

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình  $5x - 2 = 3x + 6$ .

2. Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a \leq b$ .

Chứng minh rằng  $2013a - 2014 \leq 2013b - 2014$ .

**Câu 2.** (3,0 điểm)

1. Giải các phương trình sau:

a.  $\frac{3}{x-1} + 1 = \frac{2x+5}{x-1}$ .

b.  $|x-9| = 2x-3$ .

2. Giải bất phương trình  $\frac{x-3}{2} - \frac{3x+2}{4} < \frac{1}{3}$ .

**Câu 3.** (1,5 điểm)

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Sau khi đi đến B và nghỉ lại ở đó 30 phút, ô tô lại đi từ B về A với vận tốc 30 km/h. Tổng thời gian cả đi lẫn về là 9 giờ 15 phút (kể cả thời gian nghỉ lại ở B). Tính độ dài quãng đường AB.

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của cạnh đáy BC, N là hình chiếu vuông góc của M trên cạnh AC và O là trung điểm của MN.

Chứng minh rằng:

1. Tam giác AMC đồng dạng với tam giác MNC;

2.  $AM \cdot NC = OM \cdot BC$ ;

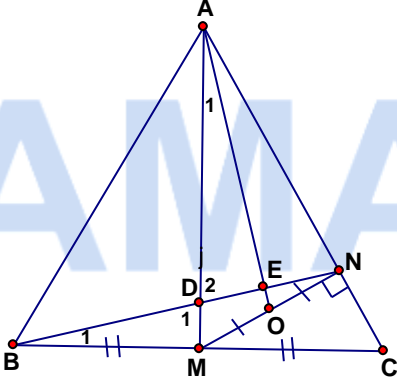
3.  $AO \perp BN$ .

**Câu 5.** (0,5 điểm) Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn điều kiện  $x + y = 1$  và  $x \cdot y \neq 0$ .

Chứng minh rằng  $\frac{x}{y^3-1} - \frac{y}{x^3-1} + \frac{2(x-y)}{x^2y^2+3} = 0$ .

.-----**Hết**-----

Câu	Phần	Hướng dẫn giải	Điểm
1	1 (1 điểm)	$5x - 2 = 3x + 6 \Leftrightarrow 5x - 3x = 6 + 2$	0,5
		$\Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$	0,25
		Vậy pt đã cho có nghiệm $x=4$	0,25
	2 (1 điểm)	Ta có: $a \leq b \Rightarrow 2013a \leq 2013b$ $\Rightarrow 2013a - 2014 \leq 2013b - 2014$ Vậy: $2013a - 2014 \leq 2013b - 2014.$	0,5 0,25 0,25
2	1a (1 điểm)	ĐKXD: $x \neq 1$	
		$\frac{3}{x-1} + 1 = \frac{2x+5}{x-1} \Leftrightarrow \frac{3}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} = \frac{2x+5}{x-1}$	0,25
		$\Rightarrow 3 + x - 1 = 2x + 5 \Leftrightarrow 2x - x = 3 - 1 - 5$	0,25
		$\Leftrightarrow x = -3$ (thỏa mãn ĐK $x \neq 1$ )	0,25
		Vậy pt đã cho có nghiệm $x=-3$	0,25
	1b (1 điểm)	+ Với $x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 9$ , ta có: $ x - 9  = x - 9.$	0,25
		Khi đó pt đã cho trở thành: $x - 9 = 2x - 3 \Leftrightarrow 2x - x = -9 + 3$ $\Leftrightarrow x = -6$ (không thỏa mãn)	0,25
		+ Với $x - 9 < 0 \Leftrightarrow x < 9$ , ta có: $ x - 9  = -x + 9.$	0,25
		Khi đó pt đã cho trở thành: $-x + 9 = 2x - 3 \Leftrightarrow 2x + x = 9 + 3$ $3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn) Vậy pt đã cho có nghiệm $x=4$	0,25
	2 (1 điểm)	Ta có: $\frac{x-3}{2} - \frac{3x+2}{4} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{6(x-3)}{12} - \frac{3(3x+2)}{12} < \frac{4}{12}$	0,25
		$\Leftrightarrow 6x - 18 - 9x - 6 < 4 \Leftrightarrow -3x < 28$	0,25
		$\Leftrightarrow x > -\frac{28}{3}$	0,25
Vậy bpt đã cho có nghiệm $x > -\frac{28}{3}$		0,25	
3	1,5 điểm	Đổi: $30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}$ ; $9 \text{ giờ } 15 \text{ phút} = \frac{37}{4} \text{ giờ}.$	0,25
		Gọi độ dài quãng đường AB là $x$ (km), $x > 0.$	
		Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{x}{40}$ (giờ)	0,25

		Thời gian ô tô đi từ B về A là $\frac{x}{30}$ (giờ)	0,25
		Vì tổng thời gian cả đi lẫn về là 9 giờ 15 phút (kể cả thời gian nghỉ lại ở B) nên, ta có phương trình: $\frac{x}{40} + \frac{x}{30} + \frac{1}{2} = \frac{37}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{40} + \frac{x}{30} = \frac{35}{4} (*)$	0,25
		Giải phương trình (*) tìm được $x = 150$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25
		Vậy độ dài quãng đường AB là 150 km.	0,25
4		Hình vẽ: 	0,25
	1 (1 điểm)	Vì $\triangle ABC$ cân tại A, có M là trung điểm của BC (gt) nên AM là đường trung tuyến đồng thời cũng là đường cao của tam giác ABC $\Rightarrow AM \perp BC$	0,25
		Xét $\triangle AMC$ và $\triangle MNC$ có: $\angle AMC = \angle MNC = 90^\circ$ (do $AM \perp BC$ và $MN \perp AC$ ) C chung Do đó: $\triangle AMC \sim \triangle MNC$ (g.g) (đpcm)	0,5
	2 (1 điểm)	Do $\triangle AMC \sim \triangle MNC$ (cm trên) $\Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{MC}{NC}$ (tính chất) (1)	0,25
		Mà $MN = 2MO$ , $MC = \frac{1}{2}BC$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{AM}{MO} = \frac{BC}{NC} \Rightarrow AM \cdot NC = OM \cdot BC$ (đpcm)	0,25	
	Gọi $AM \cap BN = \{D\}$ ; $AO \cap BN = \{E\}$ Ta có: $\frac{AM}{MO} = \frac{BC}{NC}$ (cm trên) $\Rightarrow \frac{BC}{AM} = \frac{NC}{MO}$ Xét $\triangle BNC$ và $\triangle AOM$ có:	0,5	

3 (1 điểm)		$\frac{BC}{AM} = \frac{NC}{MO} \text{ (chứng minh trên)}$ $AMO = NCB \text{ (cùng phụ với } NMC)$ <p>Do đó: <math>\triangle BNC \simeq \triangle AOM \text{ (c.g.c)} \Rightarrow B_1 = A_1 \text{ (hai góc tương ứng)}</math></p>	
		<p>Mà <math>D_1 = D_2 \text{ (đối đỉnh)}</math> nên <math>B_1 + D_1 = A_1 + D_2</math></p> <p>Mặt khác: <math>B_1 + D_1 = 90^\circ \text{ (do } AM \perp BC)</math></p>	0,25
		<p>Do vậy: <math>A_1 + D_2 = 90^\circ \Rightarrow AED = 90^\circ \text{ hay } AO \perp BN \text{ (đpcm)}</math></p>	0,25
5	0,5điểm	<p>Ta có :</p> $\frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} = \frac{x^4 - x - y^4 + y}{(y^3 - 1)(x^3 - 1)}$ $= \frac{(x^4 - y^4) - (x - y)}{xy(y^2 + y + 1)(x^2 + x + 1)}$ <p>(do <math>x + y = 1 \Rightarrow y - 1 = -x</math> và <math>x - 1 = -y</math>)</p> $= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2) - (x - y)}{xy(x^2y^2 + y^2x + y^2 + yx^2 + xy + y + x^2 + x + 1)}$ $= \frac{(x - y)(x^2 + y^2 - 1)}{xy[x^2y^2 + xy(x + y) + x^2 + y^2 + xy + 2]}$ $= \frac{(x - y)(x^2 - x + y^2 - y)}{xy[x^2y^2 + (x + y)^2 + 2]} = \frac{(x - y)[x(x - 1) + y(y - 1)]}{xy(x^2y^2 + 3)}$ $= \frac{(x - y)[x(-y) + y(-x)]}{xy(x^2y^2 + 3)} = \frac{(x - y)(-2xy)}{xy(x^2y^2 + 3)}$ $= \frac{-2(x - y)}{x^2y^2 + 3}$ $\Rightarrow \frac{x}{y^3 - 1} - \frac{y}{x^3 - 1} + \frac{2(x - y)}{x^2y^2 + 3} = 0 \text{ (đpcm)}$	0,25