rightarrow \widehat{EBO'} = \widehat{OEB}$ (do hai tam giác cân có hai góc ở đỉnh bằng nhau)

Suy ra : OE // O’B . Mà OE $\perp$ AB (t/c đường kính – dây- cung)

Nên : AB $\perp$ O’B $\Rightarrow$ AB là tiếp tuyến của (O’).

4. Khi AB = $R\sqrt{3}$. Tính diện tích tứ giác OEO’B theo R

AB = R$\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ sđ $\widehat{AB} = 120^0 \Rightarrow \widehat{EOB} = 60^0$ và EB = R

$\Rightarrow \widehat{EO'B} = 60^0 \Rightarrow \Delta$EO’B đều $\Rightarrow$ O’B = O’E = R

Từ đó ta có $S_{EOBO'} = 2S_{\Delta EOB} = 2.\frac{1}{2}.R.R\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$

Bài 20

1. Chứng minh $IA^2 = IP.IM$

Chứng minh ΔIAN ~ ΔIMA

2. Chứng minh ANBP là hình bình hành

Ta có $\widehat{AMP} = \widehat{PAB}$ (chắn $\widehat{AP}$ trong (O’))

$\widehat{AMP} = \widehat{ABN}$ (chắn $\widehat{BN}$ trong (O)) $\Rightarrow \widehat{PAB} = \widehat{ABN} \Rightarrow$ AP // BN

Chứng minh ΔAPI = ΔBNI (g-c-g) $\Rightarrow$ AP = BN $\Rightarrow$ APBN là hình bình hành

3. Chứng minh IB là tiếp tuyến của đường tròn (MBP)

Chứng minh $IB^2 = IP.IM$

$\Rightarrow \Delta$IBP ~ ΔIMB $\Rightarrow \widehat{IBP} = \widehat{IMB}$

Vẽ đường kính BD của đường tròn (K) ngoại tiếp ΔMPB

Ta có $\widehat{IMB} = \widehat{PDB}$ và $\widehat{PBD} + \widehat{PBD} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{IBP} + \widehat{PBD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{IBD} = 90^0$

$\Rightarrow$ IB là tiếp tuyến của (K)

4. Chứng minh P chạy trên một đường cố định

Ta có $\widehat{APB} = \widehat{ANB}$ (hình bình hành)

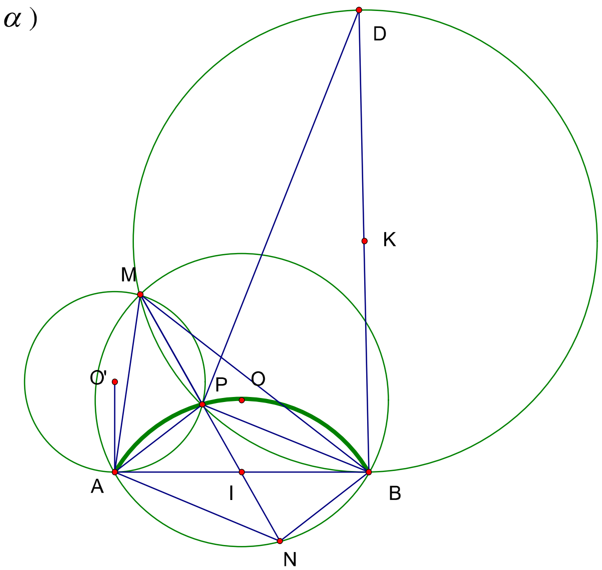
Mà $\widehat{AMB} + \widehat{ANB} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{APB} = 180^0 - \widehat{AMB}$ $(= \alpha)$

$\Rightarrow \widehat{APB}$ không đổi

Do AB cố định

$\Rightarrow$ P $\in$ cung chứa góc α dựng trên đoạn AB cố định .



Bài 21

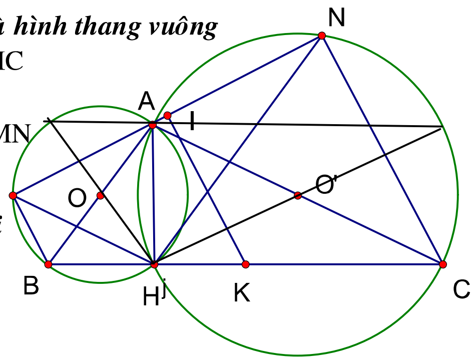
1. Chứng minh H $\in$ BC và BCNM là hình thang vuông

Chứng minh AH $\perp$ HB và AH $\perp$ HC

$\Rightarrow$ C , B , H thẳng hàng

Chứng minh BM $\perp$ MN và CN $\perp$ MN

$\Rightarrow$ BCNM là hình thang vuông



2. Chứng minh tỉ số $\frac{HM}{HN}$ không đổi

Chứng minh ΔMHN ~ ΔBAC

$\Rightarrow \frac{MH}{NH} = \frac{AB}{AC}$ không đổi

3. Chứng minh A , H , I , K cùng thuộc một đường tròn . Suy ra I di chuyển trên một đường cố định.

IK là đường trung bình của hình thang BCNM $\Rightarrow$ IK $\perp$ MN

Suy ra tứ giác AIKH nội tiếp .

Ta có $\widehat{AIK} = 90^0$ mà K và A cố định $\Rightarrow$ I $\in$ đường tròn đường kính AK.

4. Xác định vị trí của đường thẳng d để diện tích ΔMNH lớn nhất

Ta có S$_{\Delta MNH}$ = $\frac{1}{2}HM.HN.\sin\widehat{MHN} = \frac{1}{2}HM.HN.\sin\widehat{BAC}$

Vậy S$_{\Delta MHN}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ HM.HN lớn nhất $\Leftrightarrow$ HM và HN là đường kính

Thật vậy : Vẽ đường kính HM' của (O) và đường kính HN' của (O') ta chứng minh được M'AN' thẳng hàng . Do đó Khi MH lớn nhất thì NH cũng lớn nhất . Suy ra khi đó diện tích ΔMHN lớn nhất.

Bài 22

1. Chứng minh ΔAOM ~ ΔBON và ΔMON vuông

Từ giả thiết AM.BN = a^2 $\Rightarrow$ AM.BN = OA.OB

$\Rightarrow \Delta$AOM ~ ΔBON (c-g-c)

Suy ra : $\widehat{MOA} = \widehat{ONB} \Rightarrow \widehat{MOA} + \widehat{NOB} = 90^0 \Rightarrow \widehat{MON} = 90^0$

2. Chứng minh MN tiếp xúc với nửa đường tròn cố định tại H

Chứng minh $\widehat{MNO} = \widehat{ABH}$ và $\widehat{NMO} = \widehat{BAH} \Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{MON} = 90^0$

Suy ra H $\in$ đường tròn đường kính AB cố định . Mà MN $\perp$ OH tại H

$\Rightarrow$ MN tiếp xúc với nửa đường tròn (O) đường kính AB cố định.

3. Chứng minh tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔMON thuộc tia cố định

Gọi I là trung điểm MN , ta chứng minh OI $\perp$ AB tại O.

Ta có OI = $\frac{1}{2}(BN + AM)$ (OI là đường trung bình hình thang ABNM)

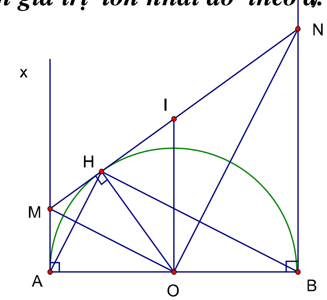
Mà NH = NB và MH = MA (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

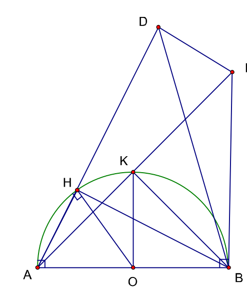
Suy ra OI = $\frac{1}{2}MN$ hay IO = IM = IN $\Rightarrow$ I là tâm đường tròn (MON)

Vậy I $\in$ tia OI cố định

4. Tìm vị trí đường thẳng d sao cho chu vi ΔAHB lớn nhất.

Tính giá trị lớn nhất đó theo a.





Trên tia AH lấy D sao cho HD = HB . Gọi E là điểm đối xứng với A qua điểm chính giữa K của $\widehat{AB}$. Ta có ΔDHB vuông cân $\Rightarrow$ $\widehat{ADB} = 45^0$ và ΔEKB vuông cân $\Rightarrow$ $\widehat{AEB} = 45^0$. Từ đó suy ra tứ giác ADEB nội tiếp . Ta lại có ΔABE vuông (hs tự chứng minh) $\Rightarrow$ AE là đường kính của đường tròn (ADEB) $\Rightarrow$ AD $\le$ AE $\Rightarrow$ AD lớn nhất khi AD = AE $\Leftrightarrow$ D$\equiv$E $\Leftrightarrow$ H $\equiv$ K

Mà AD = AH + HD = AH + HB .

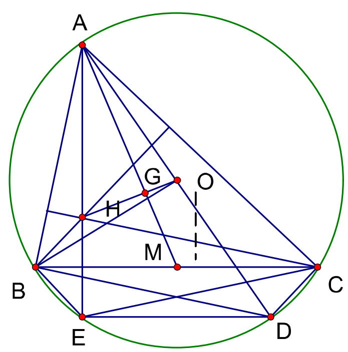
Vậy chu vi ΔABH = AH + HB + AB = AD + AB lớn nhất khi AD lớn nhất (do AB không đổi) $\Leftrightarrow$ H $\equiv$ K $\Leftrightarrow$ H là điểm chính giữa $\widehat{AB}$ $\Leftrightarrow$ đường thẳng d // AB.

Bài 23

1. Chứng minh A , B , C , D , E cùng thuộc một đường tròn

Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = \widehat{AED} = 90^0$

Suy ra tứ giác A, B, C, D, E cùng thuộc đường tròn (O) đường kính AD.



2. Chứng minh $\widehat{BAE} = \widehat{OAC}$ và BE = CD

Tứ giác BEDC là hình thang nội tiếp (O)

$\Rightarrow$ BEDC là hình thang cân $\Rightarrow$ BE = CD

$\Rightarrow$ $\widehat{BE} = \widehat{CD}$ $\Rightarrow$ $\widehat{BAE} = \widehat{OAC}$

3. Chứng minh G là trọng tâm của ΔABC

Chứng minh AH = 2 OM

Chứng minh OM // AH $\Rightarrow$ $\dfrac{AG}{GM} = \dfrac{AH}{OM} = 2 \Rightarrow \dfrac{GM}{AM} = \dfrac{1}{3}$

Vậy G là trọng tâm của ΔABC

Bài 24

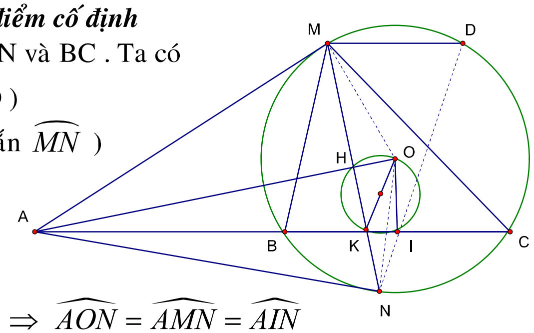
1. Chứng minh M , N di động trên một đường tròn cố định

Chứng minh $AM^2 = AN^2$ = AB.AC (không đổi)

Suy ra M và N thuộc đường tròn tâm A bán kính r = AB.AC

2. Chứng minh DN đi qua điểm cố định

Gọi I là giao điểm của DN và BC . Ta có



$\widehat{AIN} = \widehat{MDN}$ (AI // MD)

Mà $\widehat{AMN} = \widehat{MDN}$ (chắn $\widehat{MN}$)

$\Rightarrow$ $\widehat{AIN} = \widehat{AMN}$

Ta có : $\widehat{AON} = \dfrac{1}{2}\widehat{MON}$

Và $\widehat{AMN} = \dfrac{1}{2}\widehat{MON}$ $\Rightarrow$ $\widehat{AON} = \widehat{AMN} = \widehat{AIN}$

$\Rightarrow$ A, M , O , I , N cùng thuộc một đường tròn đường kính OA

$\Rightarrow$ OI $\perp$ BC $\Rightarrow$ I là trung điểm BC $\Rightarrow$ I là điểm cố định

Vậy đường thẳng DN luôn đi qua điểm I cố định

3. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔOHI luôn đi qua 2 điểm cố định

Chứng minh tứ giác HOIK nội tiếp $\Rightarrow$ đường tròn (OHI) đi qua I cố định

Ta chứng minh thêm điểm K cố định :

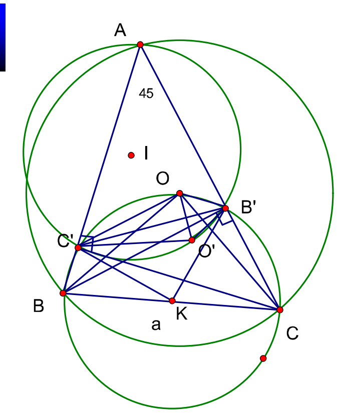
Ta có AK.AI = AH.AO = AM^2 = AB.AC (hs tự chứng minh)

$\Rightarrow$ AK = $\dfrac{AB.AC}{AI}$ (không đổi , do I là điểm cố định)

$\Rightarrow$ K là điểm cố định .

Vậy đường tròn ngoại tiếp ΔHIO đi qua 2 điểm cố định là I và K.

Bài 25



1. Chứng minh A , B’ , C’ , O’cùng thuộc một đường tròn

Chứng minh 5 điểm B , C , B’ , C’ , O cùng thuộc đường tròn (K) đường kính BC

ΔAC’C vuông tại C’ có $\widehat{CAC'} = 45^0$

$\Rightarrow$ $\widehat{B'CC'} = 45^0$

$\Rightarrow$ $\widehat{B'C'}$ nhỏ của (K) có số đo 90^0

$\Rightarrow$ số đo $\widehat{B'C'}$ lớn là 270^0

$\Rightarrow$ $\widehat{C'OB'} = 135^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{C'O'B'} = 135^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{C'O'B'} + \widehat{C'AB'} = 180^0$

$\Rightarrow$ tứ giác AC'O'B' nội tiếp đường tròn có tâm là I .

2. Tính B'C' theo a

Trong (K) có $\widehat{C'KB'} = 90^0$ (sđ $\overset{\frown}{B'C'} = 90^0$) $\Rightarrow$ ΔB'KC' vuông cân

$\Rightarrow$ C'B' = KC' $\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

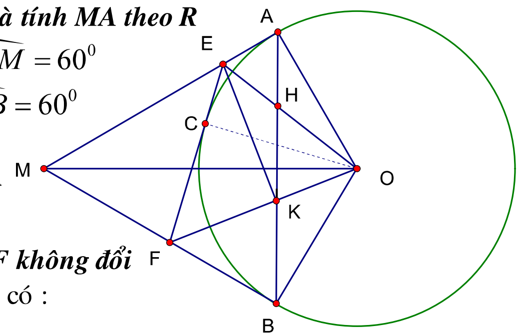
3. Tính bán kính đường tròn (I) theo a

Ta có $\widehat{B'IC'} = 90^0$ ($\widehat{B'AC'} = 45^0$) $\Rightarrow$ ΔB'IC' vuông cân

Mà B'C' = a$\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ IB' = a

Bài 26

1. Chứng minh ΔAMB đều và tính MA theo R



OA = R , OM = 2R $\Rightarrow$ $\widehat{AOM} = 60^0$

$\Rightarrow$ $\widehat{AOB} = 120^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{AMB} = 60^0$

Mà ΔAMB cân tại A

$\Rightarrow$ ΔAMB là tam giác đều

Tính được AM = $R\sqrt{3}$

2. Chứng minh chu vi ΔMEF không đổi

Gọi p là chu vi ΔMEF , ta có :

p = ME + EF + MF

= ME + EC + CF + MF

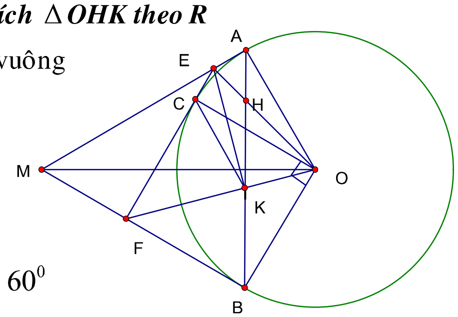
= ME + EA + FB + MF = MA + MB = 2 MA = 2 $R\sqrt{3}$ (không đổi)

3. Chứng minh EK $\perp$ OF

Ta có $\widehat{EAK} = 60^0$. Ta chứng minh : $\widehat{EOF} = 60^0$ $\Rightarrow$ EAOK nội tiếp

Mà $\widehat{EAO} = 90^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{EKO} = 90^0$ $\Rightarrow$ EK $\perp$ OE

4. Khi sđ $\overset{\frown}{BC} = 90^0$. Tính EF và diện tích ΔOHK theo R



Khi sđ $\overset{\frown}{BC} = 90^0$ $\Rightarrow$ COBF là hình vuông

$\Rightarrow$ BF = R $\Rightarrow$ MF = MB – FB

$= R\sqrt{3} - R = R(\sqrt{3} - 1)$

ΔMFE vuông tại F có $\widehat{EMF} = 60^0$

$\Rightarrow$ EF = MF. $\sqrt{3}$ = R $\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

- Ta có ΔEOK vuông tại K có $\widehat{EOF} = 60^0$

$\Rightarrow$ OE = 2 OK

Ta có S Δ OEF = $\frac{1}{2}OC.EF = R.R\sqrt{3}(\sqrt{3}-1) = R^2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

Chứng minh ΔOHK ~ ΔOFE với tỉ số đồng dạng k = $\frac{OK}{OE} = \frac{1}{2}$

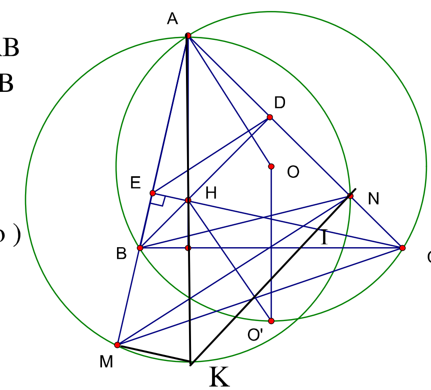
Suy ra : $\frac{S_{\Delta OHK}}{S_{\Delta OFE}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow$ S Δ OHK = $= \frac{1}{4}S_{\Delta OEF} = \frac{1}{4}.R^2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

Bài 27

1. Chứng minh BEDC nội tiếp

(Học sinh tự chứng minh)

2. Chứng minh MN // DE và B , C M , N cùng thuộc đường tròn



Vẽ đường kính AK của (H)

Ta có KN $\perp$ AC và KM $\perp$ AB

Mà HD $\perp$ AC và HE $\perp$ AB

$\Rightarrow$ KN // HD và KM // HE

$\Rightarrow$ $\frac{AD}{AN} = \frac{AH}{AK} = \frac{AE}{AM}$

$\Rightarrow$ MN // ED (đl Thales đảo)

$\Rightarrow$ $\widehat{AMN} = \widehat{AED}$

Mà $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$

$\Rightarrow$ $\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$

$\Rightarrow$ tứ giác MBNC nội tiếp

3. Chứng minh đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ A đi qua điểm cố định

Chứng minh AO $\perp$ ED (học sinh tự chứng minh) $\Rightarrow$ OA $\perp$ MN

Hay đường thẳng qua A vuông góc với MN đi qua O cố định .

4. Chứng minh đường thẳng kẻ từ H , vuông góc với M đi qua điểm cố định

Gọi O' là điểm đối xứng với O qua BC .

Ta chứng minh AOO'H là hình bình hành . $\Rightarrow$ HO' $\perp$ MN

Suy ra điều phải chứng minh