

Bài I (2,0 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{2x+3\sqrt{x}}{x\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x-\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{x-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$

- 1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$.
- 2) Đặt $P = A.B$, rút gọn biểu thức P và so sánh P với 1.
- 3) Tìm $x \in \mathbb{R}$ để P có giá trị là số nguyên.

Bài II (2,0 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người thợ làm chung một công việc với năng suất đã định và dự kiến sẽ xong trong 12 ngày. Họ làm chung với nhau được 8 ngày thì người thứ nhất được điều động đi làm công việc khác, người thứ hai tiếp tục làm đến khi hoàn thành công việc. Từ khi bắt đầu làm công việc một mình, do cải tiến kỹ thuật nên năng suất tăng gấp đôi vì vậy người thứ hai đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ hoàn thành công việc với năng suất đã định ban đầu.

Bài III (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+2} + |y-1| = 11 \\ \sqrt{x+2} + 2|y-1| = 10 \end{cases}$$

2) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 2$.

- a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B .
- b) Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ của điểm $A; B$. Tìm các giá trị của tham số m để $|x_2| = 4|x_1|$.

Bài IV (3,5 điểm): Cho điểm A nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC , điểm M thuộc dây cung BC , đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa A và M), điểm N là trung điểm của dây cung DE .

- 1) Chứng minh năm điểm A, B, C, O và N cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $\widehat{BOC} = 2\widehat{ANC}$ và $\triangle AMH$ đồng dạng với $\triangle AON$.
- 3) Chứng minh $AB^2 = AD.AE$ và tứ giác $DHOE$ là tứ giác nội tiếp.
- 4) Khi M di chuyển trên dây cung BC , xác định vị trí của điểm M để tổng $\frac{1}{\sqrt{AD}} + \frac{1}{\sqrt{AE}}$ lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm): Cho x, y là các số thực không âm thỏa mãn $x, y \leq 1$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{x+y}{2} \leq \frac{x}{\sqrt{y+3}} + \frac{y}{\sqrt{x+3}} \leq 1.$$

.....Hết.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

(Thời gian 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Bài 1(2,0 điểm): Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

b) Chứng minh rằng $A \cdot B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

c) Tìm giá trị của x để $A \cdot B > \frac{3}{2}$.

Bài 2(2,0 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động nên tổ 1 làm vượt mức 10% và tổ 2 làm vượt mức 20% so với kế hoạch của mỗi tổ nên cả hai tổ đã làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch.

Bài 3(2,0 điểm):

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{1}{y-1} = 5 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng(d): $y = 3x + m^2 - 1$ và parabol (P):

$$y = x^2 \quad (m \text{ là tham số}).$$

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) và parabol (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 0$.

Bài 4(3,5 điểm):

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O.

Kẻ đường cao AD và đường kính AA'. Gọi E, F theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ B và C xuống đường kính AA'.

a) Chứng minh tứ giác AEDB và ADFC nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: $DB \cdot A'A = AB \cdot A'C$

c) Chứng minh rằng: $DF \perp AB$.

Bài 5(0,5 điểm):

Cho $a, b > 0$. Thỏa mãn $2b - ab - 4 \geq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{a^2 + 2b^2}{ab}$.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài 1:(2 điểm)

1) Cho biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} (x \geq 0)$. Tính giá trị của A khi $x = 9$.

2) Cho biểu thức $B = \left(\frac{x+14\sqrt{x}-5}{x-25} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ Với $x \geq 0$ và $x \neq 25$

a) Rút gọn B

b) Tìm x để $B^2 < B$

Bài 2: (2 điểm): *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Một ca nô đi xuôi dòng từ A đến B cách nhau 54 km, cùng lúc đó một khúc gỗ trôi tự do theo dòng nước từ A. Khi ca nô đến B, nó dừng lại ở đó 2 giờ và quay trở lại về A. Trên đường về, ca nô gặp khúc gỗ tại vị trí cách A 19 km. Tính vận tốc thực của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 4km/h.

Bài 3 (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{10}{x-y} = 3 \\ \frac{3}{\sqrt{4x+8}} - \frac{6}{x-y} = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

2. Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx + 2m + 3$

a) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B nằm khác phía của Oy

b) Với các giá trị của m ở câu A, lần lượt kẻ AH, BK vuông góc với Ox tại H và K. Gọi P là giao điểm của (d) và Oy. Tìm m để tam giác PHK vuông tại P.

Bài 4: (3.5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Dây CD vuông góc với AB tại I cố định nằm giữa A và O. Lấy M bất kì trên cung nhỏ BC (M không trùng với B, C). AM cắt CI tại điểm K.

a) Chứng minh tứ giác BMKI nội tiếp.

b) Chứng minh $AK \cdot AM = AI \cdot AB = AC^2$

c) Nếu tam giác BIC quay quanh quanh BI một vòng ta sẽ được một hình nón đỉnh B.

Hãy tính thể tích hình nón này khi $\angle ABC = 30^\circ$

d) Tìm vị trí của M trên cung nhỏ BC để chu vi tứ giác ABMC lớn nhất.

Bài 5: (0.5 điểm): Cho x, y là các số thực thoả mãn: $x^2 + 2y^2 + 2xy = 24 - 5x - 5y$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x^2 + y^2 - x - y + 2xy - 2$

----- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm -----