

## TOÁN CẮT GHÉP HÌNH Ở TIỂU HỌC

VÕ VĂN HIỆP

Khoa Giáo dục tiểu học và mầm non, Trường Đại học Quy Nhơn

### TÓM TẮT

*Các loại bài toán cắt ghép hình hướng tập trung vào việc rèn luyện kỹ năng cắt ghép đơn giản và tính toán theo công thức. Giúp cho một số bộ phận học sinh khá giỏi có nhu cầu được tìm hiểu nhiều hơn về các dạng toán nâng cao nói chung và diện tích nói riêng. Đặc biệt có một số bài toán lắp ghép hình (thường được trình bày dưới dạng toán sao), các em học sinh được trang bị quy trình giải. Ngoài mục tiêu chủ yếu là bồi dưỡng kỹ năng tính toán, còn chú ý đến phát triển trí tưởng tượng không gian qua dạy học hình thành các biểu tượng hình học, nhất là hoạt động cắt ghép hình học.*

**Từ khóa:** Phương pháp, Lý thuyết, cắt - ghép hình.

### ABSTRACT

#### Shape Cutting and Matching Maths in Primary Education

*Some types of problems about cutting and matching shapes usually focus on training pupils' basic cutting-matching skills and formula-based calculation. This is expected to help gifted students who desire to learn more about forms of both advanced math and area problems. Especially, some shape-matching problems (usually asterisked) are aided with recommended solutions. In addition to the ultimate goal of cultivating arithmetical calculations, these types of problems are aimed to stimulate pupils' space imagination through demonstrating kinds of shapes, especially through shape cutting and matching activities.*

**Keywords:** Method, theory, shape cutting and matching.

### 1. Đặt vấn đề

Bậc tiểu học là bậc học nền tảng của hệ thống giáo dục quốc dân, là bậc học góp phần quan trọng trong việc đặt nền móng cho việc hình thành và phát triển nhân cách cho học sinh. Trong các môn học được đưa vào giảng dạy ở bậc tiểu học thì môn toán là một trong những môn học không thể thiếu và chiếm thời lượng thứ 2 sau môn tiếng việt. Cũng như các môn học khác, môn toán cũng cung cấp tri thức khoa học ban đầu về thế giới xung quanh nhằm phát huy năng lực nhận thức, hoạt động tư duy và bồi dưỡng những tình cảm tốt đẹp của con người. Đồng thời các kiến thức, kỹ năng của môn toán có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, trong lao động và học tập. Từ vị trí và nhiệm vụ vô cùng quan trọng của môn toán, mỗi chúng ta, những người đã, đang và sẽ trở thành giáo viên cần suy nghĩ làm thế nào để phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo trong việc chiếm lĩnh tri thức toán học của học sinh.

Như ta đã biết, trong chương trình môn toán ở tiểu học thì các bài toán về cắt ghép hình chiếm số lượng đáng kể (đặc biệt là những bài toán về diện tích), nó được trình bày xuyên suốt trong chương trình môn toán từ lớp 1 đến lớp 5.

---

Email: vovanhiiep2802@gmail.com

Ngày nhận bài: 29/4/2016; ngày nhận đăng: 6/10/2016

Qua thực tế tìm hiểu nghiên cứu, tôi nhận thấy các loại bài toán cắt ghép hình gần như năm nào cũng có trong các kỳ thi dành cho học sinh tiểu học như thi tốt nghiệp, thi học sinh giỏi các cấp. Tuy nhiên các bài toán về cắt ghép hình trong sách giáo khoa chỉ đáp ứng được yêu cầu phổ cập. Các bài toán đó vẫn hướng tập trung vào việc rèn luyện kỹ năng cắt ghép đơn giản và tính toán theo công thức. Trong khi đó có một số bộ phận học sinh khá giỏi có nhu cầu được tìm hiểu nhiều hơn về các dạng toán nâng cao nói chung và diện tích nói riêng lại chưa được chú ý đúng mức. Đặc biệt có một số bài toán lắp ghép hình (thường được trình bày dưới dạng toán sao), các em học sinh không nắm được quy trình giải.

Trong dạy học toán tiểu học, ngoài mục tiêu chủ yếu là bồi dưỡng kỹ năng tính toán, còn chú ý đến phát triển trí tưởng tượng không gian qua dạy học hình thành các biểu tượng hình học, nhất là hoạt động cắt ghép hình học.

## 2. Các bài toán cắt ghép hình

Như trên ta đã biết có 3 hoạt động cắt ghép hình cơ bản là: cắt ghép hình để nhận dạng hình hình học, cắt ghép hình để xây dựng công thức và cắt ghép hình để tạo thành hình có dạng theo yêu cầu. Để phân loại các hoạt động cắt ghép hình trên, người ta đã dựa vào 6 bài toán cắt ghép hình cơ bản sau:

### 2.1. Bài toán 1: “Một hình tam giác đẳng hợp với 1 hình chữ nhật”, tức là 1 tam giác bao giờ cũng cắt ghép được thành một hình chữ nhật.

Chứng minh: Có tam giác ABC, cắt ghép tam giác ABC thành hình chữ nhật.

\* Giả sử tam giác ABC có  $\hat{A}, \hat{B}$  nhọn.

- Xét đường trung bình  $MN // AB$

- Kẻ  $AA'$  vuông góc với  $MN$ ,  $BB'$  vuông góc với  $MN$ ,  $CC'$  vuông góc với  $MN$ .

- Ta có  $\triangle AA'M(1) = \triangle CC'M(1')$  (g.c.g)

$\triangle BB'N(2) = \triangle CC'N(2')$

Cắt (1'), (2') ghép lần lượt vào vị trí (1), (2) theo chiều mũi tên theo hình vẽ. khi đó ta được hình chữ nhật  $AA'B'B$ .

\* Giả sử:  $\triangle ABC$  có  $\hat{A} > 90^\circ$ . (tù)

- Xét đường trung bình  $PQ // AC$ .

- Kẻ  $AA', BB', CC'$  lần lượt vuông góc với  $PQ$ .

Ta có  $\triangle BB'P = \triangle AA'P$ . Cắt  $\triangle AA'P$  ghép

vào  $\triangle BB'P$ . Cắt  $\triangle BB'Q$  ghép vào  $\triangle CC'Q$

Ta được hình chữ nhật  $AA'C'C$ .

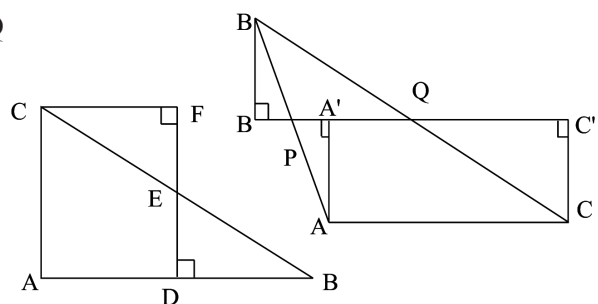
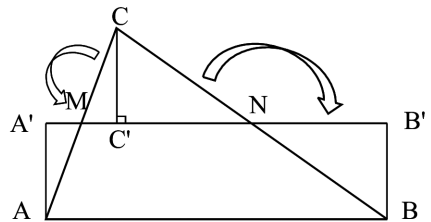
\* Giả sử:  $\triangle ABC$  có  $\hat{A}$  vuông.

- Xét đường trung bình  $DE // AC$ .

- Kẻ  $CF$  vuông góc  $AC$ .

- Cắt  $\triangle BDE$  ghép vào  $\triangle CFE$ .

Ta được hình chữ nhật  $ACFD$ .



**2.2. . Bài toán 2: “Một hình chữ thập đẳng hợp với 1 hình vuông”, tức là 1 hình chữ thập bao giờ cũng cắt ghép được thành hình vuông.**

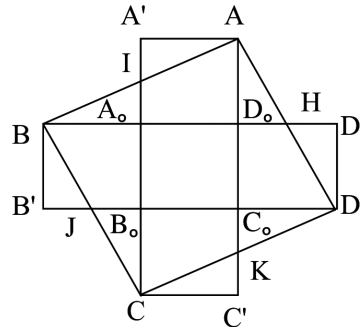
Cho hình chữ thập  $AA'A_0BB'B_0CC'C_0DD'D_0$ .

Nối  $AB$  cắt  $A'A_0$  tại  $I$ .

Nối  $BC$  cắt  $B'B_0$  tại  $J$ .

Nối  $CD$  cắt  $C'C_0$  tại  $K$ .

Nối  $AD$  cắt  $D'D_0$  tại  $H$ .



Ta có:  $\triangle AA'I (1) = \triangle BA_0I (1')$   
 $\triangle BB'J (2) = \triangle CB_0J (2')$   
 $\triangle CC'K (3) = \triangle DC_0K (3')$   
 $\triangle DD'H (4) = \triangle AD_0H (4')$

Cắt (1), (2), (3), (4) lần lượt ghép vào vị trí (1'), (2'), (3'), (4') theo chiều mũi tên ta được hình vuông  $ABCD$ .

\* Xét bài toán ngược: “Một hình vuông cắt ghép thành hình chữ thập”.

Gọi  $I, J, K, H$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ .

Xác định  $A_0, B_0, C_0, D_0$

$A_0 = CH \cap BK$

$B_0 = DI \cap CH$

$C_0 = AJ \cap DI$

$D_0 = AJ \cap BK$

Xác định  $A', B', C', D'$ .

$\{A'\} = A_0B_0 \cap dA$  ( $dA$  là đường thẳng qua  $A$  và // với  $A_0D_0$ ).

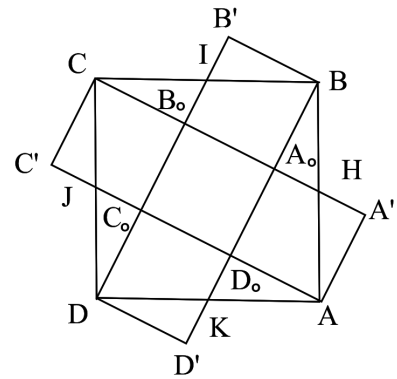
$\{B'\} = B_0C_0 \cap dB$  ( $dB$  là đường thẳng qua  $B$  và // với  $A_0B_0$ ).

$\{C'\} = C_0D_0 \cap dC$  ( $dC$  là đường thẳng qua  $C$  và // với  $B_0C_0$ ).

$\{D'\} = A_0D_0 \cap dD$  ( $dD$  là đường thẳng qua  $D$  và // với  $C_0D_0$ ).

Ta có:  $\triangle DD_0H (1) = \triangle AA'H (1')$   
 $\triangle AA_0I (2) = \triangle BB'I (2')$   
 $\triangle BB_0J (3) = \triangle CC'J (3')$   
 $\triangle CC_0K (4) = \triangle DD'K (4')$

Cắt (1), (2), (3), (4) lần lượt ghép vào vị trí (1'), (2'), (3'), (4') theo chiều mũi tên ta được hình chữ thập  $A'AA_0B'BB_0C'CC_0D'DD_0$ .



**2.3. Bài toán 3: “Hai hình bình hành có cùng diện tích và một cạnh bằng nhau thì đẳng hợp”.**

Giả sử:  $\begin{cases} S_{ABCD} = S_{A'B'C'D'} \\ AB = A'B' \end{cases}$

Chứng minh rằng:  $ABCD \simeq A'B'C'D'$

Xếp 2 hình bình hành theo dạng chữ “V”

Cắt 2 hình bình hành bởi  $d_1 // AB$  ( $d_1$  qua  $I$ )

Khi đó, hình bình hành  $ABCD$  phân hoạch thành hình bình hành  $ABII_1$  và  $I_1ICD$ .

Hình bình hành  $A'B'C'D'$  phân hoạch thành hình bình hành  $A'B'J_1I$  và  $I_1J_1C'D'$ .

$ABII_1 = 2T_0; A'B'I_1I = 2T_0$

Cắt 2 hình bình hành bởi  $d_2$  ( $d_2 // d_1$ , khoảng cách từ  $d_2$  đến  $d_1$  bằng  $d_1$  đến AB)

Khi đó hình bình hành ABCD phân hoạch thành 2 hình bình hành  $ABK_2I_2$  và  $I_2K_2CD$ .

$ABK_2I_2 = 4T_0 = 2^2T_0$ .

Hình bình hành  $A'B'C'D'$  phân hoạch thành 2 hình bình hành  $A'B'J_2H_2$  và  $H_2J_2C'D'$ .

$A'B'J_2H_2 = 4T_0 = 2^2T_0$ .

Tiếp tục quá trình trên đến đường thẳng  $d_k$ . Khi đó xảy ra 2 khả năng:

+ Khả năng 1: Cắt vừa đủ ( $d_k \equiv C'D', d_k \equiv CD$ ).

Hình bình hành ABCD phân hoạch thành  $2kT_0$ . (ĐPCM)

+ Khả năng 2: Cắt có dư ( $d_k \neq CD$ )

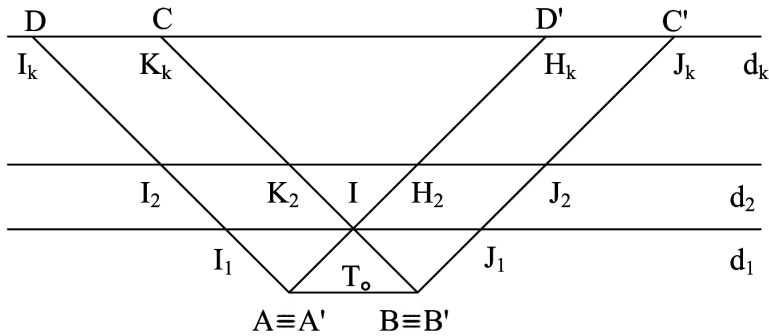
ABCD phân hoạch  $ABK_kI_k (= 2kT_0)$  và  $I_kK_kCD$ .

$A'B'C'D'$  phân hoạch  $A'B'J_kH_k (= 2kT_0)$  và  $H_kJ_kC'D'$ .

Kẻ  $I_kM // A'D'; J_kN // CB$

Ta có:  $\Delta DI_kM = \Delta NJ_kC' (g.c.g) = \Delta_1$   
 $\Delta I_kMK_k = \Delta H_kD'I_k (c.g.c) = \Delta_2$   
 $\Delta MK_kC = \Delta D'J_kN (c.c.c) = \Delta_3$

Ta thấy 2 hình bình hành ABCD và  $A'B'C'D'$  cùng chia ra thành  $2kT_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ . Do đó, chúng bằng nhau. Hay  $ABCD \simeq A'B'C'D'$ .



**2.4. Bài toán 4: “Hai hình chữ nhật có cùng diện tích thì bằng nhau”.**

Giả sử cho 2 hình chữ nhật ABCD và  $A'B'C'D'$  có diện tích bằng nhau. Xếp 2 hình chữ nhật theo hình chữ “L”.

Kẻ  $C'I // BD', CJ // BD'$ .

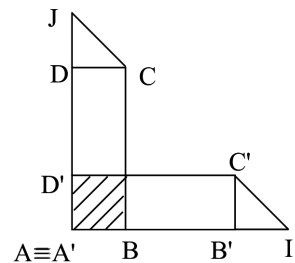
Ta có:  $\Delta A'BD' = \Delta B'IC' = \Delta DCJ$

Cắt  $\Delta A'BD'$  ghép vào  $\Delta DCJ$

$\Delta A'BD'$  ghép vào  $\Delta B'IC'$

Ta được 2 hình bình hành  $BD'JC$  và  $BD'C'I$  có cùng diện tích và 2 cạnh bằng nhau.

Theo bài toán 3:  $ABCD \simeq A'B'C'D'$ .



**2.5. Bài toán 5: “Hai đa giác có cùng diện tích thì bằng nhau”.**

Đa giác (1)  $\simeq$  hình chữ nhật (1)

Đa giác (2)  $\simeq$  hình chữ nhật (2)

Hình chữ nhật (1)  $\simeq$  hình chữ nhật (2).

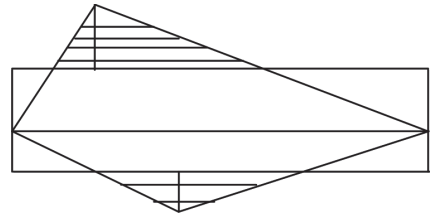
Xét bài toán phụ:

Một đa giác đẳng hợp với 1 hình chữ nhật.

+ Tam giác đẳng hợp với hình chữ nhật (bài toán 1)

+ Tứ giác đẳng hợp với hình chữ nhật.

+ Ngũ giác đẳng hợp với hình chữ nhật.



**2.6. Bài toán 6: “Bảy tam giác đều bằng nhau bao giờ cũng ghép thành 1 tam giác đều”.**

Xếp 7 tam giác đều thành hình chong chóng.

Nối 3 đỉnh A, B, C

Nối AB cắt A'B<sub>0</sub> tại I

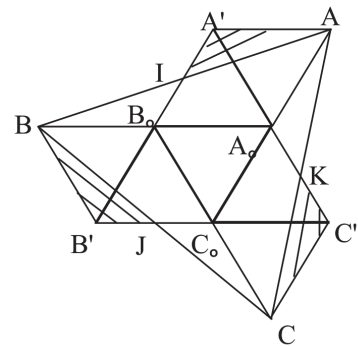
Nối BC cắt B'C<sub>0</sub> tại J

Nối CA cắt C'A<sub>0</sub> tại K

Ta có  $\Delta AA'I(1) = \Delta BB_0I(1')$

$\Delta BB'J(2) = \Delta CC_0J(2')$

$\Delta CC'K(3) = \Delta AA_0K(3')$



Cắt (1), (2), (3) lần lượt ghép vào vị trí (1'), (2'), (3') theo chiều mũi tên. Ta được tam giác đều ABC (ĐPCM).

\* Xét bài toán ngược: Từ một tam giác đều cắt ghép thành 7 tam giác đều bằng nhau.

Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA.

Trên AB lấy điểm H sao cho AH = 1/3AB.

Trên BC lấy điểm G sao cho BG = 1/3BC.

Trên CA lấy điểm M sao cho CM = 1/3CA.

Nối GI, KH, JM.

$\{A'\} = KH \cap GI$ .  $\{A_0\} = d_A \cap A'C'$ .

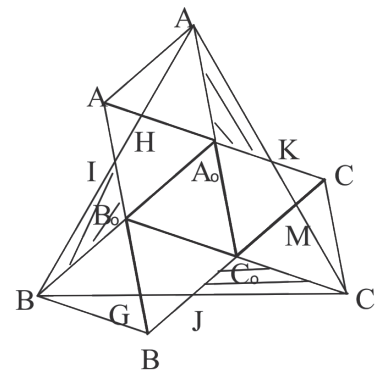
$\{B'\} = GI \cap JM$ .  $\{B_0\} = d_B \cap A'B'$ .

$\{C'\} = KH \cap JM$ .  $\{C_0\} = d_C \cap B'C'$ .

Ta có:  $\Delta AA'I(1') = \Delta BB_0I(1)$

$\Delta BB'J(2') = \Delta CC_0J(2)$

$\Delta CC'K(3') = \Delta AA_0K(3)$



Cắt (1), (2), (3) lần lượt ghép vào vị trí (1'), (2'), (3') theo chiều mũi tên. Ta được hình chong chóng A<sub>0</sub>AA'B<sub>0</sub>BB'C<sub>0</sub>CC' được ghép từ bảy tam giác đều.

**3. Cắt ghép hình ở tiểu học**

Trong dạy học toán tiểu học, ngoài mục tiêu chủ yếu là bồi dưỡng kỹ năng tính toán, còn chú ý đến phát triển trí tưởng tượng không gian qua dạy học hình thành biểu tượng hình học, nhất là qua hoạt động vẽ-cắt-ghép hình học.

Cắt ghép hình là một hoạt động có nhiều tác dụng trong học tập đối với học sinh. Một mặt gây hứng thú học tập, sự khéo léo cẩn thận, mặt khác có tác dụng trong việc phát triển tốt trí tưởng tượng không gian của học sinh.

### 3.1 Cắt hình

Để cắt hình thành nhiều mảnh nhỏ cần lưu ý:

- Đường cắt phải là đường cắt thẳng hoặc gấp khúc.
- Tổng diện tích các mảnh cắt ra phải đúng bằng diện tích hình ban đầu.

+ Một số dạng thường gặp:

Cắt một hình cho trước thành các hình nhỏ có kích thước và hình dạng cho trước.

Cắt một hình cho trước thành hình nhỏ có dạng tùy ý.

Ví dụ 1: Cho một mảnh bìa hình chữ nhật. Hãy cắt mảnh bìa đó thành ba mảnh là các hình chữ nhật nhỏ hơn có diện tích bằng nhau.

Hướng dẫn:

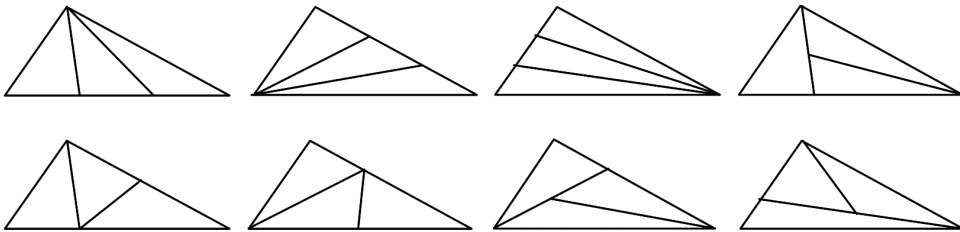
Có thể cắt như sau:



Ví dụ 2: Hãy cắt một miếng bìa hình tam giác thành ba mảnh nhỏ hình tam giác có diện tích bằng nhau.

Hướng dẫn:

Có nhiều cách cắt hình khác nhau, chẳng hạn:

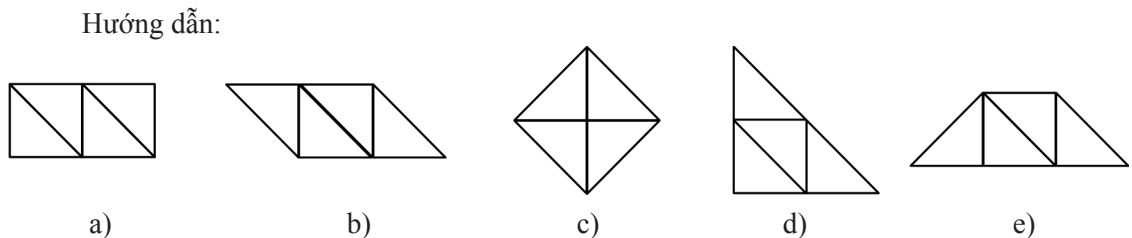
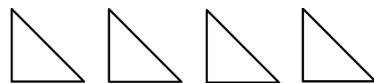


### 3.2 Ghép hình

Ví dụ: Cho bốn hình tam giác vuông bằng nhau, có hai cạnh góc vuông bằng nhau.

Hãy ghép bốn hình tam giác đó thành:

- a) Một hình chữ nhật.
- b) Một hình bình hành.
- c) Một hình vuông.
- d) Một hình tam giác.
- e) Một hình thang.



### 3.3 Cắt ghép hình

Hoạt động cắt ghép hình có khi đơn giản, nhưng cũng có khi rất phức tạp. Trong trường hợp này, giáo viên cần hướng dẫn học sinh biết so sánh các đoạn thẳng, các góc. Yêu cầu đầu tiên của việc ghép hình là trùng khít hai đoạn thẳng bằng nhau rồi sau đó mới điều chỉnh các yêu cầu khác.

Các bước tiến hành cắt, ghép hình hình học:

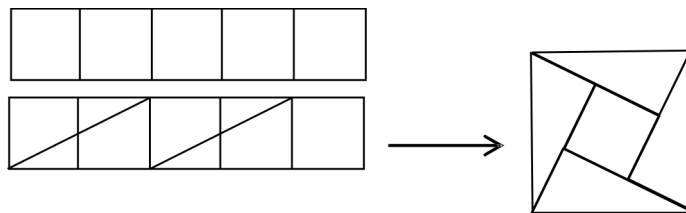
- Tìm hiểu hình sẽ “mang đi ghép” về đặc điểm: số cạnh, số góc: quan hệ độ lớn, độ dài giữa các góc, các cạnh, có các góc nào đặc biệt?

- Tìm hiểu hình sẽ “được ghép”: đặc điểm nào của hình “được ghép” trùng với đặc điểm của hình “mang ghép”.

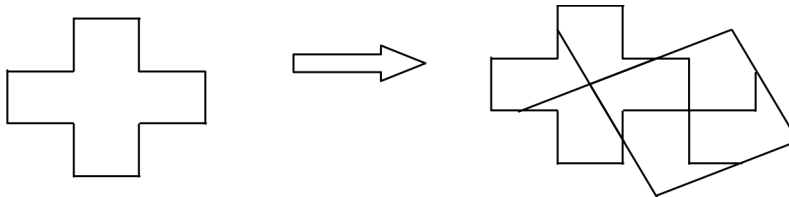
- Trên cơ sở hai bước trên, chọn hình đầu tiên mang ghép và vị trí đầu tiên “được ghép” là khâu quan trọng nhất.

Ví dụ 1. Cắt một hình chữ nhật có kích thước  $5 \times 1$  thành 5 mảnh rồi sao cho ghép lại được một hình vuông.

Hướng dẫn:

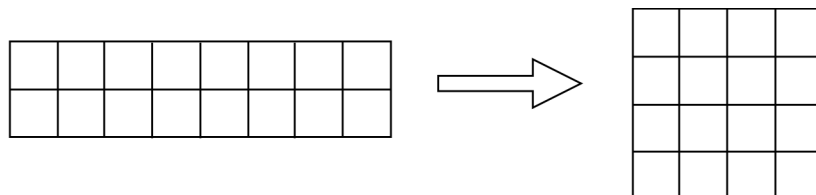


Ví dụ 2. Cắt hình chữ thập thành 4 mảnh rồi ghép lại để được một hình vuông.



Ví dụ 3. Tìm một hình chữ nhật để bằng một nhát cắt có thể cắt hình chữ nhật đó thành hai mảnh và ghép thành hình vuông.

Hướng dẫn:



## 4. Kết luận

Toán học có vị trí hết sức quan trọng, đặc biệt ở tiểu học. Mỗi tuyến kiến thức trong toán tiểu học có vai trò và vị trí riêng, trong đó toán về cắt ghép hình là loại toán chuyên biệt, thuộc dạng toán khó - toán sao, đòi hỏi nhiều kỹ năng, kỹ xảo. Để giải toán về cắt ghép hình mang lại hiệu quả cao nhất, những nhà nghiên cứu đưa ra những quy trình. Một trong những quy trình thường được áp dụng là:

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

Bước 2: Tìm cách giải bài toán

Bước 3: Thực hiện cách giải bài toán

Bước 4: Kiểm tra cách giải bài toán

Muốn giúp học sinh giải tốt toán về cắt ghép hình, giáo viên phải không ngừng đổi mới phương pháp dạy học, tìm ra cách thức riêng phù hợp với nội dung từng bài giảng và đối tượng học sinh. Giáo viên phải giúp học sinh nắm vững hệ thống các hình hình học, mối quan hệ giữa các hình và đặc điểm riêng của từng hình cũng như hệ thống công thức liên quan đến hình đó. Thống kê phân loại và nêu ra những nhận xét ban đầu về các hoạt động cắt ghép hình. Đồng thời trong quá trình giảng dạy, giáo viên phải thực sự coi học sinh là trung tâm của quá trình dạy học tạo điều kiện cho các em tham gia vào hoạt động học tập.

Các hoạt động cắt ghép hình mang lại nhiều tác dụng to lớn: qua việc giải toán về cắt ghép hình giúp hình thành ở học sinh những thói quen tốt của một người công nhân trong thời đại mới (cẩn thận, tỉ mỉ, làm việc theo quy trình, có kế hoạch,...), phát triển các thao tác tư duy cho học sinh (phân tích, tổng hợp, khái quát,...), giúp học sinh tự khám phá thế giới bí ẩn của toán học... Đồng thời, việc hướng dẫn học sinh giải toán về cắt ghép hình cũng giúp giáo viên nâng cao trình độ chuyên môn, nghiệp vụ; phát hiện, bồi dưỡng học sinh khá, giỏi, giúp đỡ học sinh yếu kém, nâng cao chất lượng dạy - học và bồi dưỡng cho học sinh khá giỏi.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Trần Thị Kim Cương, *Giải bằng nhiều cách các bài toán hình học*, Nxb. Đại học Sư phạm, Tp. HCM, (2011).
2. Nguyễn Đức Tấn (chủ biên), *Bồi dưỡng học sinh giỏi toán 5 theo chuyên đề hình học*, Nxb. Tổng hợp Tp. HCM, (2013).
3. Nguyễn Văn Ban, Hoàng Chúng, *Hình vuông kỳ diệu*, Nxb. Tp. HCM, (1999).
4. Nguyễn Áng, Nguyễn Hùng, *100 bài toán về chu vi và diện tích lớp 4, 5*, Nxb. Giáo dục, Hà Nội, (2011).
5. Trần Diên Hiền, *10 chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi Toán 4-5 (tập 2)*, Nxb Giáo dục, Tp. HCM, (2002).