

Bài 4: Cho hình bình hành ABCD. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Đường chéo AC cắt các đoạn thẳng BE và DF theo thứ tự tại P và Q.

- Chứng minh tứ giác BEDF là hình bình hành.
- Chứng minh $AP = PQ = QC$.
- Gọi R là trung điểm của BP. Chứng minh tứ giác ARQE là hình bình hành.

Bài 5: Cho tứ giác ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

- Tứ giác MNPQ là hình gì? Vì sao?
- Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác MNPQ là hình vuông?
- Với điều kiện câu b) hãy tính tỉ số diện tích của tứ giác ABCD và MNPQ

Bài 6: Cho ΔABC , các đường cao BH và CK cắt nhau tại E. Qua B kẻ đường thẳng Bx vuông góc với AB. Qua C kẻ đường thẳng Cy vuông góc với AC. Hai đường thẳng Bx và Cy cắt nhau tại D.

- Chứng minh tứ giác BDCE là hình bình hành.
- Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh M cũng là trung điểm của ED.
- ΔABC phải thỏa mãn điều kiện gì thì DE đi qua A.

Bài 7: Cho hình thang cân ABCD ($AB//CD$), E là trung điểm của AB.

- Chứng minh ΔEDC cân
- Gọi I, K, M theo thứ tự là trung điểm của BC, CD, DA. Tứ giác EIKM là hình gì? Vì sao?
- Tính S_{ABCD} , S_{EIKM} biết $EK = 4$, $IM = 6$.

Bài 8: Cho hình bình hành ABCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

- Tứ giác DEBF là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh 3 đường thẳng AC, BD, EF đồng quy.
- Gọi giao điểm của AC với DE và BF theo thứ tự là M và N. Chứng minh tứ giác EMFN là hình bình hành.
- Tính S_{EMFN} khi biết $AC = a$, $BC = b$.

Bài 9: Cho hình thang ABCD ($AB//CD$), một đường thẳng song song với 2 đáy, cắt các cạnh AD, BC ở M và N sao cho $MD = 2MA$.

- Tính tỉ số $\frac{NB}{NC}$.

b) Cho $AB = 8\text{cm}$, $CD = 17\text{cm}$. Tính MN ?

Bài 10: Cho hình thang ABCD ($AB//CD$). M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD, gọi K là giao điểm của BM và AC.

a) Chứng minh $IK // AB$

b) Đường thẳng IK cắt AD, BC theo thứ tự ở E và F. Chứng minh: $EI = IK = KF$

Bài 11: Tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$, $BC = 9\text{cm}$. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác.

a) Chứng minh: $IG//BC$

b) Tính độ dài IG

Bài 12: Cho hình thoi ABCD, góc A bằng 60° . Qua C kẻ đường thẳng d cắt các tia đối của tia BA và DA theo thứ tự E, F. Chứng minh:

a) $\frac{EB}{BA} = \frac{AD}{DF}$

b) $\Delta EBD \sim \Delta BDF$

c) $\widehat{BHD} = 120^\circ$ (I là giao điểm của DE và BF)

Bài 13: Cho tam giác ABC và các đường cao BD, CE.

a) Chứng minh: $\Delta ABD \sim \Delta ACE$

b) Tính \widehat{AED} biết $\widehat{ACB} = 48^\circ$

Bài 14: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH, $BC = 20\text{cm}$, $AH = 8\text{cm}$. Gọi D là hình chiếu của H trên AC, E là hình chiếu của H trên AB.

a) Chứng minh tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ADE

Bài 15: Cho tam giác ABC vuông ở A, $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, đường phân giác BD.

a) Tính độ dài AD?

b) Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Tính độ dài AH, HB?

c) Chứng minh tam giác AID là tam giác cân với I là giao điểm của AH và BD

Bài 16: Tam giác ABC cân tại A, $BC = 120\text{cm}$, $AB = 100\text{cm}$. Các đường cao AD và BE gặp nhau ở H.

a) Tìm các tam giác đồng dạng với tam giác BDH.

b) Tính độ dài HD, BH

c) Tính độ dài HE

Bài 17: Cho tam giác ABC, các đường cao BD, CE cắt nhau ở H. Gọi K là hình chiếu của H trên BC. Chứng minh rằng:

a) $BH \cdot BD = BK \cdot BC$

b) $CH \cdot CE = CK \cdot CB$

Bài 18: Cho hình thang cân MNPQ ($MN // PQ$, $MN < PQ$), $NP = 15\text{cm}$, đường cao $NI = 12\text{cm}$, $QI = 16\text{ cm}$.

a) Tính IP.

b) Chứng minh: $QN \perp NP$.

c) Tính diện tích hình thang MNPQ.

d) Gọi E là trung điểm của PQ. Đường thẳng vuông góc với EN tại N cắt đường thẳng PQ tại K. Chứng minh: $KN^2 = KP \cdot KQ$

Bài 19: Cho tam giác ABC vuông tạo A có $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, đường cao AH.

a) Chứng minh: ΔHBA đồng dạng với ΔABC .

b) Tính BC, AH.

c) Gọi D là điểm đối xứng với B qua H. Vẽ hình bình hành ADCE. Tứ giác ABCE là hình gì? Tại sao?

d) Tính AE.

e) Tính diện tích tứ giác ABCE.

Bài 20: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Từ B kẻ tia $Bx \perp AB$, tia Bx cắt tia AH tại K.

a) Tứ giác ABKC là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh: ΔABK đồng dạng với ΔCHA . Từ đó suy ra: $AB \cdot AC = AK \cdot CH$

c) Chứng minh: $AH^2 = HB \cdot HC$

d) Giả sử $BH = 9\text{cm}$, $HC = 16\text{cm}$. Tính AB, AH.

Bài 21: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường cao AF, BE cắt nhau tại H. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC, từ B kẻ tia By vuông góc với BC. Tia Ax và By cắt nhau tại K.

a) Tứ giác AHBK là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh: ΔHAE đồng dạng với ΔHBF .

c) Chứng minh: $CE \cdot CA = CF \cdot CB$

d) ΔABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác AHBK là hình thoi.

Bài 22: Cho tam giác ABC, AB = 4cm, AC = 5cm. Từ trung điểm M của AB vẽ một tia Mx cắt AC tại N sao cho góc AMN = góc ACB.

a) Chứng minh: ΔABC đồng dạng với ΔANM .

b) Tính NC.

c) Từ C kẻ một đường thẳng song song với AB cắt MN tại K. Tính tỉ số $\frac{MN}{MK}$.

Bài 23: Cho ΔABC có AB = 4cm, AC = 5cm, BC = 6cm. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD = 5cm.

a) Chứng minh: ΔABC đồng dạng với ΔCBD .

b) Tính CD.

c) Chứng minh: góc BAC = 2.góc ACD

Bài 24: Cho tam giác vuông ABC ($\text{góc} A = 90^\circ$), đường cao AH. Biết BH = 4cm, CH = 9cm.

a) Chứng minh: $AB^2 = BH \cdot BC$

b) Tính AB, AC.

c) Đường phân giác BD cắt AH tại E ($D \in AC$). Tính $\frac{S_{EBH}}{S_{DBA}}$ và chứng minh:

$\frac{EA}{EH} = \frac{DC}{DA}$ **Bài 25:** Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm F. Tia AF cắt

BD và DC lần lượt ở E và G. Chứng minh:

a) ΔBEF đồng dạng với ΔDEA .

ΔDGE đồng dạng với ΔBAE .

b) $AE^2 = EF \cdot EG$

c) BF . DG không đổi khi F thay đổi trên cạnh BC.

Bài 26: Cho ΔABC , vẽ đường thẳng song song với BC cắt AB ở D và cắt AC ở E. Qua C kẻ tia Cx song song với AB cắt DE ở G.

a) Chứng minh: ΔABC đồng dạng với ΔCEG .

b) Chứng minh: $DA \cdot EG = DB \cdot DE$

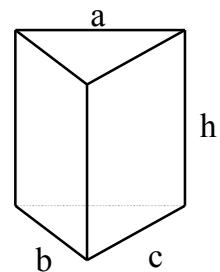
c) Gọi H là giao điểm của AC và BG. Chứng minh: $HC^2 = HE \cdot HA$

Bài 27: Cho ΔABC cân tại A (góc A < 90°). Các đường cao AD và CE cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh: $\Delta BEC \sim \Delta BDA$.
- b) Chứng minh: $\Delta DHC \sim \Delta DCA$. Từ đó suy ra: $DC^2 = DH \cdot DA$
- c) Cho AB = 10cm, AE = 8cm. Tính EC, HC.

Bài 28: Quan sát lăng trụ đứng tam giác (hình 1) rồi điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau:

a (cm)	6	10
b (cm)	3	
c (cm)	5	7
h (cm)	8	
Chu vi đáy (cm)		22
S_{xq} (cm^2)		88



Bài 29: Hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có hai đáy ABC và A'B'C' là các tam giác vuông tại A và A' (hình 2).

Tính S_{xq} và thể tích của hình lăng trụ.

Biết: AB = 9cm, BC = 15cm, AA' = 10cm.

