

**Câu I:** (2,5 điểm).

Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{x+2}{x-2}$  với  $x > 0, x \neq 1, x \neq 2$ .

- 1) Rút gọn A.
- 2) Tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.
- 3) Xét biểu thức  $B = \frac{(A-2)(8\sqrt{x}+3)}{7A+18}$ . Tìm các giá trị của x để biểu thức B đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó ?

**Câu II:** (1,5 điểm).

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xe ô tô cần chạy quãng đường 120km trong thời gian đã dự định. Vì trời mưa nên một phần ba quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là 10km/h nên quãng đường còn lại xe phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h. Tính thời gian dự định của xe ô tô đó.

**Câu III:** (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2\sqrt{x+1} \cdot \frac{3}{y-1} = 1 \\ \sqrt{x+1} + \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases}$

- 2) Tìm tất cả các giá trị của m để Parabol  $y = x^2$  cắt đường thẳng  $y = 2mx + 1$  tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  thỏa mãn:  $2mx_1 + y_2 = x_1x_2 + 6$

**Câu IV:** (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm (O) đường kính MC. Qua điểm I tùy ý trên đoạn OM (I khác O, M) vẽ dây DE của (O). Đường thẳng MD cắt đường thẳng CE tại B và gọi A là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MC. Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại S (S khác D).

- 1) Chứng minh tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và CA vuông góc với SE.
- 2) Chứng minh các đường thẳng BA, EM, CD cắt nhau tại một điểm.
- 3) Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.
- 4) Giả sử A, O đối xứng với nhau qua điểm M và đường thẳng AE cắt (O) tại điểm F, (F nằm giữa A và E). Nối CF cắt ME tại P. Chứng minh MP = OP.

**Câu V:** (0,5 điểm).

Giải phương trình:  $\sqrt{16-x^2} + (x+2) \cdot \left| \frac{2}{x} - 1 \right| = 4\sqrt{\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}$

- HẾT -

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-x-3}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{2}{2\sqrt{x}+3}$  khi  $x=9$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $P$ .
- 3) Tìm các giá trị của  $x$  để  $3P$  là số nguyên.

**Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:**

Một hình chữ nhật có diện tích bằng  $120m^2$ . Nếu tăng chiều rộng thêm  $2m$  đồng thời giảm chiều dài đi  $5m$ , thì thu được một hình vuông. Tìm chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu theo mét.

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \frac{3}{\sqrt{x}-4} + \frac{4}{y+2} = 7 \\ \frac{5}{\sqrt{x}-4} - \frac{1}{y+2} = 4 \end{cases}$ .

2) Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m = 0$  (với  $x$ ).

a) Giải phương trình khi  $m=1$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2$  nhỏ nhất

**Bài IV (3,5 điểm)**

Cho đường tròn ( $O$ ) và dây cung  $BC$  cố định không đi qua  $O$ .  $A$  là một điểm di động trên cung lớn  $BC$  ( $AB < AC$ ) sao cho tam giác  $ABC$  nhọn. Các đường cao  $BE$ ,  $CF$  cắt nhau tại  $H$ . Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $EF$  và đường thẳng  $BC$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $KB \cdot KC = KE \cdot KF$ .
- 3) Gọi  $M$  giao điểm của  $AK$  với đường tròn ( $O$ ) ( $M$  khác  $A$ ). Chứng minh  $MH$  vuông góc với  $AK$ .
- 4) Chứng minh đường thẳng  $MH$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $A$  di động trên cung lớn  $BC$ .

**Bài V (0,5 điểm)**

Với  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = a^4 + b^4 + 4ab$ .

..... Hết .....

Ngày thi: 21 tháng 04 năm 2019

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Bài I** (2,0 điểm): Cho biểu thức  $A = \frac{2x+3\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $B$  khi  $x = 9$ .
- 2) Đặt  $P = A \cdot B$ , rút gọn biểu thức  $P$  và so sánh  $P$  với 1.  $P < 1$ .
- 3) Tìm  $x \in \mathbb{R}$  để  $P$  có giá trị là số nguyên.  $\frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{1}{4}$ .

**Bài II** (2,0 điểm): Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người thợ làm chung một công việc với năng suất đã định và dự kiến sẽ xong trong 12 ngày. Họ làm chung với nhau được 8 ngày. Người thứ nhất được điều động đi làm công việc khác, người thứ hai tiếp tục làm đến khi hoàn thành công việc. Từ khi bắt đầu làm công việc một mình, do cải tiến kỹ thuật nên năng suất tăng gấp đôi. Vì vậy người thứ hai đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ hoàn thành công việc với năng suất đã định ban đầu?

**Bài III** (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2\sqrt{x+2} + |y-1| = 11 \\ \sqrt{x+2} + 2|y-1| = 10 \end{cases}$   $x = 14; y = 9; -2$

2) Cho parabol ( $P$ ):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng ( $d$ ):  $y = mx + 2$ .

a) Chứng minh đường thẳng ( $d$ ) luôn cắt parabol ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ .

b) Gọi  $x_1, x_2$  lần lượt là hoành độ của điểm  $A, B$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để  $|x_1| = 4|x_2|$ .

**Bài IV** (3,5 điểm): Cho điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn ( $O; R$ ). Vẽ các tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $O$ ) ( $B, C$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ , điểm  $M$  thuộc dây cung  $BC$ , đường thẳng  $AM$  cắt đường tròn ( $O$ ) tại  $D$  và  $E$  ( $D$  nằm giữa  $A$  và  $M$ ), điểm  $N$  là trung điểm của dây cung  $DE$ .

1) Chứng minh năm điểm  $A, B, C, O$  và  $N$  cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh  $\widehat{BOC} = 2\widehat{ANC}$  và  $\Delta AMH$  đồng dạng với  $\Delta AON$ .

3) Chứng minh  $AB^2 = AD \cdot AE$  và tứ giác  $DHOE$  là tứ giác nội tiếp.

4) Khi  $M$  di chuyển trên dây cung  $BC$ , xác định vị trí của điểm  $M$  để tổng  $\frac{1}{\sqrt{AD}} + \frac{1}{\sqrt{AE}}$  lớn nhất.

**Bài V** (0,5 điểm): Cho  $x, y$  là các số thực không âm thỏa mãn  $x, y \leq 1$ .

Chứng minh rằng:  $\frac{x+y}{2} \leq \frac{x}{\sqrt{y+3}} + \frac{y}{\sqrt{x+3}} \leq 1$ .

Hết.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Họ tên, chữ ký cán bộ coi thi số 1:

Họ tên, chữ ký cán bộ coi thi số 2: