

**Bài 1** (5,0 điểm).

Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ .

- Tìm điều kiện xác định của  $P$  và rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tính giá trị của  $P$  khi  $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}$ .
- Tìm các giá trị của  $x$  để  $P < \frac{1}{2}$ .

**Bài 2** (4,0 điểm).

Cho đường tròn  $(O; R)$  và một dây  $BC$  khác đường kính. Kẻ đường thẳng qua  $O$  vuông góc với  $BC$  tại  $I$  và cắt tiếp tuyến tại  $B$  của đường tròn ở điểm  $A$ .

- Kẻ đường kính  $BD$  của đường tròn  $(O;R)$ , chứng minh  $CD$  song song với  $OA$ .
- Chứng minh  $AC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O;R)$ .
- Kẻ đường thẳng qua  $O$  vuông góc với  $BD$  và cắt  $BC$  tại  $K$ .

Chứng minh  $IK \cdot IC + IO \cdot IA = R^2$ .

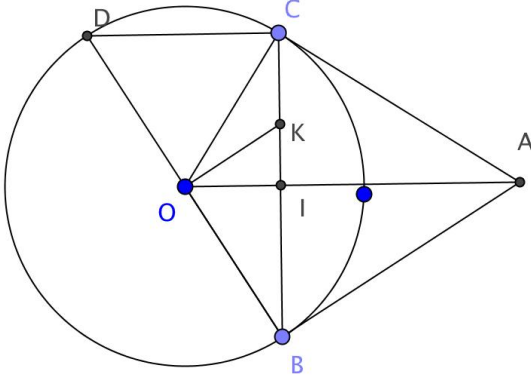
**Bài 3** (1,0 điểm).

Giải phương trình  $\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 6x + 9}} = x - 3$ .

----- Hết -----

**ĐÁP ÁN**

Câu	Gợi ý đáp án	Điểm
<b>1</b>		<b>5,0</b>
<b>1a</b> (2,5đ)	Đkxd: $x \geq 0$ và $x \neq 1$ .	0,5
	$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - (6\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
	$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
	$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
	$= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	
	Vậy $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ , với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ .	0,5
<b>1b</b> (1,5đ)	$x = \frac{2}{2-\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} - 2\sqrt{3} = 4$ (thỏa mãn điều kiện) (Không đối chiếu điều kiện trừ 0,25đ.)	1,0
	Vậy $P = \frac{\sqrt{4}-1}{\sqrt{4}+1}$	0,25
	$= \frac{2-1}{2+2} = \frac{1}{3}$ <b>Chú ý: Thay <math>x = 4</math> vào biểu thức <math>P</math> chưa tính được 0,25.</b> <b>Nếu không thay <math>x = 4</math> vào biểu thức mà viết luôn đáp số trừ 0,25</b>	0,25
<b>1c</b> (1,5đ)	$P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{2(\sqrt{x}+1)} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0$ (do $\sqrt{x}+1 > 0$ ) $\Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow 0 \leq x < 9$ <b>Chú ý: Không lập luận <math>\sqrt{x}+1 &gt; 0</math> trừ 0,25đ.</b> <b>Nếu học sinh ghi <math>\sqrt{x} &lt; 3 \Leftrightarrow x &lt; 9</math> thì trừ 0,25đ.</b>	0,5
	Kết hợp điều kiện $0 \leq x < 9$ và $x \neq 1$	0,5

2		4,0
<b>2a</b> (1.5đ)	 <p><b>Ghi chú:</b> Học sinh vẽ hình đủ giả thiết đề bài đến câu a) được 0,25đ.  <b>Hình vẽ bằng bút bi (đường tròn có thể vẽ bằng bút chì).</b></p> <p>Tam giác DCB nội tiếp đường tròn (O;R) và DB là đường kính suy ra tam giác vuông tại C.</p> <p>Vậy CD vuông góc CB (cùng vuông góc với BC).  Suy ra CD song song với OA.</p>	1,0
<b>2b</b>	Do OA là trung trực của BC suy ra $AB = AC$ .	0,5
(1.5đ)	Chứng minh tam giác OBA = tam giác OCA (c.c.c) để suy ra $g(OBA) = g(OCA)$ .	0,5
	Do BA là tiếp tuyến của (O) nên $g(OBA) = 90^0$ , suy ra $g(OCA) = 90^0$ . <b>Ghi chú:</b> Có thể sử dụng tính chất đối xứng trục để lập luận suy ra góc $OCA =$ góc $OBA$ .	0,25
	Mà OC là bán kính của (O) nên AC là tiếp tuyến của (O).	0,25
<b>2c</b>	Trong tam giác vuông OCA có $CI^2 = OI \cdot IA$	0,25
(1.0đ)	Suy ra $IK \cdot IC + OI \cdot IA = IK \cdot IC + IC^2 = IC(KI + IC) = IC \cdot BK = BI \cdot BK$	0,25
	$\Delta OBK$ vuông tại O có đường cao OI. Từ đó có đpcm.	0,5
<b>3</b>	<b>Giải phương trình</b> $\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 6x + 9}} = x - 3$ .	1,0
	$\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 6x + 9}} = x - 3$ . Nhận xét VT $\geq 0$ suy ra VP $\geq 0$ . Tức là $x \geq 3$ .	0,25
	Với $x \geq 3$ , phương trình tương đương	0,5

$\sqrt{x + \sqrt{(x-3)^2}} = x-3 \Leftrightarrow \sqrt{x +  x-3 } = x-3 \Leftrightarrow \sqrt{2x-3} = x-3$ $\Leftrightarrow 2x-3 = (x-3)^2$ $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$	
Kết hợp điều kiện suy ra $x = 6$ .	0,25

